

ΘΕΜΑΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΙΙΙ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2011
ΤΜΗΜΑΤΟΣ ΙΑΤΡΙΚΩΝ ΟΡΓΑΝΩΝ

1°

Έστω το διανυσματικό πεδίο $\vec{F} = 3x^2y^2z\vec{i} + 2x^3y^2z\vec{j} + x^3y^2k$. Να υπολογιστούν:

i) η απόκλιση $\nabla \cdot \vec{F}$ και ο στροβιλισμός $\nabla \times \vec{F}$,

ii) το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα της $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$, όταν C το ευθύγραμμο τμήμα AB με $A(-1,2,1)$ και $B(1,3,2)$.

2°

i) Με το σύνθετο κανόνα του τραπεζίου να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα

$$\int_0^{0.5} e^{-x^2} dx$$

όταν $h=0.1$.

ii) Δώστε τον ορισμό των διαιρεμένων διαφορών. Έστω η συνάρτηση

$$f(x) = \sin x^2$$

Με τον τύπο παρεμβολής του Newton να υπολογιστεί η τιμή $f(\pi/3)$, όταν τα σημεία παρεμβολής είναι $x_0 = \pi/5$, $x_1 = \pi/4$ και $x_2 = \pi/2$.

3°

Να αναπτυχθεί σε σειρά Fourier η συνάρτηση

$$f(t) = t \text{ αν } 0 \leq t < \pi \text{ και } f(t + \pi) = f(t) \text{ για κάθε } t \in \mathbb{R}$$

Στη συνέχεια

i) να υπολογιστεί η τιμή της στα σημεία ασυνεχειάς της και

ii) να γίνει το διάγραμμα του γραμμικού φάσματος των τεσσάρων πρώτων όρων. Τι παρατηρείτε;

Σημείωση Σε όλους τους υπολογισμούς, όπου απαιτείται, να γίνεται στρογγυλοποίηση στα 4 δεκαδικά ψηφία.

Αθήνα 12 Σεπτεμβρίου 2011

Α. Μπράτσος