



ΛΥΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

1. Θεωρητική
2. Θεωρητική
3. Τελευταίο ψηφίο του AM:9 --> σύστημα του GPS --> ελλειψοειδές του WGS84
 $\varphi = 38^\circ 24' 23''.99999 = 38^\circ.40666666639 \text{ deg} = 0.670322788 \text{ rad}$
 $\lambda = 23^\circ 46' 04''.99999 = 23^\circ.7680555528 \text{ deg} = 0.414830826193 \text{ rad}$

$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} = 0.00669438$$

$$N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}} = 6386392.324\text{m}$$

$$X = (N + h) \cos \varphi \cos \lambda = 4580959.474\text{m}$$

$$Y = (N + h) \cos \varphi \sin \lambda = 2017393.734\text{m}$$

$$Z = [(1 - e^2)N + h] \sin \varphi = 3941701.925\text{m}$$

4. Για να επιτευχθεί η μέγιστη δυνατή ακρίβεια στο μετασχηματισμό θα πρέπει να υπάρχουν κοινά σημεία στην περιοχή και στα δύο προβολικά συστήματα. Καταρχήν, εφαρμόζεται ένας προσεγγιστικός μετασχηματισμός από την προβολή UTM έως την προβολή TM87 βάσει των γνωστών γενικών παραμέτρων μετασχηματισμού ΔX , ΔY και ΔZ . Αναλυτικά, οι συντεταγμένες των κοινών σημείων μετατρέπονται σε ελλειψοειδείς γεωδαιτικές συντεταγμένες, μέσω των εξισώσεων απεικόνισης, από την προβολή UTM στο ελλειψοειδές του Hayford. Στη συνέχεια, οι γεωδαιτικές συντεταγμένες μετατρέπονται σε ορθογώνιες καρτασιανές συντεταγμένες στο γεωδαιτικό σύστημα ED50. Ακολουθεί ο προσεγγιστικός μετασχηματισμός από το ED50 στο ΕΓΣΑ87 βάσει των γενικών παραμέτρων και στη συνέχεια η μετατροπή των X , Y , Z σε φ , λ , h στο ελλειψοειδές που χρησιμοποιεί το ΕΓΣΑ87 (GRS80) και, τέλος, η μετατροπή σε προβολικές συντεταγμένες στην προβολή TM87. Στα κοινά σημεία υπάρχουν τώρα προσεγγιστικές συντεταγμένες TM87, όπως υπολογίστηκαν παραπάνω, καθώς και πραγματικές συντεταγμένες TM87. Εφαρμόζοντας τοπικά ένα μοντέλο μετασχηματισμού (αφινικό ή, συνηθέστερα, ομοιότητας) είναι δυνατός ο υπολογισμός των τοπικών παραμέτρων, οι οποίες εφαρμόζονται στο σύνολο των υπόλοιπων μη κοινών σημείων.
5. Ο πρώτος υπολογισμός αφορά στην εύρεση της απόστασης στο προβολικό επίπεδο του χάρτη από τις δοθείσες συντεταγμένες:

$$S_{AB}^{\text{TM87}} = \sqrt{\Delta E^2 + \Delta N^2} = 7499.482\text{m}$$

Στη συνέχεια υπολογίζεται ο συντελεστής γραμμικής παραμόρφωσης της απόστασης AB. Επειδή πρόκειται για διαδικασία χάραξης ("από το χάρτη στο έδαφος"), η απόσταση από το χάρτη θα διαιρεθεί με το συντελεστή που θα υπολογιστεί.

$$m_{AB} = m_o \left(1 + \frac{\epsilon'_m{}^2}{2m_o R_m^2} \right)$$

Ο συντελεστής γραμμικής παραμόρφωσης στον κεντρικό μεσημβρινό m_o στην TM87 είναι 0.9996. Ισχύει ακόμα για τη μέση τετμημένη:

$$\mathcal{E}'_m = \mathcal{E}_m - \mathcal{E}_o = \mathcal{E}_m - 500000 \text{ και}$$

$$\mathcal{E}_m = \frac{\mathcal{E}_A + \mathcal{E}_B}{2} = 483699.999\text{m}$$

$$\mathcal{E}'_m = -16300.001\text{m}$$

$$m_{AB} = 0.99960327419$$

Η απόσταση στο ΕΕΠ υπολογίζεται με τη διαίρεση της προβολικής απόστασης με το συντελεστή γραμμικής παραμόρφωσης της ΑΒ:

$$S_{AB}^{EE\Pi} = S_x = \frac{S_{AB}}{m_{AB}} = 7502.458\text{m}$$

Τέλος, η ζητούμενη οριζόντια απόσταση χάραξης υπολογίζεται σε ένα μέσο γεωδαιτικό υψόμετρο:

$$\bar{h} = \bar{H} + \bar{N} = 807.2\text{m}$$

$$S_{AB}^o = \frac{S_{AB}^{EE\Pi}}{\left(1 - \frac{\bar{h}}{R_m}\right)} = 7503.409\text{m}$$

6. Με τη βοήθεια των γεωδαιτικών συντεταγμένων είναι δυνατός ο υπολογισμός της απόστασης της γεωδαισιακής γραμμής ΓΔ στο ΕΕΠ, χρησιμοποιώντας το τυπολόγιο του αντίστροφου γεωδαιτικού προβλήματος. Το ΕΓΣΑ87 χρησιμοποιεί το ΕΕΠ του GRS80.

$$\varphi_\Gamma = 38.4149999972 \text{ deg} = 0.670468232106 \text{ rad}$$

$$\lambda_\Gamma = 19.5449999972 \text{ deg} = 0.341124602253 \text{ rad}$$

$$\varphi_\Delta = 38.4558333306 \text{ deg} = 0.671180908217 \text{ rad}$$

$$\lambda_\Delta = 19.5863888861 \text{ deg} = 0.341846974638 \text{ rad}$$

$$\bar{\varphi} = \frac{\varphi_\Gamma + \varphi_\Delta}{2} = 0.67082457016\text{rad}$$

$$\Delta\varphi = \varphi_\Delta - \varphi_\Gamma = 0.000712676111\text{rad}$$

$$\Delta\lambda = \lambda_\Delta - \lambda_\Gamma = 0.000722372385\text{rad}$$

$$e^2 = 0.00669438$$

$$\bar{M} = 6360102.646\text{m}$$

$$\bar{N} = 6386402.796\text{m}$$

$$\tan\left(\alpha_1 + \frac{\Delta\alpha}{2}\right) = \left\{ \frac{\cos \bar{\varphi} \tan \frac{\Delta\lambda}{2}}{\sin\left(\frac{\bar{M}}{2\bar{N}} \Delta\varphi\right)} \right\} = 0.797249867$$

$$\alpha_1 + \frac{\Delta\alpha}{2} = 0.673061781\text{rad}$$

$$\sin\left(\frac{S}{2\bar{N}}\right) = \frac{\cos \bar{\varphi} \sin \frac{\Delta\lambda}{2}}{\sin\left(\alpha_1 + \frac{\Delta\alpha}{2}\right)} = 4.538470466 \cdot 10^{-4}$$

$$S = S_{\Gamma\Delta}^{EE\Pi} = 5796.900\text{m}$$

Επειδή από την εκφώνηση της άσκησης τα σημεία βρίσκονται κοντά στον κεντρικό μεσημβρινό της προβολής που χρησιμοποιεί το γεωδαιτικό σύστημα, ο συντελεστής γραμμικής παραμόρφωσης της απόστασης θα ισούται με το συντελεστή γραμμικής παραμόρφωσης στον κεντρικό μεσημβρινό της αντίστοιχης κυλινδρικής προβολής του συστήματος που επιλέγεται. Στη συγκεκριμένη περίπτωση το ΕΓΣΑ87 συνοδεύεται από την προβολή TM87 με $m_o = 0.9996$. Επομένως:

$$S_{\Gamma\Delta}^{TM87} = m_o S_{\Gamma\Delta}^{EE\Pi} = 5794.581\text{m}$$