ΓΕΩΔΑΙΣΙΑ

3η παρουσίαση

Βασίλης Δ. Ανδριτσάνος
Δρ. Αγρονόμος - Τοπογράφος Μηχανικός ΑΠΘ
Επίκουρος Καθηγητής ΤΕΙ Αθήνας

4ο εξάμηνο

http://eclass.survey.teiath.gr

Γεωδαισία

Παρουσιάσεις, Ασκήσεις, Σημειώσεις

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ ΤΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ

1. Ορισμός της Γεωδαισίας - Συνδέσεις των γεωεπιστημών - Γνωριμία με τον πλανήτη - Ιστορία της Γεωδαισίας - - Μονάδες μέτρησης - Διεθνής συνεργασία

2. Μοντέλα και επιφάνειες αναφοράς - Συστήματα αναφοράς χώρου και χρόνου - Συντεταγμένες

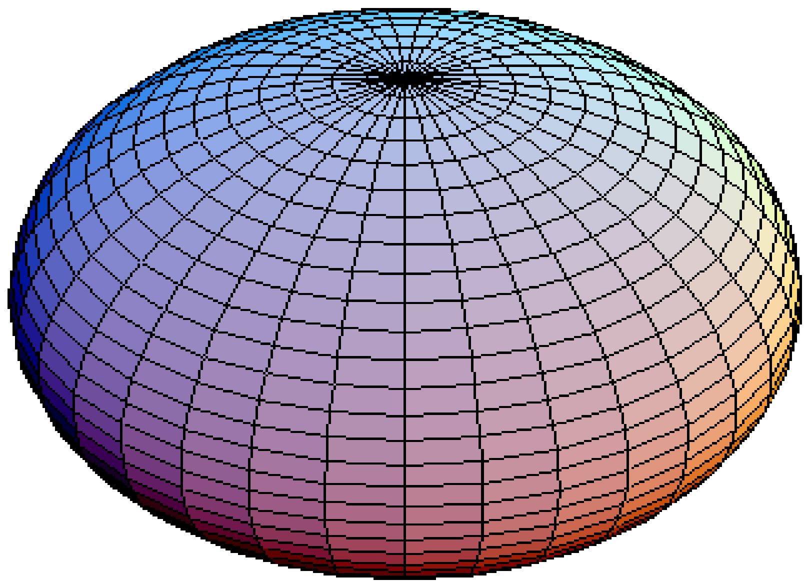
3. Γεωμετρία του ελλειψοειδούς - Θεμελιώδη προβλήματα στην επιφάνεια του ελλειψοειδούς

4. Γεωδαιτικό DATUM - ορισμός και υλοποίηση - Προβολές - αλλαγές προβολικών συστημάτων - αναγωγές στο προβολικό επίπεδο - μετασχηματισμοί

Η ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ ΤΟΥ ΕΛΛΕΙΨΟΕΙΔΟΥΣ

$$a \approx 6378000\mathrm{m}$$

$$b \approx 6356000\mathrm{m}$$



$$f \approx 1/300 \approx 0.0033$$

$$e^2 \approx 1/150 \approx 0.00667$$

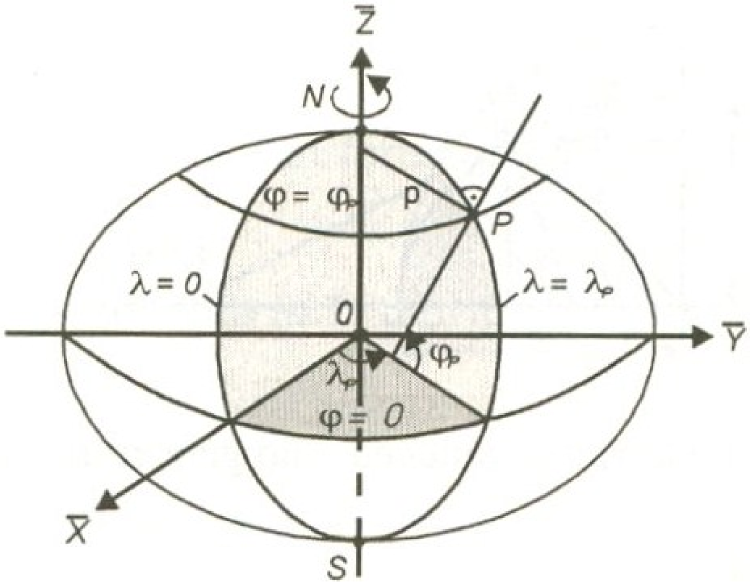
$$f = \frac{a-b}{a}$$

$$e = \sqrt{\frac{a^2-b^2}{a^2}}$$

$$e' = \sqrt{\frac{a^2-b^2}{b^2}}$$

$$\frac{b}{a} = 1 - f = \sqrt{1-e^2} = \frac{1}{\sqrt{1+e'^2}} = \frac{e}{e'}$$

Η ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ ΤΟΥ ΕΛΛΕΙΨΟΕΙΔΟΥΣ



$$\left(\frac{X}{a}\right)^2 + \left(\frac{Y}{b}\right)^2 + \left(\frac{Z}{c}\right)^2 = 1$$

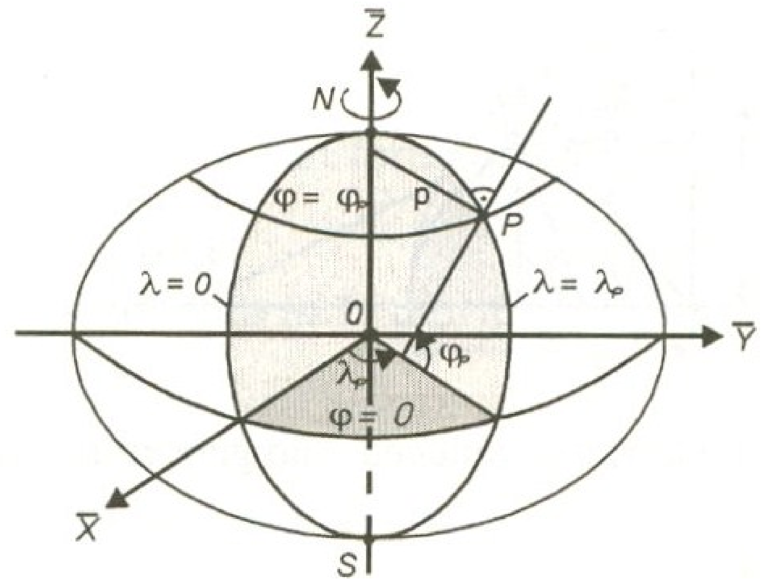
Τριαξονικό ελλειψοειδές

$$\left(\frac{X^2 + Y^2}{a}\right)^2 + \left(\frac{Z}{b}\right)^2 = 1$$

Γεωδαιτικό ελλειψοειδές

Η ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ ΤΟΥ ΕΛΛΕΙΨΟΕΙΔΟΥΣ

$$p = \sqrt{X^2 + Y^2}$$



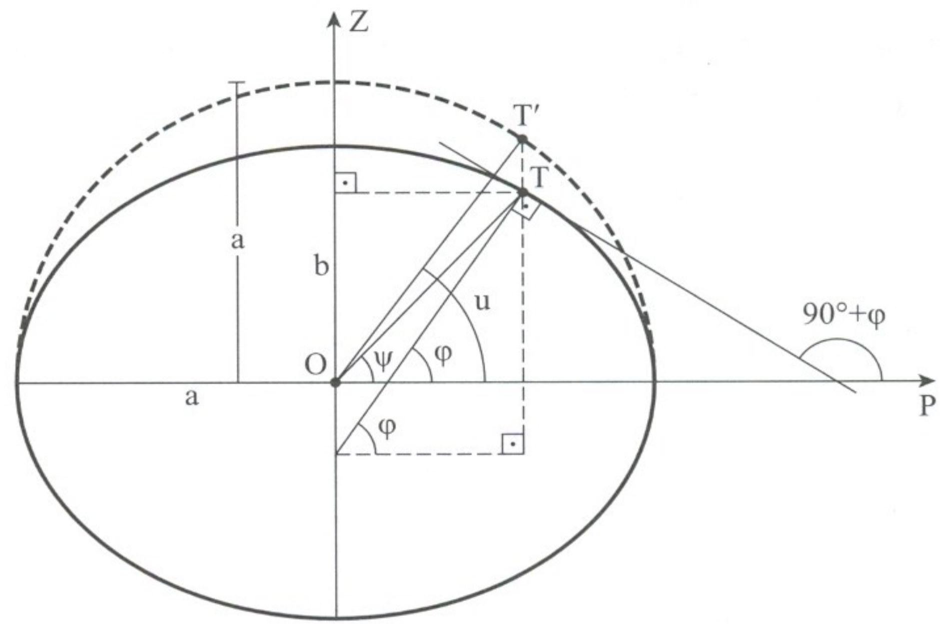
$$\left(\frac{p}{a}\right)^2 + \left(\frac{Z}{b}\right)^2 = 1$$

$$X = p\cos\lambda$$

$$\tan\psi = \frac{Z}{p}$$

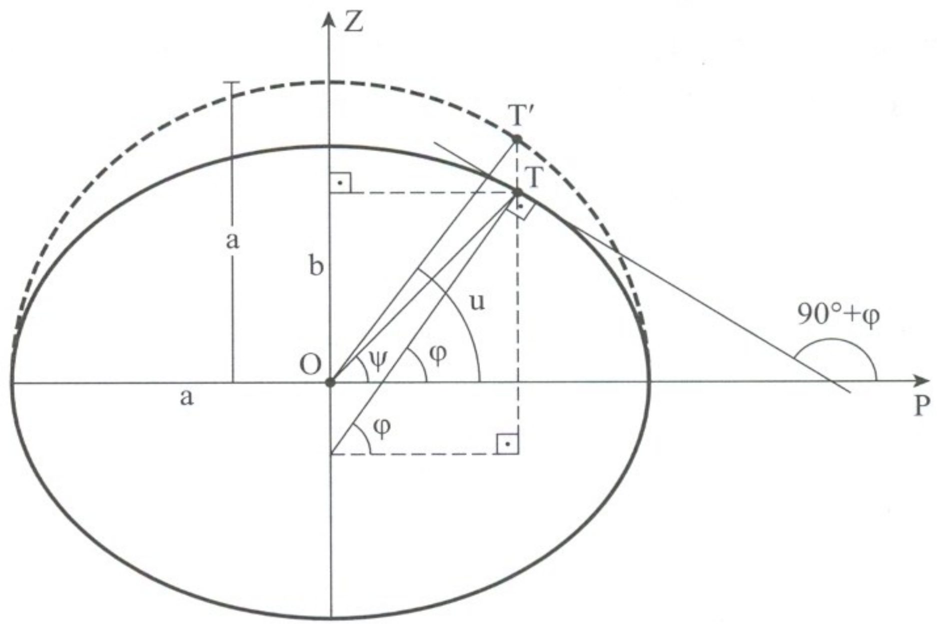
$$Y = p\sin\lambda$$

Η ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ ΤΟΥ ΕΛΛΕΙΨΟΕΙΔΟΥΣ



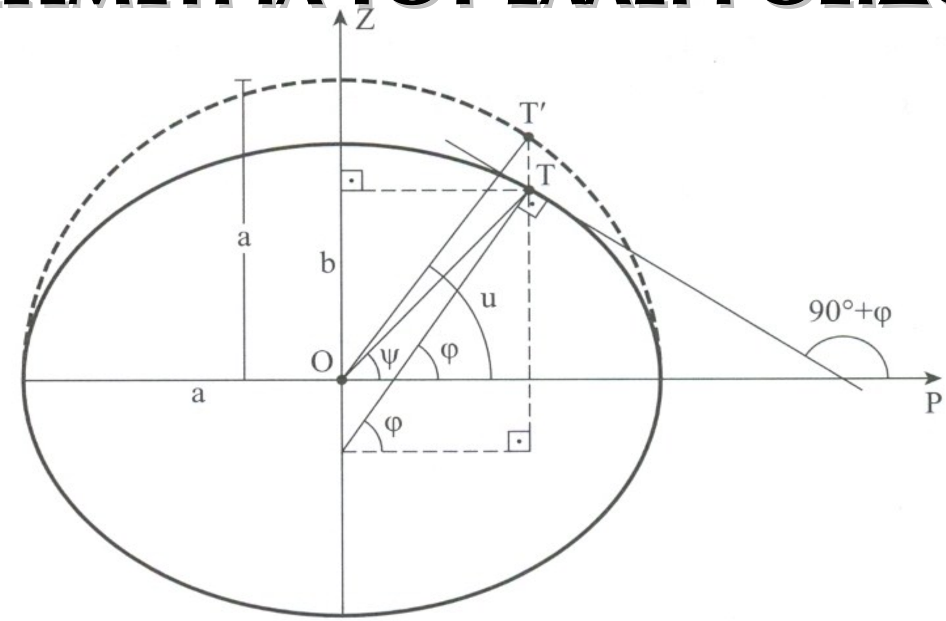
Γεωκεντρική γωνία *ψ* ή **γεωκεντρικό πλάτος** σημείου Τ είναι η γωνία πάνω στη μεσημβρινή έλλειψη από το ισημερινό επίπεδο μέχρι τη ακτίνα από το γεώκεντρο στο σημείο Τ

Η ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ ΤΟΥ ΕΛΛΕΙΨΟΕΙΔΟΥΣ



Αν με κέντρο το Ο φέρουμε κύκλο ακτίνας a και από το Τ παράλληλη προς τον Ζ ορίζεται το Τ′ και η γωνια u που ονομάζεται **ανηγμένο πλάτος**

Η ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ ΤΟΥ ΕΛΛΕΙΨΟΕΙΔΟΥΣ



$$\tan \psi = \frac{b}{a} \tan u = \sqrt{1 - e^2} \tan u$$

Για φ≈45°, η μέγιστη διαφορά φ-ψ είναι 12′ και φ-u είναι 5′30′′

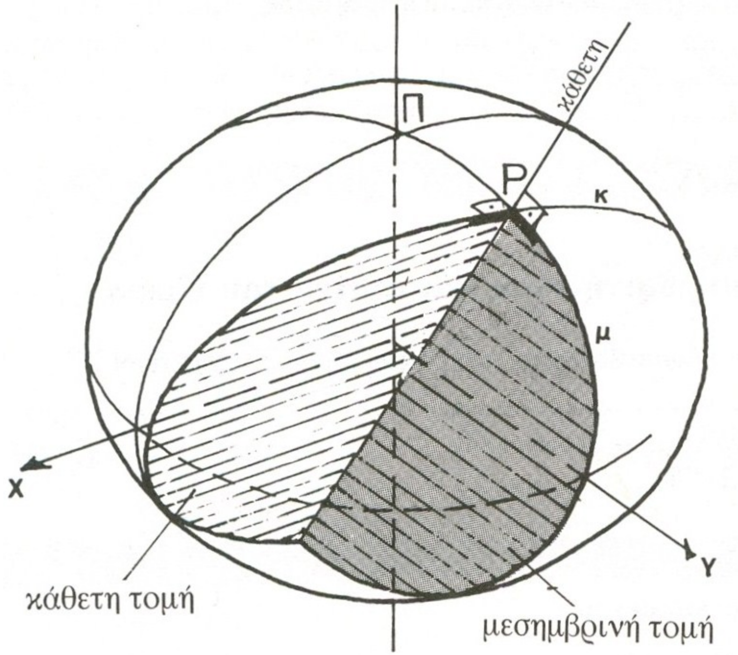
ΑΚΤΙΝΕΣ ΚΑΜΠΥΛΟΤΗΤΑΣ ΤΟΥ ΕΛΛΕΙΨΟΕΙΔΟΥΣ

Κάθετο επίπεδο: κάθε επίπεδο που περιέχει μία κάθετη στο ελλειψοειδές (μεσημβρινό επιπέδο, ισημερινό επίπεδο)

Κάθετη τομή: η τομή του καθέτου επιπέδου με το ελλειψοειδές

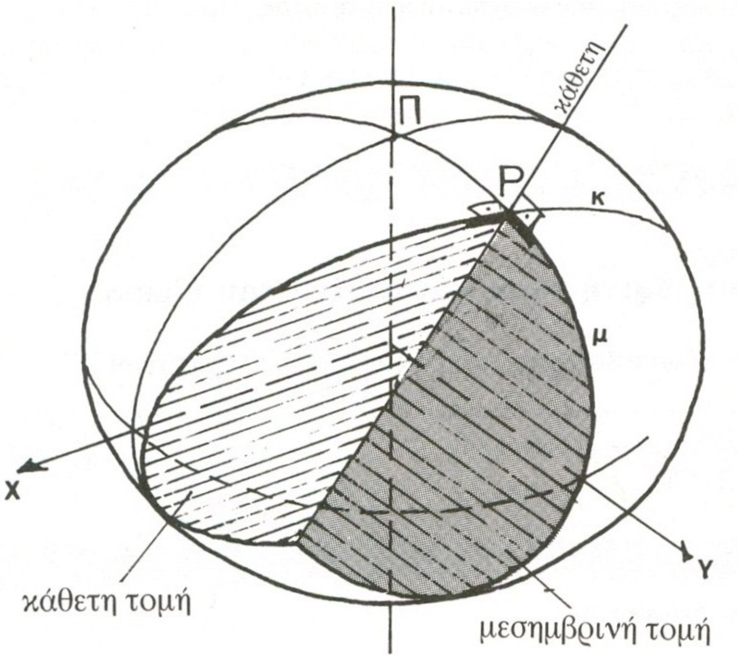
- Όλοι οι μεσημβρινοί αποτελούν κάθετες τομές
- Μόνο ο ισημερινός από τους παράλληλους κύκλους είναι κάθετη τομή

ΑΚΤΙΝΕΣ ΚΑΜΠΥΛΟΤΗΤΑΣ ΤΟΥ ΕΛΛΕΙΨΟΕΙΔΟΥΣ



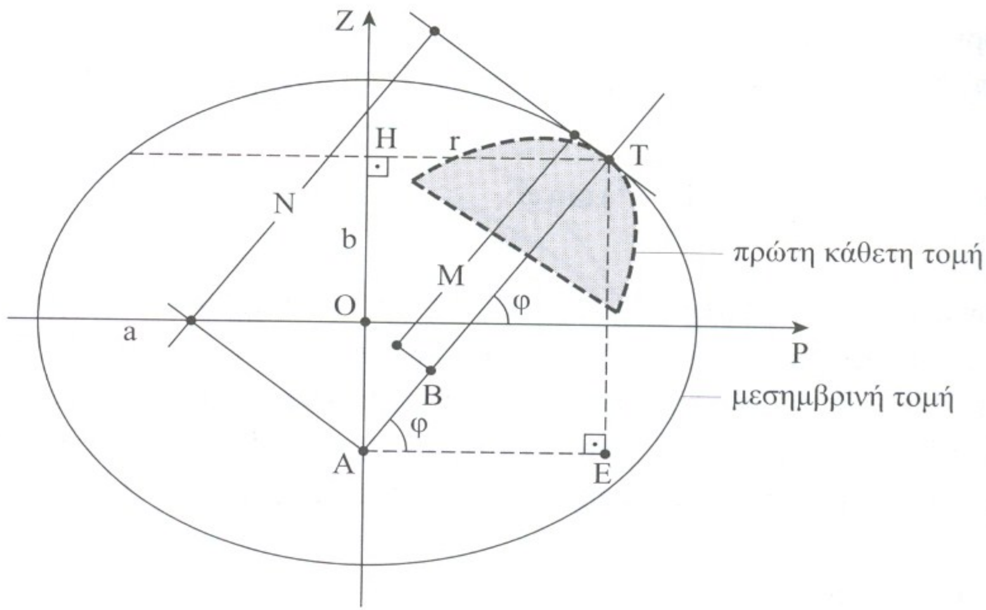
Μεσημβρινή τομή: είναι η τομή του μεσημβρινού επιπέδου με το ελλειψοειδές
Πρώτη κάθετη τομή: η κάθετη τομή στη μεσημβρινή τομή ενός σημείου Τ
Κύριες κάθετες τομές: η μεσημβρινή και η πρώτη κάθετη τομή.

ΑΚΤΙΝΕΣ ΚΑΜΠΥΛΟΤΗΤΑΣ ΤΟΥ ΕΛΛΕΙΨΟΕΙΔΟΥΣ



Οι μεσημβρινοί και οι παράλληλοι αποτελούν τις **γραμμές καμπυλότητας** του ελλειψοειδούς εκ περιστροφής

ΑΚΤΙΝΕΣ ΚΑΜΠΥΛΟΤΗΤΑΣ ΤΟΥ ΕΛΛΕΙΨΟΕΙΔΟΥΣ



Η απόσταση από το σημείο Τ μέχρι την τομή της καθέτου του Τ με το μικρό ημιάξονα ονομάζεται **ακτίνα καμπυλότητας** Ν **της πρώτης κάθετης τομής**

Η ακτίνα καμπυλότητας Μ (=ΤΒ) ονομάζεται **ακτίνα καμπυλότητας της μεσημβρινής τομής**

ΑΚΤΙΝΕΣ ΚΑΜΠΥΛΟΤΗΤΑΣ ΤΟΥ ΕΛΛΕΙΨΟΕΙΔΟΥΣ

$$\mathrm{M} = \frac{\mathrm{a}(1-\mathrm{e}^2)}{(1-\mathrm{e}^2\sin^2\varphi)^{3/2}} \qquad \mathrm{N} = \frac{\mathrm{a}}{\sqrt{1-\mathrm{e}^2\sin^2\varphi}}$$

Οποιαδήποτε άλλη τομή στο ελλειψοειδές ονομάζεται **κάθετη τομή σε τυχαίο αζιμούθιο α (Θεώρημα Euler)**

Ακτίνα καμπυλότητας κάθετης τομής σε τυχαίο αζιμούθιο α

$$\mathrm{R}_\alpha = \frac{\mathrm{MN}}{\mathrm{M}\sin^2\alpha + \mathrm{N}\cos^2\alpha}$$

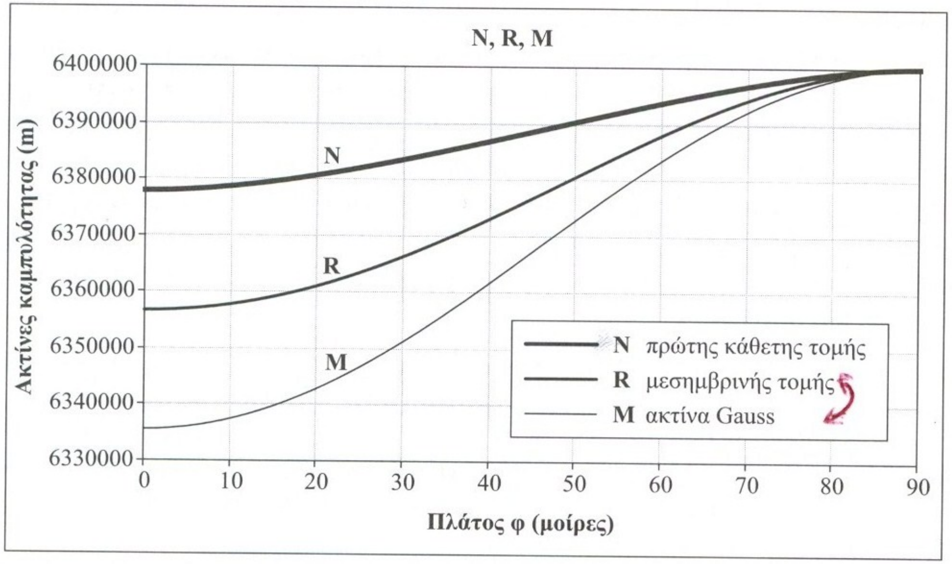
ΑΚΤΙΝΕΣ ΚΑΜΠΥΛΟΤΗΤΑΣ ΤΟΥ ΕΛΛΕΙΨΟΕΙΔΟΥΣ

Η μέση τιμή των απείρων ακτίνων καμπυλότητας των κάθετων τομών σε τυχόν σημείο του ελλειψοειδούς αντιστοιχεί στην **εγγύτατη σφαίρα,** η οποία προσεγγίζει το ελλειψοειδές και έχει ακτίνα R (**μέση ακτίνα καμπυλότητας ή ακτίνα Gauss**)

$$\mathrm{R} = \sqrt{\mathrm{MN}}$$

$$\mathrm{M} \leq \mathrm{R} \leq \mathrm{N}$$

$$\mathrm{N} = \mathrm{M}(1 + \mathrm{e}'^2 \cos^2 \varphi)$$

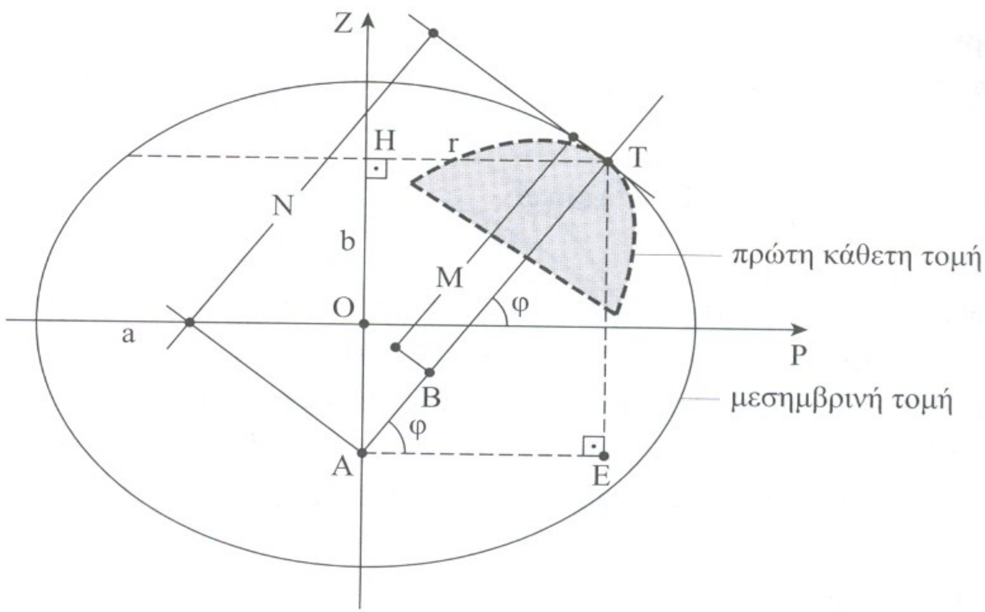


ΘΕΩΡΗΜΑ ΤΟΥ MEUSNIER

Παρέχει τη σχέση σύνδεσης της ακτίνας καμπυλότητας της πρώτης κάθετης τομής συναρτήσει των παραμέτρων ορισμού του ελλειψοειδούς αναφοράς και του γεωδαιτικού πλάτους

$$r = N\cos\phi$$

$$N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2\sin^2\varphi}}$$



ΣΦΑΙΡΑ GAUSS

Είναι η βέλτιστη σφαίρα που αντικαθιστά το ελλειψοειδές βάσει κριτηρίων:

1. Έχει ακτίνα τη μέση τιμή των ημιαξόνων

$$\mathrm{R_m} = \frac{2\mathrm{a} + \mathrm{b}}{3}$$

2. Έχει ίση επιφάνεια με το ελλειψοειδές

$$\mathrm{R_s} = \mathrm{a}\sqrt{\left(\frac{1}{2} - \frac{1-\mathrm{e}^2}{4\mathrm{e}}\ln\frac{1-\mathrm{e}}{1+\mathrm{e}}\right)}$$

3. Έχει ίσο όγκο με το ελλειψοειδές

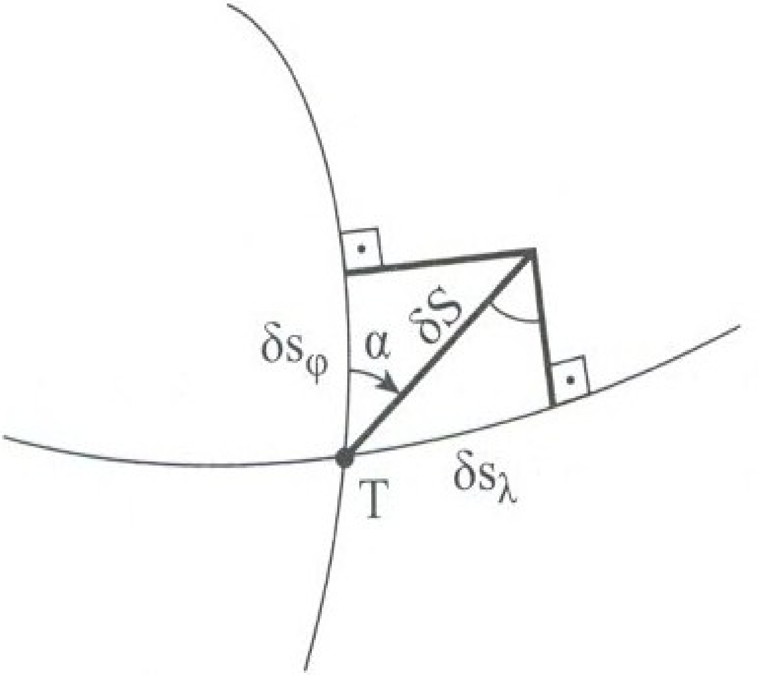
$$\mathrm{R_v} = \sqrt[3]{a^2 b}$$

$$\mathrm{R_{mean}} \approx 6371000\mathrm{m}$$

ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΗ ΕΡΜΗΝΕΙΑ

$$\varphi \rightarrow \mathrm{d}\varphi \rightarrow \mathrm{dS}_\varphi$$

Ο λόγος της στοιχειώδους μεταβολής του μήκους Sφ προς την αντίστοιχη στοιχειώδη μεταβολή του φ είναι η **ακτίνα καμπυλότητας του μεσημβρινού** σε σημείο πλάτους φ

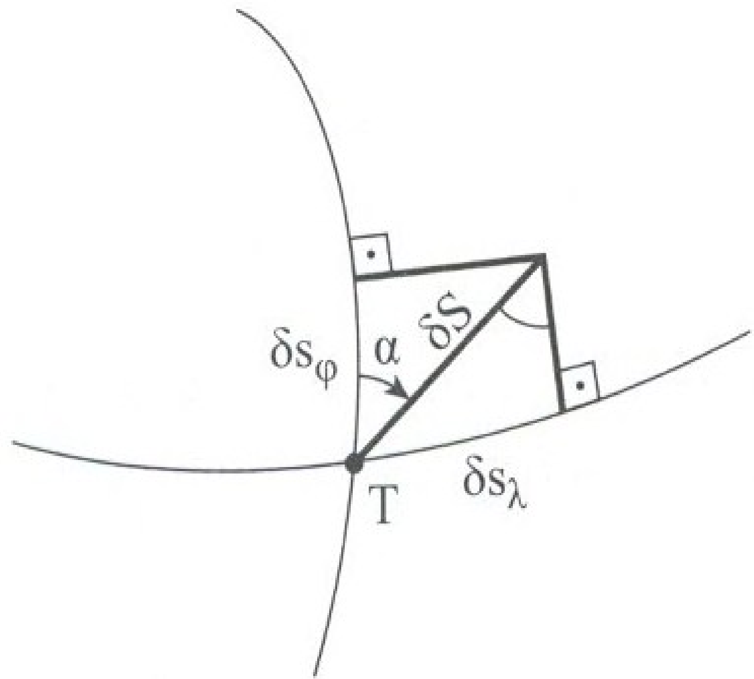


$$\mathrm{M} = \frac{\mathrm{dS}_\varphi}{\mathrm{d}\varphi}$$

ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΗ ΕΡΜΗΝΕΙΑ

$$\lambda \rightarrow \mathrm{d}\lambda \rightarrow \mathrm{dS}_\lambda$$

Ο λόγος της στοιχειώδους μεταβολής του μήκους τόξου Sλ προς την αντίστοιχη στοιχειώδη μεταβολή του λ είναι η **ακτίνα καμπυλότητας του παράλληλου δηλ. η ακτίνα του παράλληλου** σε σημείο πλάτους φ



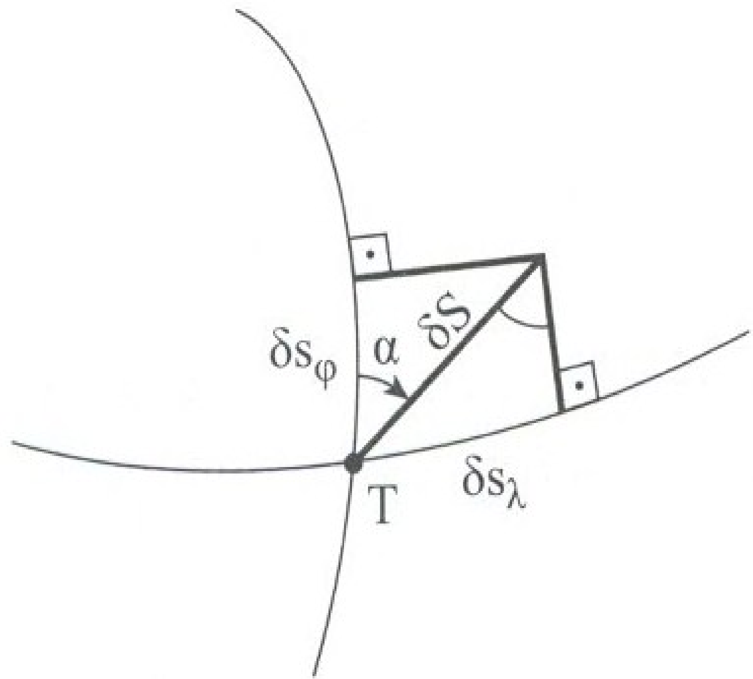
$$\mathrm{r} = \frac{\mathrm{dS}_\lambda}{\mathrm{d}\lambda} \qquad \mathrm{N} = \frac{\mathrm{dS}_\lambda}{\mathrm{d}\lambda \cos\varphi}$$

$$\mathrm{r} = \mathrm{N}\cos\varphi$$

ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΗ ΕΡΜΗΝΕΙΑ

$$\begin{bmatrix} dS_\lambda \\ dS_\varphi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N\cos\varphi & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\lambda \\ d\varphi \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} d\lambda \\ d\varphi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{N\cos\varphi} & 0 \\ 0 & \frac{1}{M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dS_\lambda \\ dS_\varphi \end{bmatrix}$$



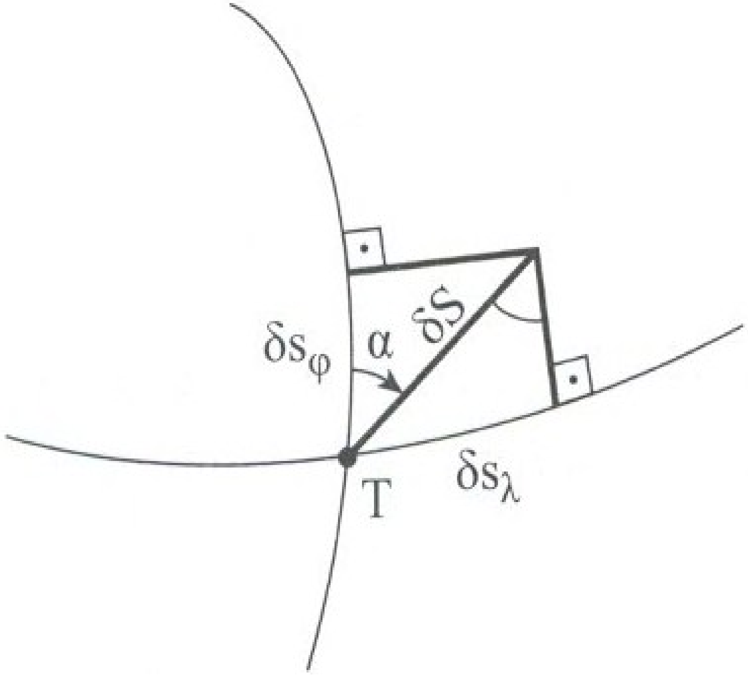
Εκφράζουν τις στοιχειώδεις μετατοπίσεις σημείου του ΕΕΠ συναρτήσει των βασικών ακτίνων καμπυλότητας

ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΗ ΕΡΜΗΝΕΙΑ

$$dS^2 = dS_\lambda^2 + dS\varphi^2$$

$$\frac{dS_\varphi}{dS} = \cos\alpha$$

$$\frac{dS_\lambda}{dS} = \sin\alpha$$



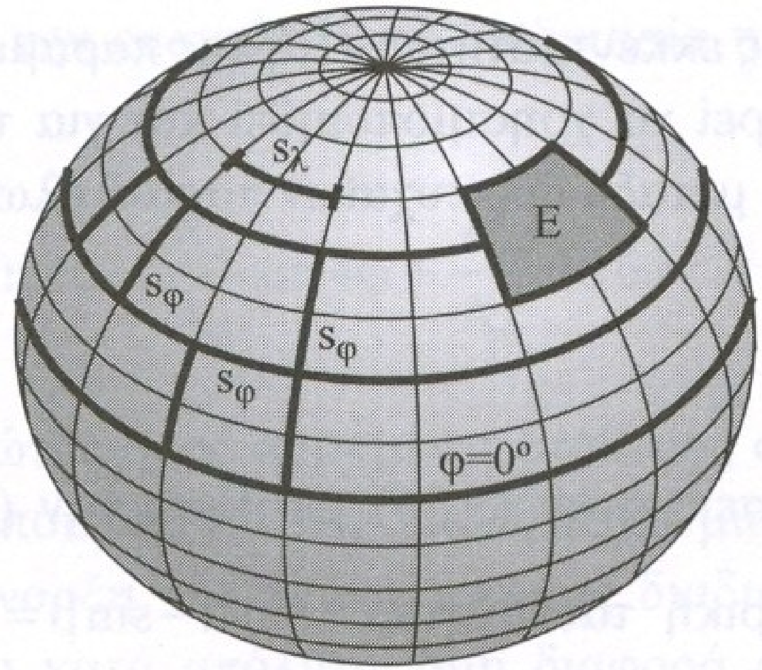
$$dS = M(1+\tan^2\alpha)d\varphi$$

$$dS = N\cos\varphi(1+\cot^2\alpha)d\lambda$$

Το στοιχειώδες μήκος τυχούσας κάθετης τομής συναρτήσει των κύριων ακτίνων καμπυλότητας του ΕΕΠ

ΜΗΚΟΣ ΤΟΞΟΥ ΜΕΣΗΜΒΡΙΝΟΥ

$$\mathrm{dS}_{\varphi} = \mathrm{M}\mathrm{d}\varphi \Rightarrow$$



$$\mathrm{W} = \sqrt{1 - \mathrm{e}^2 \sin^2 \varphi}$$

$$\mathrm{S}_{\varphi} = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \mathrm{M}\mathrm{d}\varphi = \mathrm{a}(1 - \mathrm{e}^2) \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \frac{1}{\mathrm{W}^3} \mathrm{d}\varphi$$

ΜΗΚΟΣ ΤΟΞΟΥ ΜΕΣΗΜΒΡΙΝΟΥ

Με αφετηρία τον ισημερινό αναζητείται το μήκος τόξου μεσημβρινού έως του σημείου με πλάτος φ

$$\mathrm{S}_{\varphi} = \mathrm{a}(\mathrm{A}_0\varphi - \mathrm{A}_2 \sin 2\varphi + \mathrm{A}_4 \sin 4\varphi - \mathrm{A}_6 \sin 6\varphi)$$

$$\mathrm{A}_0 = 1 - \frac{1}{4}\mathrm{e}^2 - \frac{3}{64}\mathrm{e}^4 - \frac{5}{256}\mathrm{e}^6$$

$$\mathrm{A}_2 = \frac{3}{8}\mathrm{e}^2\left(1 + \frac{1}{4}\mathrm{e}^2 + \frac{15}{128}\mathrm{e}^4\right)$$

$$\mathrm{A}_4 = \frac{15}{256}\mathrm{e}^4\left(1 + \frac{3}{4}\mathrm{e}^2\right)$$

ΠΡΟΣΟΧΗ ΣΕ RAD!!

$$\mathrm{A}_6 = \frac{35}{3072}\mathrm{e}^6$$

ΜΗΚΟΣ ΤΟΞΟΥ ΜΕΣΗΜΒΡΙΝΟΥ

Γενική μορφή μεταξύ δύο παραλλήλων πλάτους φ_1 και φ_2

$$\mathrm{S}_{\Delta\varphi} = \mathrm{S}_{\varphi_2} - \mathrm{S}_{\varphi_1}$$

$$\mathrm{S}_{\Delta\varphi} = \mathrm{a}(\mathrm{A}_0\Delta\varphi - 2\mathrm{A}_2\sin\Delta\varphi\cos 2\bar{\varphi} + 2\mathrm{A}_4\sin 2\Delta\varphi\cos 4\bar{\varphi} - 2\mathrm{A}_6\sin 3\Delta\varphi\cos 6\bar{\varphi})$$

$$\mathrm{A}_0 = 1 - \frac{1}{4}\mathrm{e}^2 - \frac{3}{64}\mathrm{e}^4 - \frac{5}{256}\mathrm{e}^6$$

$$\mathrm{A}_2 = \frac{3}{8}\mathrm{e}^2\left(1 + \frac{1}{4}\mathrm{e}^2 + \frac{15}{128}\mathrm{e}^4\right)$$

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$$

$$\mathrm{A}_4 = \frac{15}{256}\mathrm{e}^4\left(1 + \frac{3}{4}\mathrm{e}^2\right)$$

$$\bar{\varphi} = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}$$

$$\mathrm{A}_6 = \frac{35}{3072}\mathrm{e}^6$$

ΠΡΟΣΟΧΗ ΣΕ RAD!!

ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΠΛΑΤΟΥΣ φ ΑΠΟ ΓΝΩΣΤΟ ΜΗΚΟΣ ΤΟΞΟΥ ΜΕΣΗΜΒΡΙΝΟΥ

Δίνεται σημείο στον ισημερινό και ζητείται το πλάτος σημείου φ όταν είναι γνωστό το μήκος του μεσημβρινού τόξου που ενώνει τα δύο σημεία

$$\varphi = \frac{S_\varphi}{aA_0} + \frac{A_2}{A_0}\sin 2\varphi_0 - \frac{A_4}{A_0}\sin 4\varphi_0 + \frac{A_6}{A_0}\sin 6\varphi_0$$

$$A_0 = 1 - \frac{1}{4}e^2 - \frac{3}{64}e^4 - \frac{5}{256}e^6 \qquad A_2 = \frac{3}{8}e^2\left(1 + \frac{1}{4}e^2 + \frac{15}{128}e^4\right)$$

$$A_4 = \frac{15}{256}e^4\left(1 + \frac{3}{4}e^2\right) \qquad A_6 = \frac{35}{3072}e^6$$

Για φ από τον ισημερινό

$$\varphi_0 = \frac{S_\varphi}{aA_0}$$

Όριο σύγκλισης π.χ. 0′′.00005 (περίπου 3 φορές)

ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΠΛΑΤΟΥΣ φ ΑΠΟ ΓΝΩΣΤΟ ΜΗΚΟΣ ΤΟΞΟΥ ΜΕΣΗΜΒΡΙΝΟΥ

Γενική μορφή μεταξύ δύο παραλλήλων πλάτους φ_1 και φ_2

$$\Delta\varphi^1 = \frac{S_{\Delta\varphi}}{aA_0} + 2\frac{A_2}{A_0}\sin\Delta\varphi^o\cos 2\bar{\varphi}^o - 2\frac{A_4}{A_0}\sin 2\Delta\varphi^o\cos 4\bar{\varphi}^o + 2\frac{A_6}{A_0}\sin 3\Delta\varphi^o\cos 6\bar{\varphi}^o)$$

$$A_0 = 1 - \frac{1}{4}e^2 - \frac{3}{64}e^4 - \frac{5}{256}e^6$$

$$A_2 = \frac{3}{8}e^2\left(1 + \frac{1}{4}e^2 + \frac{15}{128}e^4\right)$$

$$A_4 = \frac{15}{256}e^4\left(1 + \frac{3}{4}e^2\right)$$

$$A_6 = \frac{35}{3072}e^6$$

$$\Delta\varphi^o = \frac{S_{\Delta\varphi}}{aA_0}$$

$$\bar{\varphi}^o = \varphi_1 + \frac{\Delta\varphi^o}{2}$$

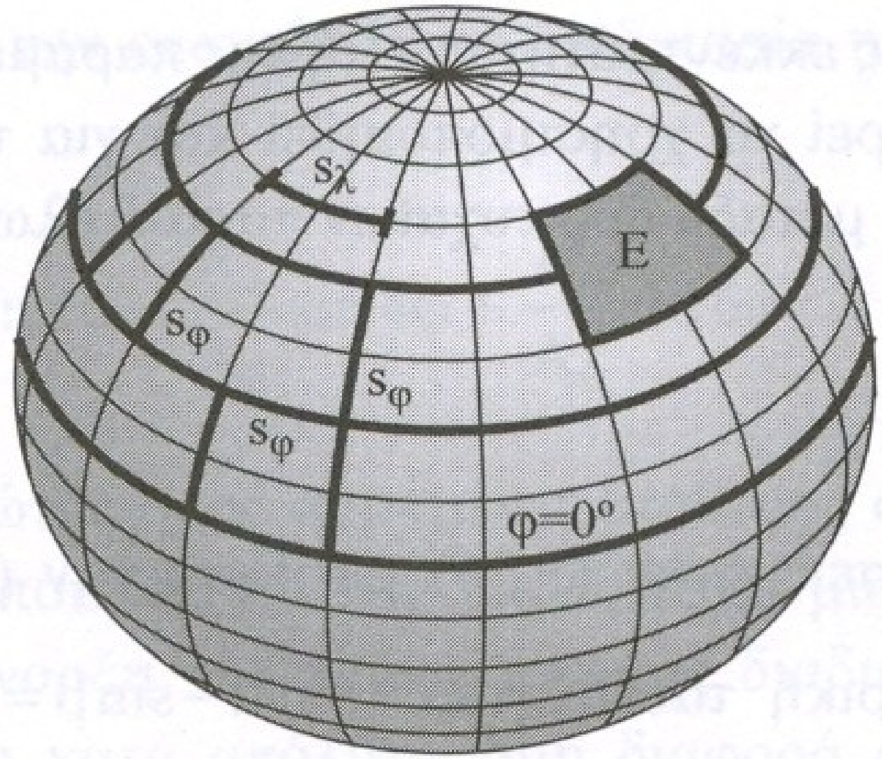
$$|\Delta\varphi^o - \Delta\varphi^1| \leq 0''.00005$$

Ελλάδα: $1^o \approx 111$ km

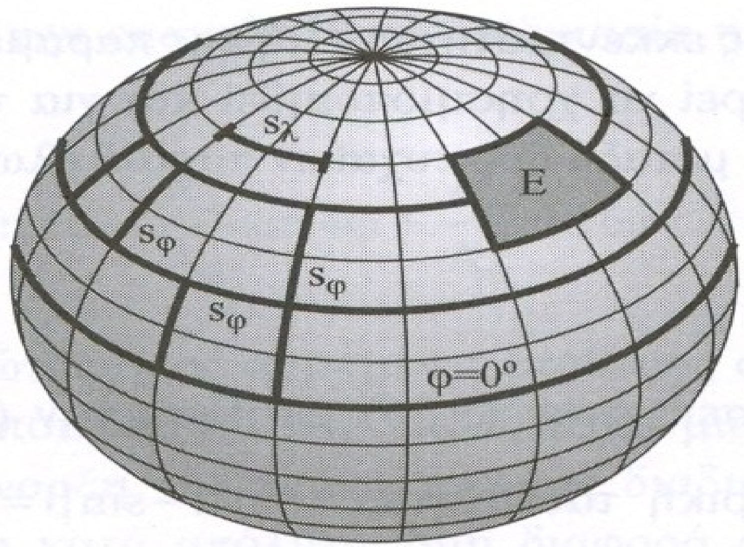
ΜΗΚΟΣ ΤΟΞΟΥ ΠΑΡΑΛΛΗΛΟΥ

$$S_{\Delta\lambda} = r\Delta\lambda = N\cos\varphi\Delta\lambda$$

Ελλάδα: 1° ≈ 85 km



ΕΜΒΑΔΟΝ ΕΛΛΕΙΨΟΕΙΔΟΥΣ ΤΡΑΠΕΖΙΟΥ



$$dE = dS_\lambda dS_\varphi = r d\lambda M d\varphi$$

$$dE = a^2(1-e^2)d\lambda \frac{1}{(1-e^2\sin^2\varphi)^2}\cos\varphi d\varphi$$

$$E = \frac{a^2(1-e^2)\Delta\lambda}{2}\left(\frac{\sin\varphi_2}{W_2^2} - \frac{\sin\varphi_1}{W_1^2} + \frac{1}{2e}\ln\frac{(1+e\sin\varphi_2)(1-e\sin\varphi_1)}{(1-e\sin\varphi_2)(1+e\sin\varphi_1)}\right)$$

ΕΜΒΑΔΟΝ ΚΑΙ ΟΓΚΟΣ ΕΛΛΕΙΨΟΕΙΔΟΥΣ

Συνολικό εμβαδόν ελλειψοειδούς

$$\mathrm{E} = 2\pi \mathrm{a}^2 + \left(\frac{\pi \mathrm{b}^2}{\mathrm{e}}\right) \ln\left(\frac{1+\mathrm{e}}{1-\mathrm{e}}\right)$$

Συνολικό όγκος ελλειψοειδούς

$$\mathrm{V} = \frac{4}{3}\pi \mathrm{a}^2 \mathrm{b}$$

ΓΡΑΜΜΕΣ ΤΟΥ ΕΛΛΕΙΨΟΕΙΔΟΥΣ

Για την επίλυση των **γεωδαιτικών προβλημάτων στο ελλειψοειδές** (αντίστοιχα με τα θεμελιώδη προβλήματα της Τοπογραφίας) πρέπει όλες οι παρατηρήσεις της γήινης επιφάνειας **να αναχθούν κατάλληλα** στο ελλειψοειδές αναφοράς

Ποιά γραμμή είναι η αντίστοιχη της ευθείας του επιπέδου στο ελλειψοειδές;

Αναζητούμε τη γραμμή πάνω στην επιφάνεια του ελλειψοειδούς που ενώνει δύο σημεία **αμφιμονοσήμαντα** ("...από δύο σημεία στο επίπεδο περνά μία και μόνο γραμμή...")

ΓΡΑΜΜΕΣ ΤΟΥ ΕΛΛΕΙΨΟΕΙΔΟΥΣ

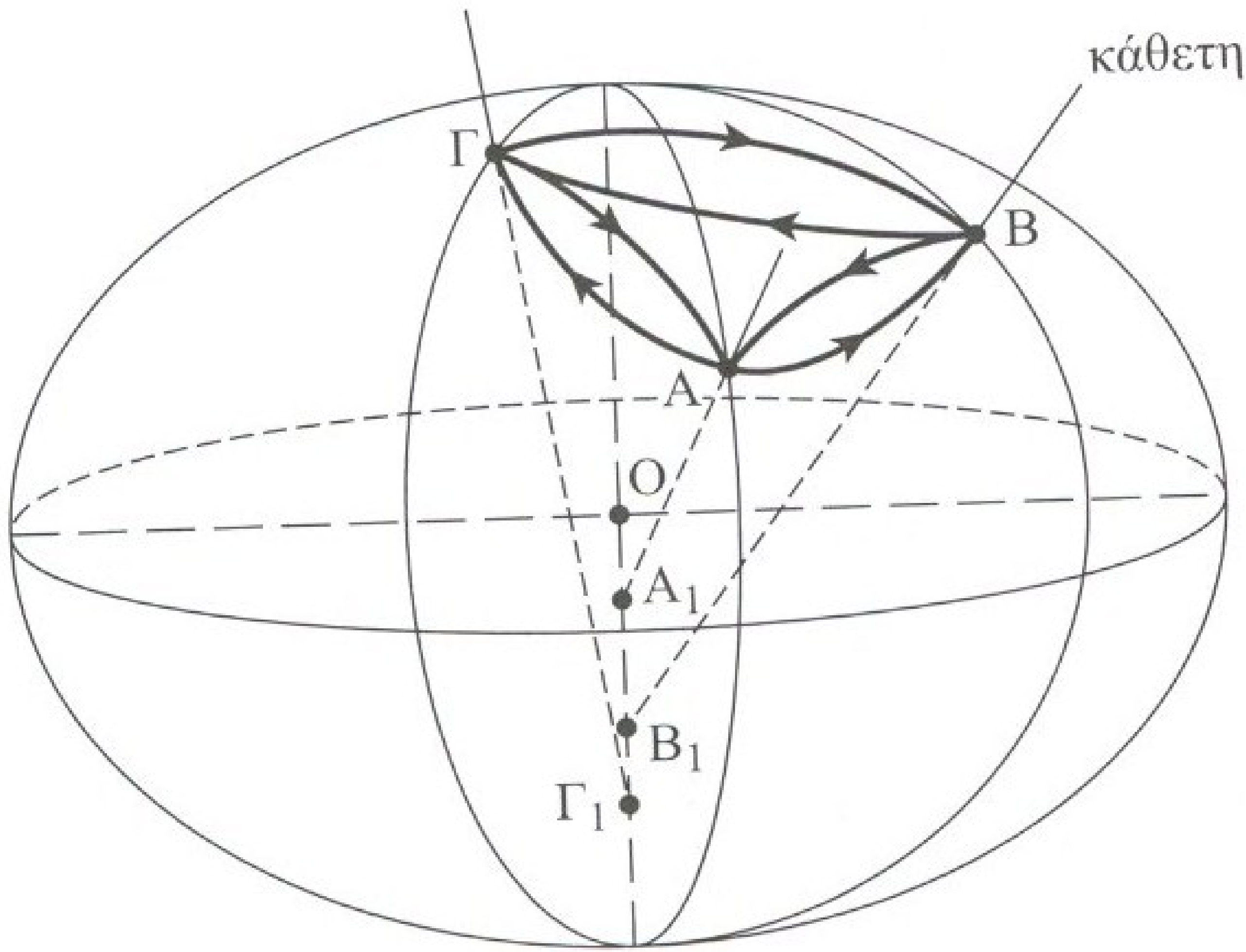
Κάθετη τομή μεταξύ δύο σημείων από το P_1 στο P_2 την τομή του κάθετου επιπέδου που ορίζεται από την κάθετη στο P_1 και το σημείο P_2 και **αντίστροφη κάθετη τομή** το αντίστροφο

Όταν τα σημεία βρίσκονται πάνω στον ίδιο μεσημβρινό ή τον ίδιο παράλληλο οι δύο κάθετες τομές ταυτίζονται

Η κάθετη τομή δεν είναι η γραμμή που αναζητούμε: μεταξύ δύο τυχαίων σημείων του ελλειψοειδούς δεν αντιστοιχεί <u>μία και μόνο γραμμή</u>

<u>ΖΗΤΟΥΜΕΝΟ Η ΑΜΦΙΜΟΝΟΣΗΜΑΝΤΗ ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΙΑ</u>

ΓΡΑΜΜΕΣ ΤΟΥ ΕΛΛΕΙΨΟΕΙΔΟΥΣ



ΓΡΑΜΜΕΣ ΤΟΥ ΕΛΛΕΙΨΟΕΙΔΟΥΣ

Γεωδαισιακή γραμμή: γραμμή του ελλειψοειδούς της οποίας κάθε σημείο αντιστοιχεί σε ένα και μόνο σημείο της αντίστοιχης ευθείας γραμμής στο χώρο και ταυτόχρονα έχει **ελάχιστο μήκος**

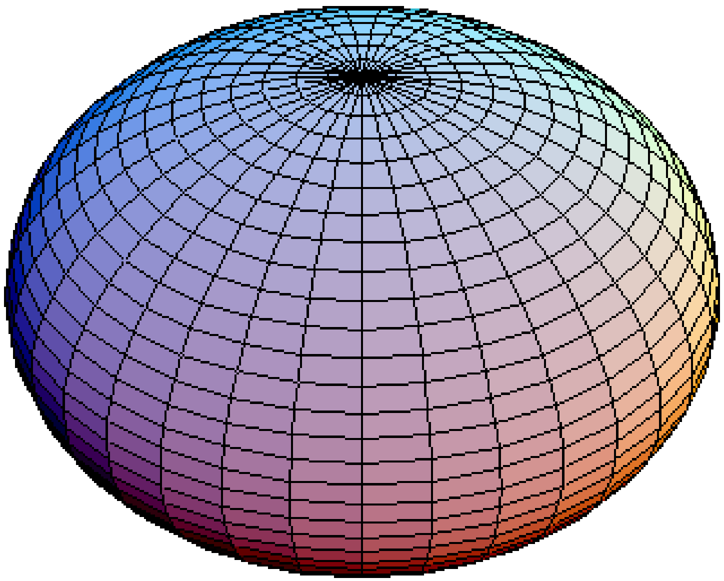
Σε κάθε σημείο της περιέχει την κάθετη στο ελλειψοειδές

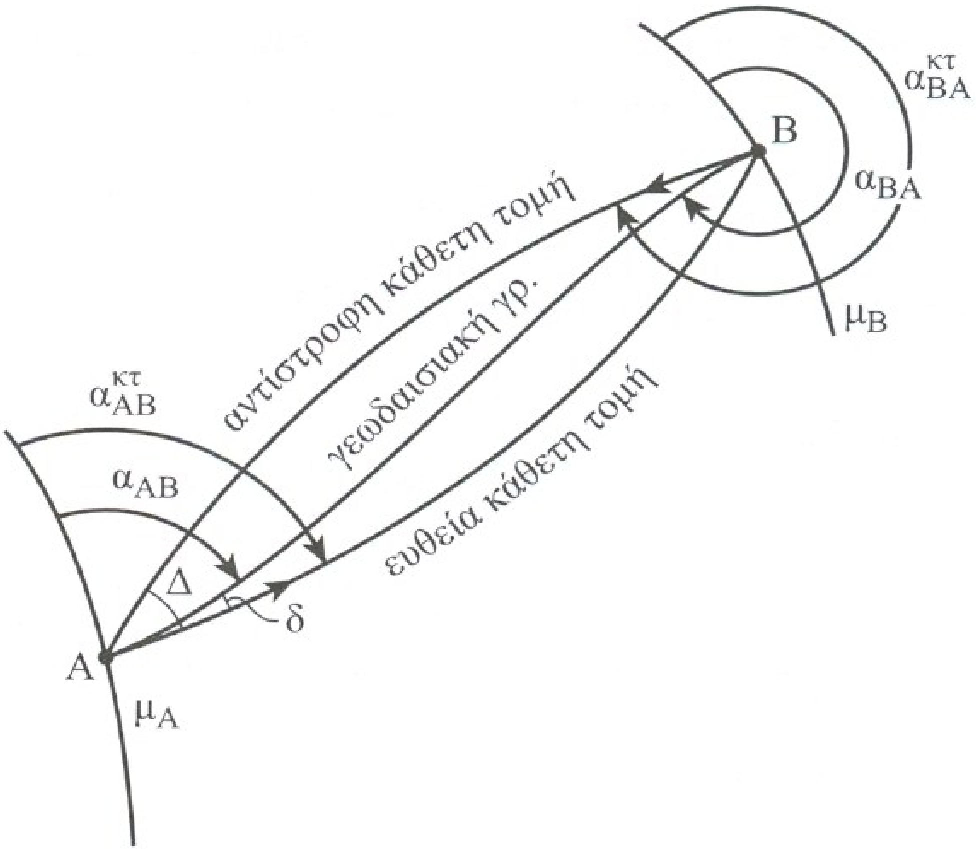
Ισχύει το **θεώρημα του Clairaut**: το γινόμενο της ακτίνας του παράλληλου κύκλου με το ημίτονο του αζιμουθίου της γεωδαισιακής γραμμής είναι σταθερό

$$\mathrm{r}\sin\alpha = \mathrm{N}\cos\varphi\sin\alpha = \mathrm{c}$$

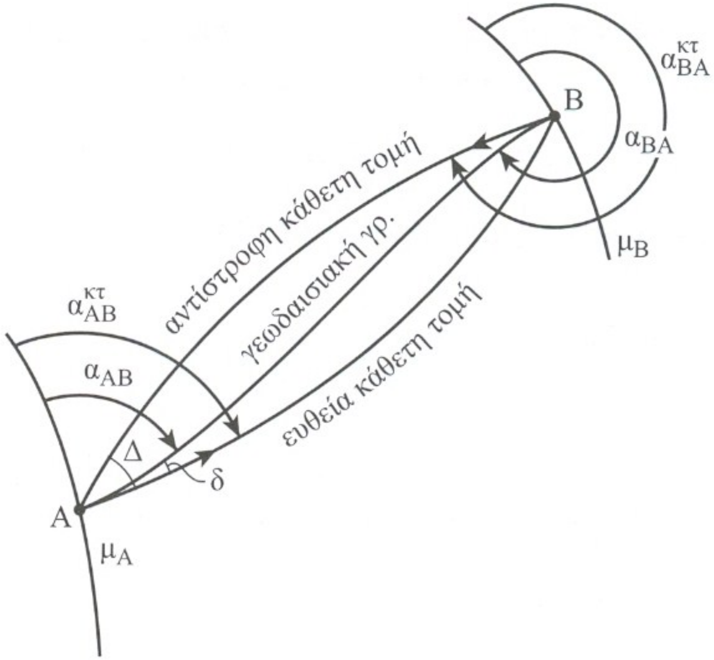
Αναγκαία αλλά όχι και ικανή συνθήκη: <u>Ο παράλληλος κύκλος για τον οποίο ισχύει το θεώρημα δεν αποτελεί γεωδαισιακή γραμμή</u>

ΓΡΑΜΜΕΣ ΤΟΥ ΕΛΛΕΙΨΟΕΙΔΟΥΣ





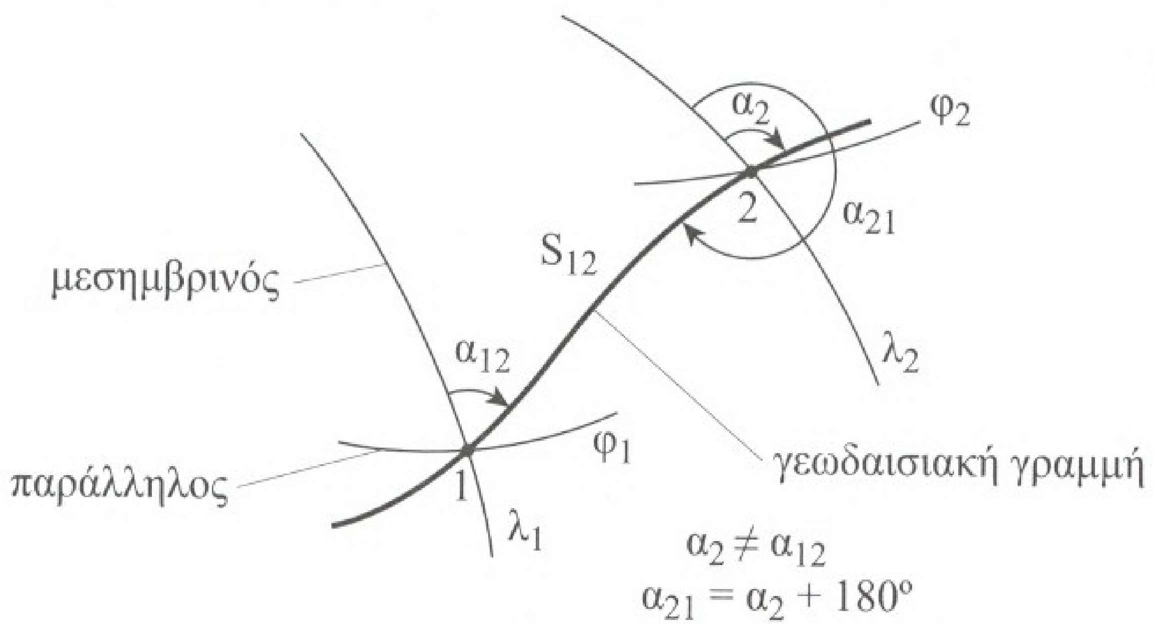
ΓΡΑΜΜΕΣ ΤΟΥ ΕΛΛΕΙΨΟΕΙΔΟΥΣ



$$\Delta'' = \rho'' \frac{1}{4} \frac{e^2 S^2 \cos^2 \bar{\varphi} \sin 2\alpha_{AB}^{\kappa\tau}}{\bar{N}^2}$$

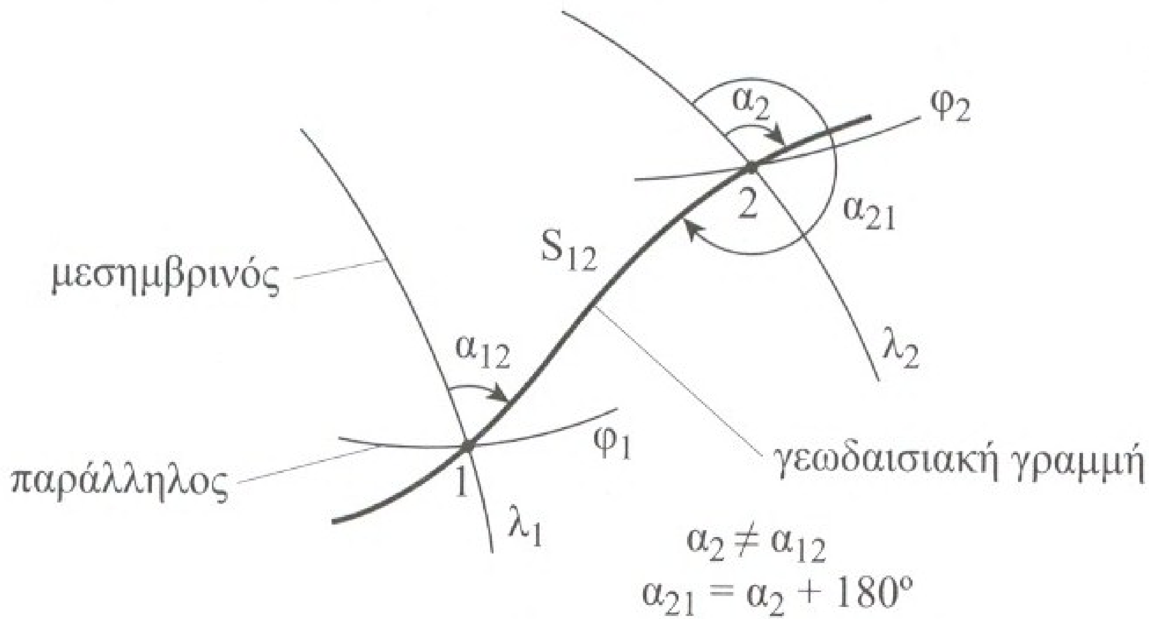
$$\delta'' = \frac{1}{3} \Delta'' = \rho'' \frac{1}{12} \frac{e^2 S^2 \cos^2 \bar{\varphi} \sin 2\alpha_{AB}^{\kappa\tau}}{\bar{N}^2}$$

ΘΕΜΕΛΙΩΔΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΣΤΟ ΕΕΠ



Ευθύ πρόβλημα: είναι γνωστές οι γεωδαιτικές συντεταγμένες του σημείου 1, το αζιμούθιο προς το σημείου 2 και το μήκος της γεωδαισιακής γραμμής που ενώνει τα δύο σημεία. Ζητούνται οι συντεταγμένες του σημείου 2

ΘΕΜΕΛΙΩΔΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΣΤΟ ΕΕΠ



Αντίστροφο πρόβλημα: είναι γνωστές οι γεωδαιτικές συντεταγμένες δύο σημείων 1 και 2 της γεωδαισιακής γραμμής. Ζητούνται το μήκος της γεωδασιακής γραμμής και τα αζιμούθια στα άκρα της.

ΘΕΜΕΛΙΩΔΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΣΤΟ ΕΕΠ

Διαφορά από τα θεμελιώδη της Τοπογραφίας: λόγω της αλλαγής στην επιφάνεια αναφοράς (ελλειψοειδές αντί επίπεδο) τα δύο αζιμούθια δεν διαφέρουν κατά 180^o

Ελλειψοειδές: σύγκλιση των μεσημβρινών
Επίπεδο: μεσημβρινοί ευθείες γραμμές παράλληλες προς τη διεύθυνση του Βορρά

Τα θεμελιώδη χρησιμοποιούνται κατά τις συνορθώσεις γεωδαιτικών δικτύων, όπου οι παρατηρήσεις έχουν αναχθεί από τη γήινη επιφάνεια στο ελλειψοειδές

ΘΕΜΕΛΙΩΔΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΣΤΟ ΕΕΠ

Ευθύ πρόβλημα για γραμμές < 40 km

$$\varphi_2 = \varphi_1 + \frac{\mathrm{S}\cos\alpha_1}{\mathrm{M}_1} - \frac{\mathrm{S}^2\mathrm{t}}{2\mathrm{M}_1\mathrm{N}_1}(\sin^2\alpha_1 + 3\eta^2\cos^2\alpha_1)$$

$$-\frac{\mathrm{S}^3\cos\alpha_1}{6\mathrm{M}_1\mathrm{N}_1^2}[\sin^2\alpha_1(1 + 3\mathrm{t}^2 + \eta^2 - 9\eta^2\mathrm{t}^2) +$$

$$+3\eta^2\cos^2\alpha_1(1 - \mathrm{t}^2 + \eta^2 - 5\eta^2\mathrm{t}^2] + \ldots$$

$$\mathrm{t} = \tan\varphi_1$$

$$\eta^2 = \mathrm{e}'^2\cos\varphi_1$$

ακρίβεια $\pm 0''.0001$

ΘΕΜΕΛΙΩΔΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΣΤΟ ΕΕΠ

Ευθύ πρόβλημα για γραμμές < 40 km

$$\lambda_2 = \lambda_1 + \frac{\mathrm{S}\sin\alpha_1}{\mathrm{N}_1\cos\varphi_1} + \frac{\mathrm{S}^2\mathrm{t}\sin 2\alpha_1}{2\mathrm{N}_1^2\cos\varphi_1} +$$

$$+ \frac{\mathrm{S}^3\sin\alpha_1}{3\mathrm{N}_1^3\cos\varphi_1}\left[(\cos^2\alpha_1(1+3\mathrm{t}^2+\eta^2) - \mathrm{t}^2\sin^2\alpha_1)\right] + \ldots$$

$$\mathrm{t} = \tan\varphi_1$$

$$\eta^2 = \mathrm{e}'^2\cos\varphi_1$$

ακρίβεια $\pm 0''.0001$

ΘΕΜΕΛΙΩΔΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΣΤΟ ΕΕΠ

Αντίστροφο πρόβλημα για γραμμές < 40 km

$$\tan\frac{\Delta\alpha}{2} = \left\{\frac{\sin\bar{\varphi}\tan\frac{\Delta\lambda}{2}}{\cos\frac{\Delta\varphi}{2}}\right\}$$

$$\bar{\varphi} = \frac{\varphi_1+\varphi_2}{2}$$

$$\tan\left(\alpha_1+\frac{\Delta\alpha}{2}\right) = \left\{\frac{\cos\bar{\varphi}\tan\frac{\Delta\lambda}{2}}{\sin\left(\frac{\bar{\mathrm{M}}}{2\bar{\mathrm{N}}}\Delta\varphi\right)}\right\}$$

$$\sin\left(\frac{\mathrm{S}}{2\bar{\mathrm{N}}}\right) = \frac{\cos\bar{\varphi}\tan\frac{\Delta\lambda}{2}}{\sin\left(\alpha_1+\frac{\Delta\alpha}{2}\right)}$$

$$\Delta\alpha = \alpha_2-\alpha_1$$

ΠΕΡΙΛΗΨΗ - ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

- Γεωμετρία του ελλειψοειδούς
- Εξισώσεις ελλειψοειδούς
- Γεωκεντρική γωνία, ανηγμένο και γεωδαιτικό πλάτος
- Τομές στο ελλειψοειδές και ακτίνες καμπυλότητας
- Μήκος τόξου μεσημβρινού και παραλλήλου
- Κάθετη τομή και γεωδαισιακή γραμμή
- Θεμελιώδη προβλήματα στο ελλειψοειδές