



ΛΥΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

1. Θεωρητική

2. Έστω $AM = 99999$

Μετατρέπονται οι ελλειψοειδείς συντεταγμένες του σημείου σε καρτεσιανές στο σύστημα WGS84.

$$\phi = 40 + \frac{35}{60} + \frac{58.99999}{3600} = 40.5997222194\text{deg}$$

$$\lambda = 23 + \frac{13}{60} + \frac{29.99999}{3600} = 23.2249999973\text{deg}$$

Στο WGS84 ισχύει:

$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} = 0.0066943800047$$

$$N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}} = 6387197.551\text{m}$$

Οι καρτεσιανές συντεταγμένες του σημείου στο WGS84 δίνονται από:

$$X = (N + h) \cos \varphi \cos \lambda = 4456823.176\text{m}$$

$$Y = (N + h) \cos \varphi \sin \lambda = 1912499.170\text{m}$$

$$Z = [(1 - e^2)N + h] \sin \varphi = 4128947.019\text{m}$$

Στη συνέχεια υπολογίζονται οι προσεγγιστικές καρτεσιανές συντεταγμένες στο ΕΓΣΑ87 από τις δεδομένες σχέσεις μετασχηματισμού:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}^{WGS84} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}^{ΕΓΣΑ87} + \begin{bmatrix} -199.723 \\ 74.030 \\ 246.018 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}^{ΕΓΣΑ87} = \begin{bmatrix} 4457022.899 \\ 1912425.140 \\ 4128701.000 \end{bmatrix} \text{m}$$

3. Η συντεταγμένες του Α βρίσκονται με απλή εφαρμογή του πρώτου θεμελιώδους προβλήματος. Πρέπει όμως όλες οι μετρήσεις να αναχθούν κατάλληλα στο προβολικό επίπεδο της TM87. Εφόσον οι γωνιακές αναγωγές θεωρούνται αμελητέες εργαζόμαστε με τις αναγωγές της απόστασης.

Η τελική απόσταση στο ΕΕΠ (GRS80) δίνεται από την εξίσωση:

$$S = s + \delta s_o + \delta S_x + \delta S$$

Για να βρεθεί το πρώτο στάδιο της αναγωγής της απόστασης (αναγωγή λόγω κλίσης) πρέπει να υπολογιστούν τα ελλειψοειδή υψόμετρα στο Β και στο Γ.

$$h_B = H_B + N_B = 353.06\text{m}$$

$$h_\Gamma = H_\Gamma + N_\Gamma = 1120.37\text{m}$$

$$\delta h = h_\Gamma - h_B = 767.31\text{m}$$

$$\bar{\delta s}_o = s_o - s = \sqrt{s^2 - \delta h^2} - s = \sqrt{8154.743^2 - 767.31^2} - 8154.743 = -36.180\text{m}$$

$$s_o = s + \delta s_o = 8118.563\text{m}$$

Ακολουθεί το δεύτερο στάδιο της αναγωγής στο ΕΕΠ (αναγωγή λόγω υψομέτρου του σημείου στάσης):

$$\bar{h} = \frac{h_B + h_\Gamma}{2} = 736.715\text{m}$$

$$\delta S_x = S_x - s_o = \left(1 - \frac{\bar{h}}{R}\right) s_o - s_o = \left(1 - \frac{736.715}{6371000}\right) \cdot 8118.563 - 8118.563 = -0.939\text{m}$$

Επομένως το μήκος της γεωδαισιακής γραμμής πάνω στην επιφάνεια του ΕΕΠ είναι (η αναγωγή από τη χορδή στο τόξο θεωρήθηκε αμελητέα):

$$S_{B\Gamma}^{EE\Pi} = s_o + \delta S_x = 8117.624\text{m}$$

Για να υπολογιστούν οι προβολικές συντεταγμένες του Γ χρειάζεται επιπλέον η αναγωγή της απόστασης από το ΕΕΠ στο προβολικό επίπεδο της TM87. Αυτό πραγματοποιείται με τον υπολογισμό του συντελεστή γραμμικής παραμόρφωσης m της απόστασης ΒΓ. Ο υπολογισμός αυτός απαιτεί γνώση συντεταγμένων του Γ, οι οποίες είναι άγνωστες. Αρκούν όμως κάποιες προσεγγιστικές τιμές. Οι προσεγγιστικές συντεταγμένες του Γ μπορούν να προκύψουν με την εφαρμογή του πρώτου θεμελιώδους προβλήματος χρησιμοποιώντας ως απόσταση ΒΓ την απόσταση της γεωδαισιακής γραμμής πάνω στην επιφάνεια του ΕΕΠ. Ισχύει:

$$\mathcal{E}_\Gamma^o = \mathcal{E}_B + S_{B\Gamma}^{EE\Pi} \sin(\alpha_{BA} + \omega_{BA\Gamma})$$

$$\alpha_{BA} = 51.6565^\circ$$

$$\mathcal{E}_\Gamma^o = 479349.388\text{m}$$

$$\mathcal{E}_m' = \frac{\mathcal{E}_B' + \mathcal{E}_\Gamma^{o'}}{2} = \frac{471523.325 - 500000 + 479349.388 - 500000}{2} = -24563.644\text{m}$$

$$m_{B\Gamma} = m_o \left(1 + \frac{\mathcal{E}_m'^2}{2m_o^2 R_m^2} \right) = 0.999607435565$$

$$S_{B\Gamma}^{TM87} = m_{B\Gamma} S_{B\Gamma}^{EE\Pi} = 8114.437\text{m}$$

Επομένως οι τελικές προβολικές συντεταγμένες στην TM87 δίνονται:

$$\mathcal{E}_\Gamma = \mathcal{E}_B + S_{B\Gamma}^{87} \sin(\alpha_{BA} + \omega_{BA\Gamma}) = 479346.315\text{m}$$

$$\mathcal{N}_\Gamma = \mathcal{N}_B + S_{B\Gamma}^{87} \cos(\alpha_{BA} + \omega_{BA\Gamma}) = 4203581.146\text{m}$$