



ΛΥΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

1. Το ελλειψοειδές που χρησιμοποιεί το ΕΓΣΑ87 είναι το GRS80. Επομένως:

$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} = 0.00669438$$

Υπολογίζονται οι συντελεστές:

$$A_0 = 1 - \frac{1}{4}e^2 - \frac{3}{64}e^4 - \frac{5}{256}e^6 = 0.99832429844$$

$$A_2 = \frac{3}{8}e^2 \left( 1 + \frac{1}{4}e^2 + \frac{15}{128}e^4 \right) = 0.0025146071$$

Η διαδικασία εύρεσης του πλάτος γνωρίζοντας το μήκος του μεσημβρινού  $S_{\varphi\Sigma} = 4299.999 \text{ km}$  είναι επαναληπτική και προϋποθέτει την εύρεση μίας αρχικής τιμής  $\varphi_0$ .

$$\varphi_0 = \frac{S_{\varphi}}{aA_0} = 0.675309515865 \text{ rad}$$

$$\varphi_1 = \frac{S_{\varphi}}{aA_0} + \frac{A_2}{A_0} \sin 2\varphi_0 = 0.677767536097 \text{ rad}$$

$$\varphi_2 = \frac{S_{\varphi}}{aA_0} + \frac{A_2}{A_0} \sin 2\varphi_1 = 0.67777021079 \text{ rad}$$

$$\varphi_3 = \frac{S_{\varphi}}{aA_0} + \frac{A_2}{A_0} \sin 2\varphi_2 = 0.67777021367 \text{ rad}$$

Στην 4η επανάληψη η σειρά συγκλίνει ( $\varphi_4 = \varphi_3$ ) και επομένως αυτή είναι και η τελική τιμή του πλάτους, η οποία υπολογίζεται στο εξηκονταδικό σύστημα μονάδων:

$$\varphi_{\Sigma} = \frac{0.67777021367 \cdot 180}{\pi} = 38.8333727231 \text{ deg} = 38^{\circ}50'0.14180''$$

2. Το γεωδαιτικό σύστημα παραμένει το ίδιο, οπότε:

$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} = 0.00669438$$

Για να υπολογιστούν οι ελλειψοειδείς συντεταγμένες του σημείου B θα πρέπει η απόσταση να αναχθεί στη γεωδαισιακή γραμμή πάνω στην επιφάνεια του ΕΕΠ.

$$h_A = H_A + N_A = 1530.121\text{m}$$

$$h_B = H_B + N_B = 1394.999\text{m}$$

$$\delta h_{AB} = h_B - h_A = -135.122\text{m}$$

$$\bar{h} = \frac{h_A + h_B}{2} = 1462.56\text{m}$$

Η πρώτη αναγωγή στην κεκλιμένη απόσταση είναι η αναγωγή λόγω κλίσης:

$$\delta s_o = s_o - s = \sqrt{s^2 - \delta h^2} - s = -1.985\text{m}$$

και επομένως

$$s_o = 4598.014\text{m}$$

Η επόμενη και τελευταία αναγωγή (λόγω της αμελητέας αναγωγής στο τόξο) είναι η αναγωγή στη χορδή του ΕΕΠ:

$$\delta S_x = S_x - s_o = \left(1 - \frac{\bar{h}}{R}\right) s_o - s_o = -1.056\text{m}$$

Συνεπώς, η τελική απόσταση της γεωδαισιακής γραμμής μεταξύ των σημείων A και B πάνω στο ελλειψοειδές του GRS80 είναι:

$$S_{AB}^{ΕΕΠ} = S_x = s_o + \delta S_x = 4596.958\text{m}$$

Για την εφαρμογή των εξισώσεων του ευθέως προβλήματος της γεωδαισίας απαραίτητη είναι η μετατροπή των γωνιακών μονάδων σε ακτίνια:

$$\varphi_A = 38 + \frac{59}{60} + \frac{9.999}{3600} = 38.9861108333\text{deg} = \frac{38.9861108333\text{deg} \cdot \pi}{180} = 0.680435996589\text{rad}$$

$$\lambda_A = 0.424502854332\text{rad}$$

$$\alpha_{AB} = \frac{349.9999\text{g} \cdot \pi}{200} = 5.497785573\text{rad}$$

Απαραίτητος είναι ακόμη ο υπολογισμός των ακτίνων καμπυλότητας:

$$N_A = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi_A}} = 6386603.850\text{m}$$

$$M_A = \frac{a(1 - e^2)}{(1 - e^2 \sin^2 \varphi_a)^{3/2}} = 6360703.343\text{m}$$

$$\varphi_B = \varphi_A + \frac{S_{AB} \cos \alpha_{AB}}{M_A} = 0.680435996589 + \frac{4596.958 \cos 5.497785573}{6360703.343} = 0.680947030494 \text{rad}$$

$$\lambda_B = \lambda_A + \frac{S_{AB} \sin \alpha_{AB}}{N_A \cos \varphi_A} = 0.423848069792 \text{rad}$$

*Τελικά:*

$$\varphi_B = 39^\circ 0' 55.40731'' \text{ και}$$

$$\lambda_B = 24^\circ 17' 4.93999''$$

3. Θεωρητική
4. Θεωρητική
5. Θεωρητική