



Σχολή Τεχνολογικών Εφαρμογών / Τμήμα Τοπογραφίας / Τομέας Τοπογραφίας - Φωτογραμμετρίας - Χαρτογραφίας

ΓΕΩΔΑΙΣΙΑ

4η παρουσίαση

Βασίλης Δ. Ανδριτσάνος
Δρ. Αγρονόμος - Τοπογράφος Μηχανικός ΑΠΘ

4ο εξάμηνο



ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ
ΙΔΡΥΜΑ ΑΘΗΝΑΣ

Σχολή Τεχνολογικών Εφαρμογών / Τμήμα Τοπογραφίας / Τομέας Τοπογραφίας - Φωτογραμμετρίας - Χαρτογραφίας

<http://eclass.survey.teiath.gr>

Γεωδαισία

Παρουσιάσεις, Ασκήσεις, Σημειώσεις

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ ΤΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ

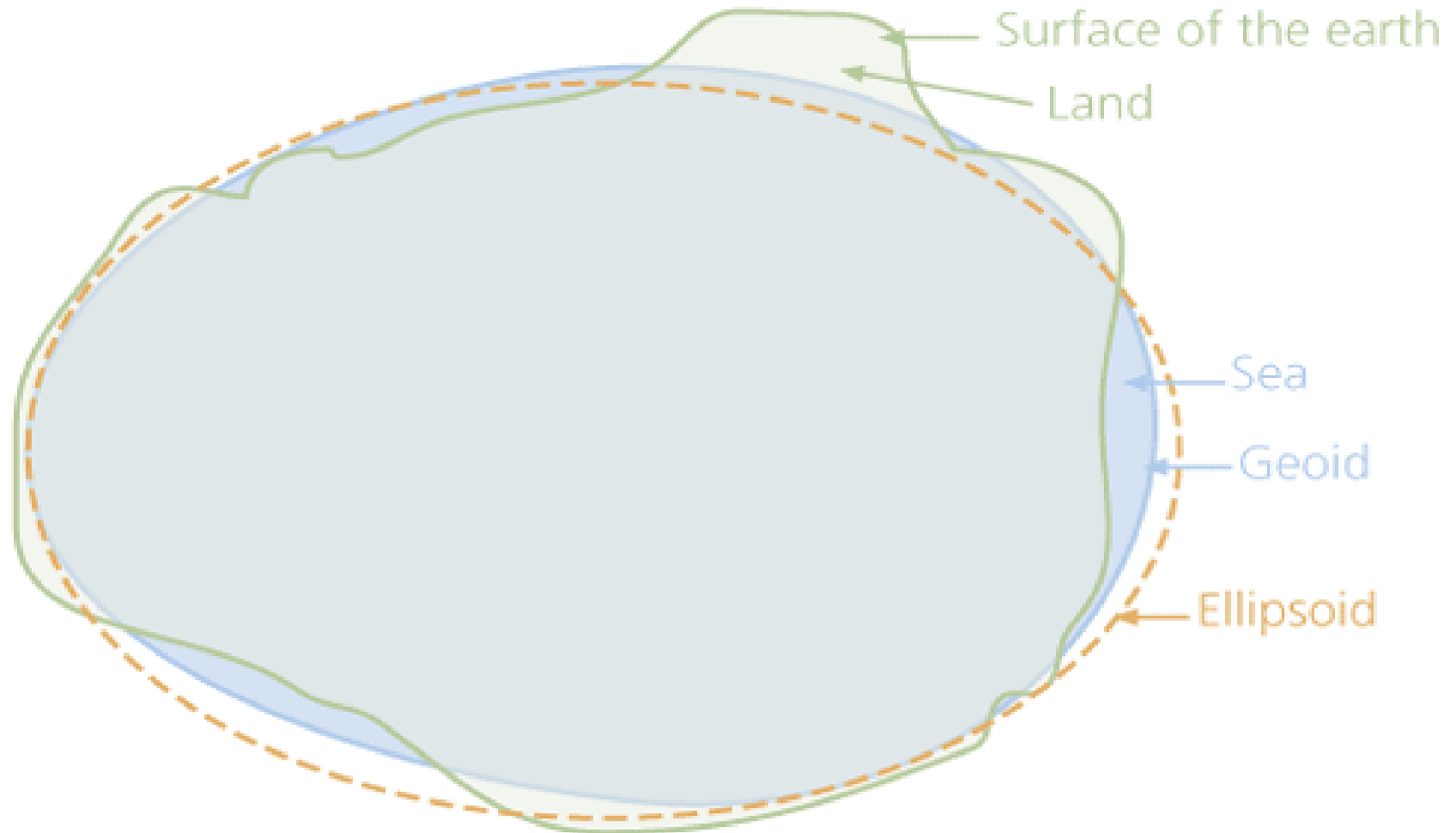
1. Ορισμός της Γεωδαισίας - Συνδέσεις των γεωεπιστημών - Γνωριμία με τον πλανήτη - Ιστορία της Γεωδαισίας -
- Μονάδες μέτρησης - Διεθνής συνεργασία
2. Μοντέλα και επιφάνειες αναφοράς - Συστήματα αναφοράς χώρου και χρόνου - Συντεταγμένες
3. Γεωμετρία του ελλειψοειδούς - Θεμελιώδη προβλήματα στην επιφάνεια του ελλειψοειδούς
- 4. Συστήματα αναφοράς και Γεωδαιτικό DATUM - ορισμός και υλοποίηση - Προβολές - αλλαγές προβολικών συστημάτων - μετασχηματισμοί**

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΝΑΦΟΡΑΣ ΚΑΙ ΓΕΩΔΑΙΤΙΚΟ DATUM

- **Κλασική Γεωδαισία: Οριζόντιος και κατακόρυφος προσδιορισμός χωριστά**
- **Ελλειψοειδές: επιφάνεια αναφοράς για απλή μαθηματική προσέγγιση του σχήματος της Γης: οριζοντιογραφία**
- **Γεωειδές: δυναμική επιφάνεια αναφοράς, σχετιζόμενη με τις φυσικές ιδιότητες της Γης και το γήινο πεδίο βαρύτητας: υψομετρικός προσδιορισμός**
- **Διαφορές γεωειδούς και ελλειψοειδούς: Αποχές (υψόμετρα) του γεωειδούς και αποκλίσεις της κατακορύφου**

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΝΑΦΟΡΑΣ ΚΑΙ ΓΕΩΔΑΙΤΙΚΟ DATUM

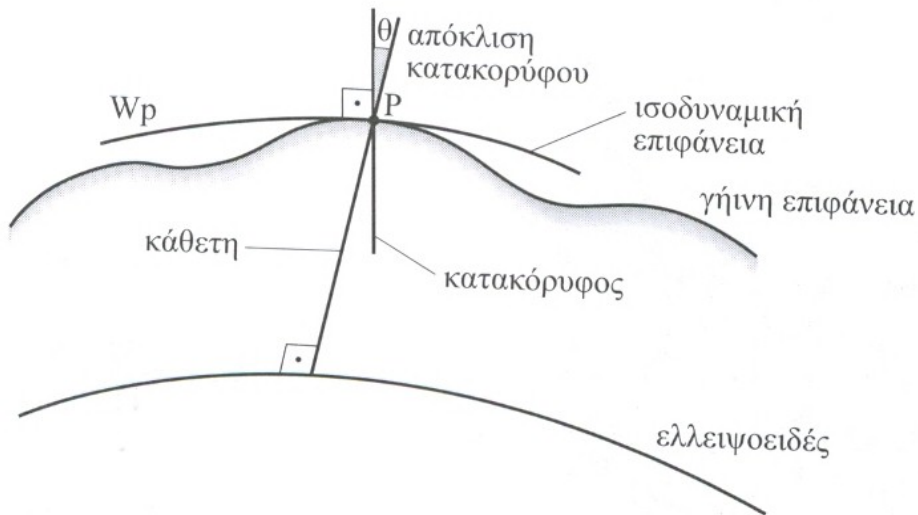
Model of the Earth



Γεωδαισία

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΝΑΦΟΡΑΣ ΚΑΙ ΓΕΩΔΑΙΤΙΚΟ DATUM

- **Αποχή ή υψόμετρο του γεωειδούς N :** η απόσταση γεωειδούς και ελλειψοειδούς κατά μήκος της καθέτου
- **Απόκλιση της κατακορύφου θ ή ε :** η στερεή γωνία μεταξύ της καθέτου (στο ελλειψοειδές) και της κατακορύφου (κάθετη στο γεωειδές)



$$N = h - H$$

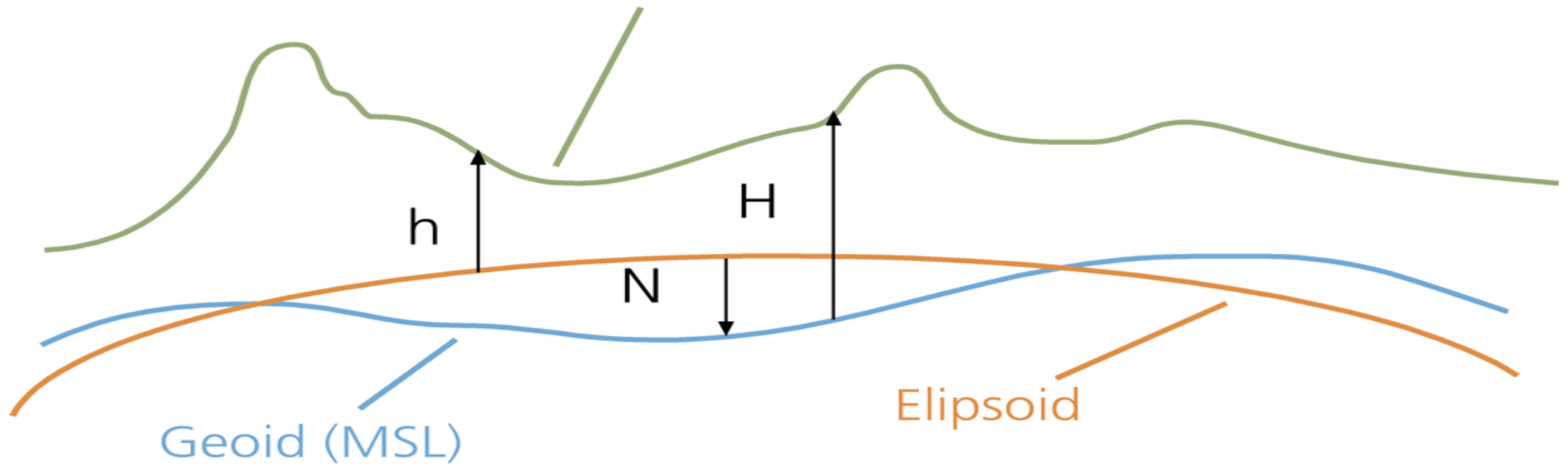
$$\xi = \Phi - \varphi = \Delta\varphi$$

$$\eta = (\Lambda - \lambda) \cos \varphi = \Delta\lambda \cos \varphi$$

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΝΑΦΟΡΑΣ ΚΑΙ ΓΕΩΔΑΙΤΙΚΟ DATUM

$$h=H+N$$

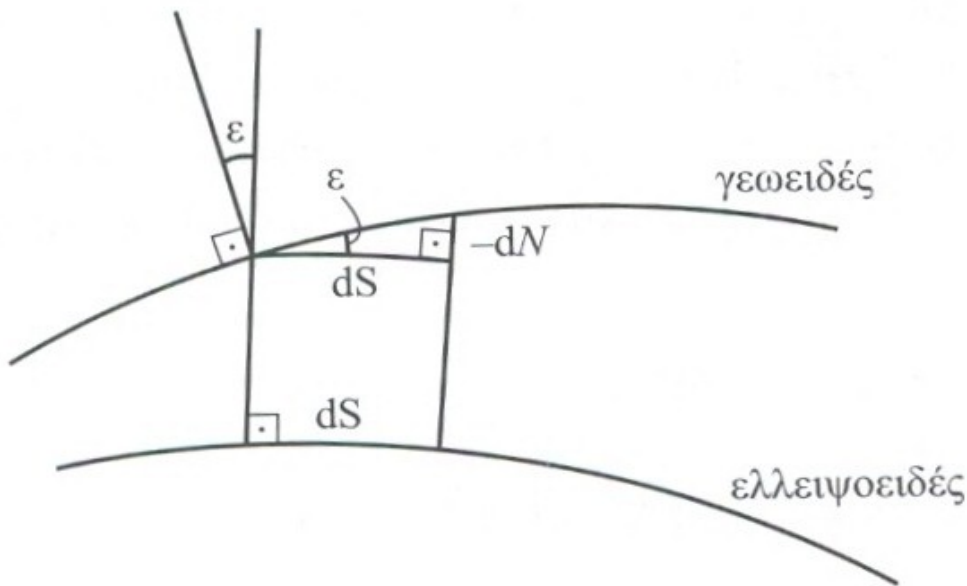
Topo surface (earth surface or GPS antenna)



h =ellipsoid height
 H =orthometric height
 N =geoid height

ΑΠΟΚΛΙΣΗ ΤΗΣ ΚΑΤΑΚΟΡΥΦΟΥ

- Η απόκλιση της κατακορύφου εκφράζει την κλίση του γεωειδούς ως προς το ελλειψοειδές



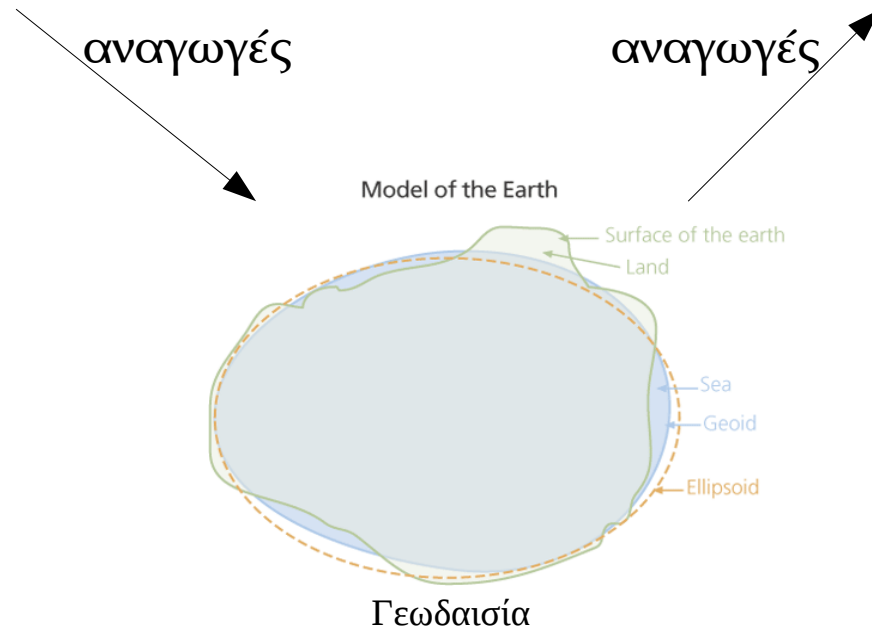
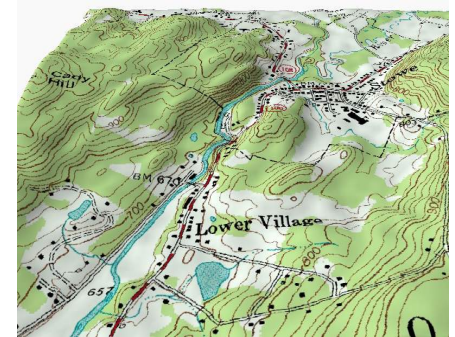
$$\epsilon = -\frac{dN}{ds}$$

$$\xi = -\frac{dN}{ds_\varphi} = -\frac{1}{R} \frac{\partial N}{\partial \varphi}$$

$$\eta = -\frac{dN}{ds_\lambda} = -\frac{1}{R \cos \varphi} \frac{\partial N}{\partial \lambda}$$

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΝΑΦΟΡΑΣ ΚΑΙ ΓΕΩΔΑΙΤΙΚΟ DATUM

Μεταφορά γεωδαιτικών παρατηρήσεων από το πεδίο στο χάρτη



ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΝΑΦΟΡΑΣ ΚΑΙ ΓΕΩΔΑΙΤΙΚΟ DATUM

Για τον υπολογισμό των αναγωγών είναι απαραίτητη η γνώση των σχέσεων μεταξύ των συστημάτων αναφοράς των μετρήσεων

- 1. Γεωκεντρικό καρτεσιανό:** παγκόσμιο με κέντρο το γεώκεντρο
- 2. Μη-γεωκεντρικό (γεωδαιτικό) καρτεσιανό:** παγκόσμιο με κέντρο κοντά στο γεώκεντρο
- 3. Τοπικό (καρτεσιανό) αστρονομικό:** τοποκεντρικό (σημείο κέντρωσης των οργάνων μετρήσεων)
- 4. Τοπικό (καρτεσιανό) γεωδαιτικό:** τοποκεντρικό (για τη σύνδεση με το αστρονομικό)

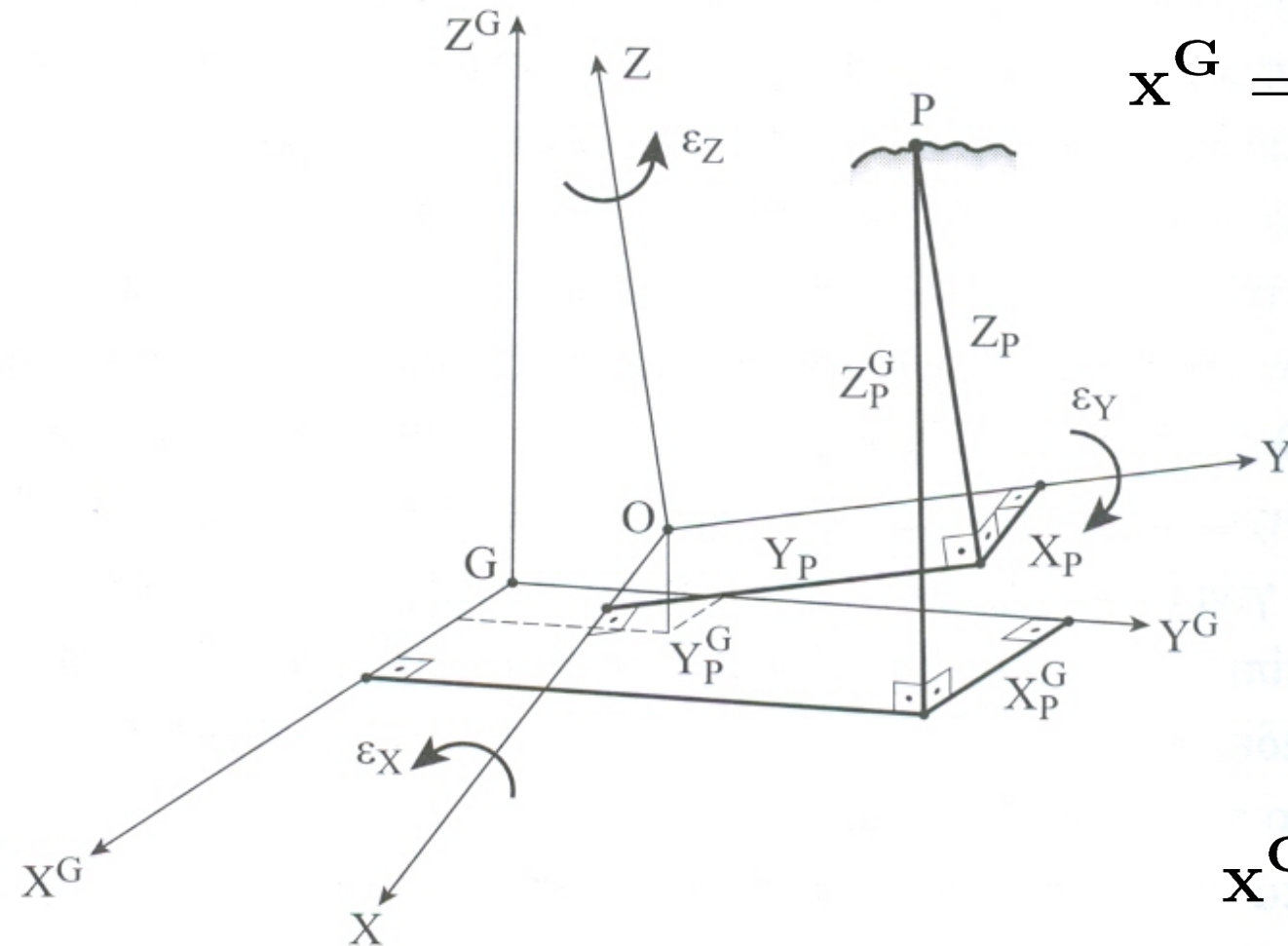
ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΝΑΦΟΡΑΣ ΚΑΙ ΓΕΩΔΑΙΤΙΚΟ DATUM

Σχέσεις γεωκεντρικού και μη-γεωκεντρικού (γεωδαιτικού)
καρτεσιανού συστήματος αναφοράς

$$\mathbf{x}^G = \begin{bmatrix} X^G \\ Y^G \\ Z^G \end{bmatrix} \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{x}^G(\mathbf{O}) = \begin{bmatrix} X^G(\mathbf{O}) \\ Y^G(\mathbf{O}) \\ Z^G(\mathbf{O}) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{x}^G = \mathbf{x}^G(\mathbf{O}) + \mathbf{R}\mathbf{x}$$



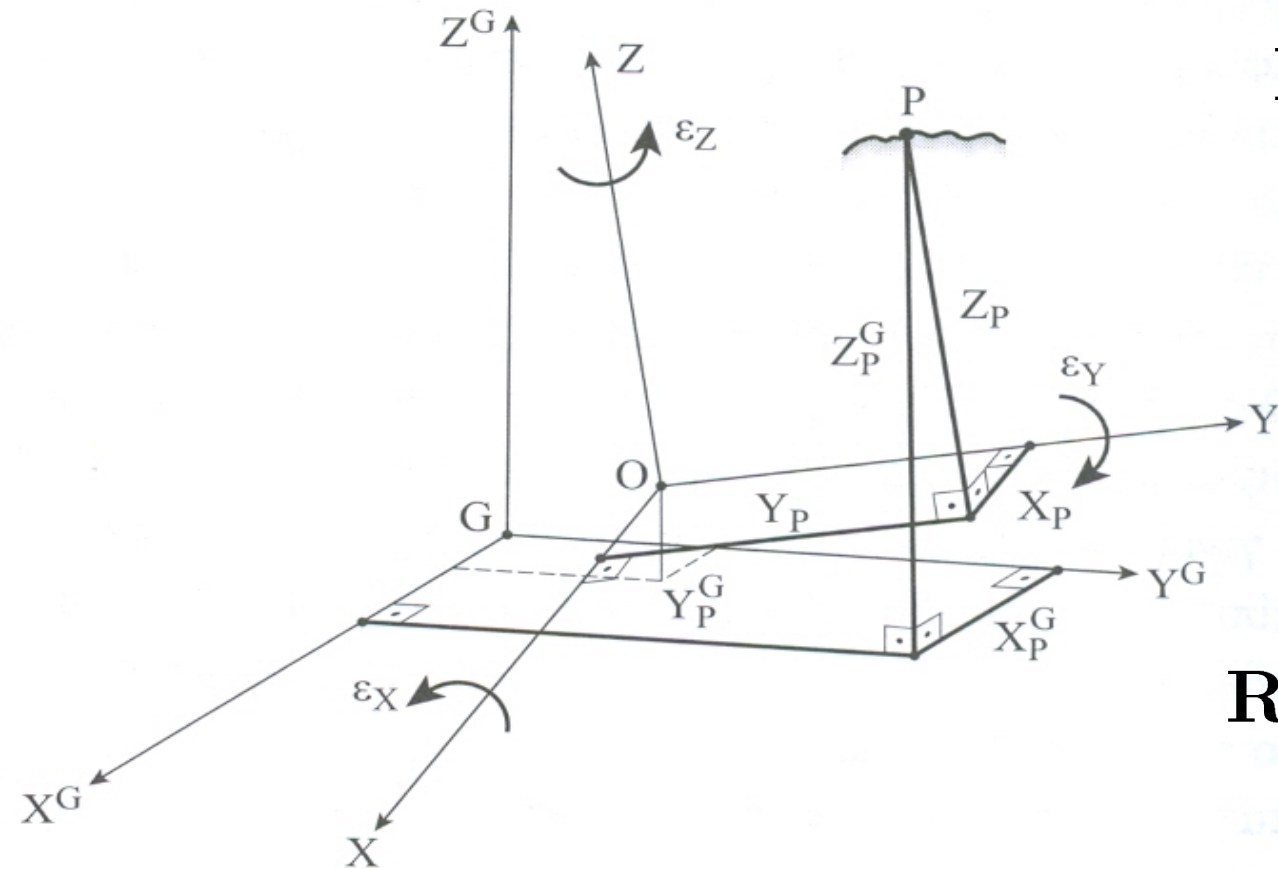
ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΝΑΦΟΡΑΣ ΚΑΙ ΓΕΩΔΑΙΤΙΚΟ DATUM

\mathbf{R} (3×3) ορθογώνιος πίνακας στροφής, πίνακας συνημιτόνων κατεύθυνσης

$$\mathbf{R}^T \mathbf{R} = \mathbf{R} \mathbf{R}^T = \mathbf{I}$$

$$\mathbf{R}^{-1} = \mathbf{R}^T$$

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1 & \epsilon_Z & -\epsilon_Y \\ -\epsilon_Z & 1 & \epsilon_X \\ \epsilon_Y & -\epsilon_X & 1 \end{bmatrix}$$



ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΝΑΦΟΡΑΣ ΚΑΙ ΓΕΩΔΑΙΤΙΚΟ DATUM

Συνήθης περίπτωση στη Γεωδαισία: παραλληλία των συστημάτων αναφοράς (γεωκεντρικού καρτεσιανού και γεωδαιτικού καρτεσιανού)

$$\mathbf{R} = \mathbf{I} \quad \mathbf{x}^G = \mathbf{x}^G(\mathbf{O}) + \mathbf{x}$$

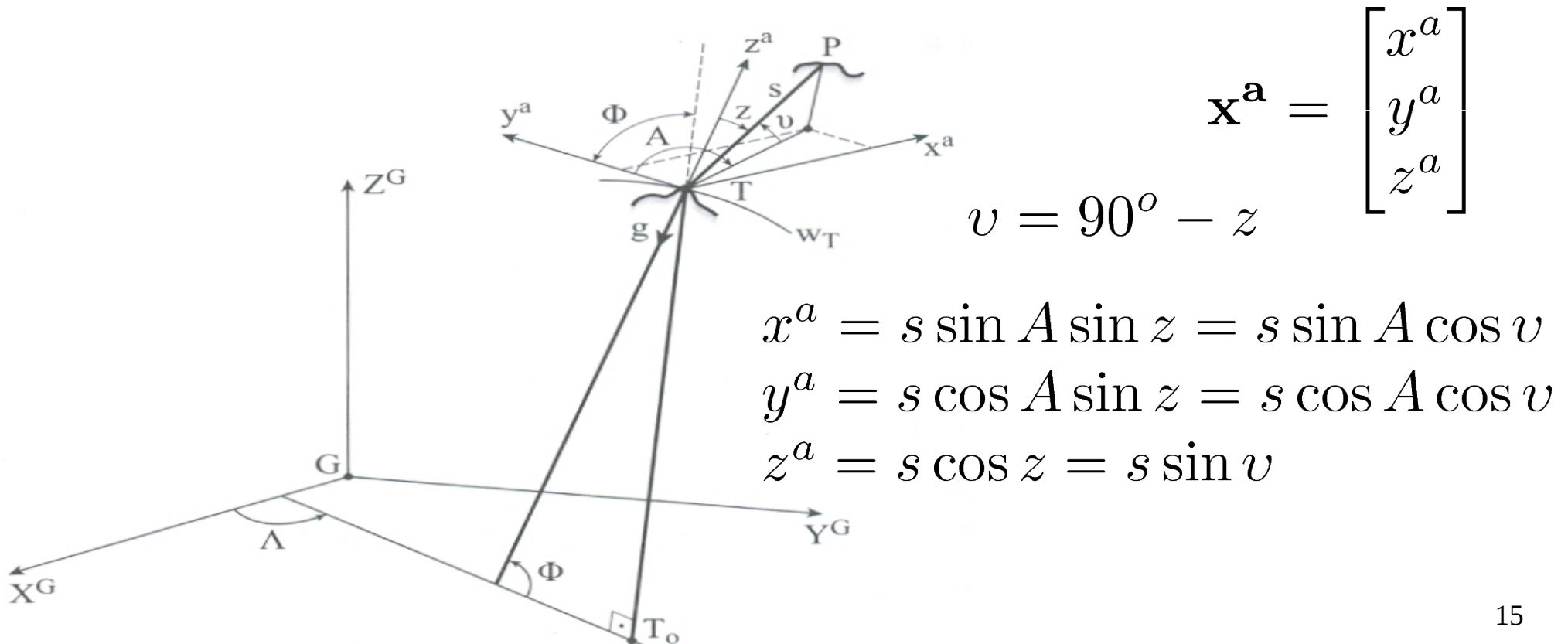
Οι συνιστώσες δεν ξεπερνούν τις μερικές εκατοντάδες μέτρα
π.χ. ΕΓΣΑ87 - WGS84 $\mathbf{x}^G(\mathbf{O}) = [-200 \ 75 \ 245]^T$

ΒΑΣΙΚΗ ΣΧΕΣΗ ΣΥΝΔΕΣΗΣ ΔΥΟ ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΩΝ DATUM!

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΝΑΦΟΡΑΣ ΚΑΙ ΓΕΩΔΑΙΤΙΚΟ DATUM

Τοπικό αστρονομικό σύστημα (x^a, y^a, z^a)

Φυσικό σύστημα αναφοράς που υλοποιείται με τη διαδικασία της οριζοντίωσης των οργάνων μέτρησης



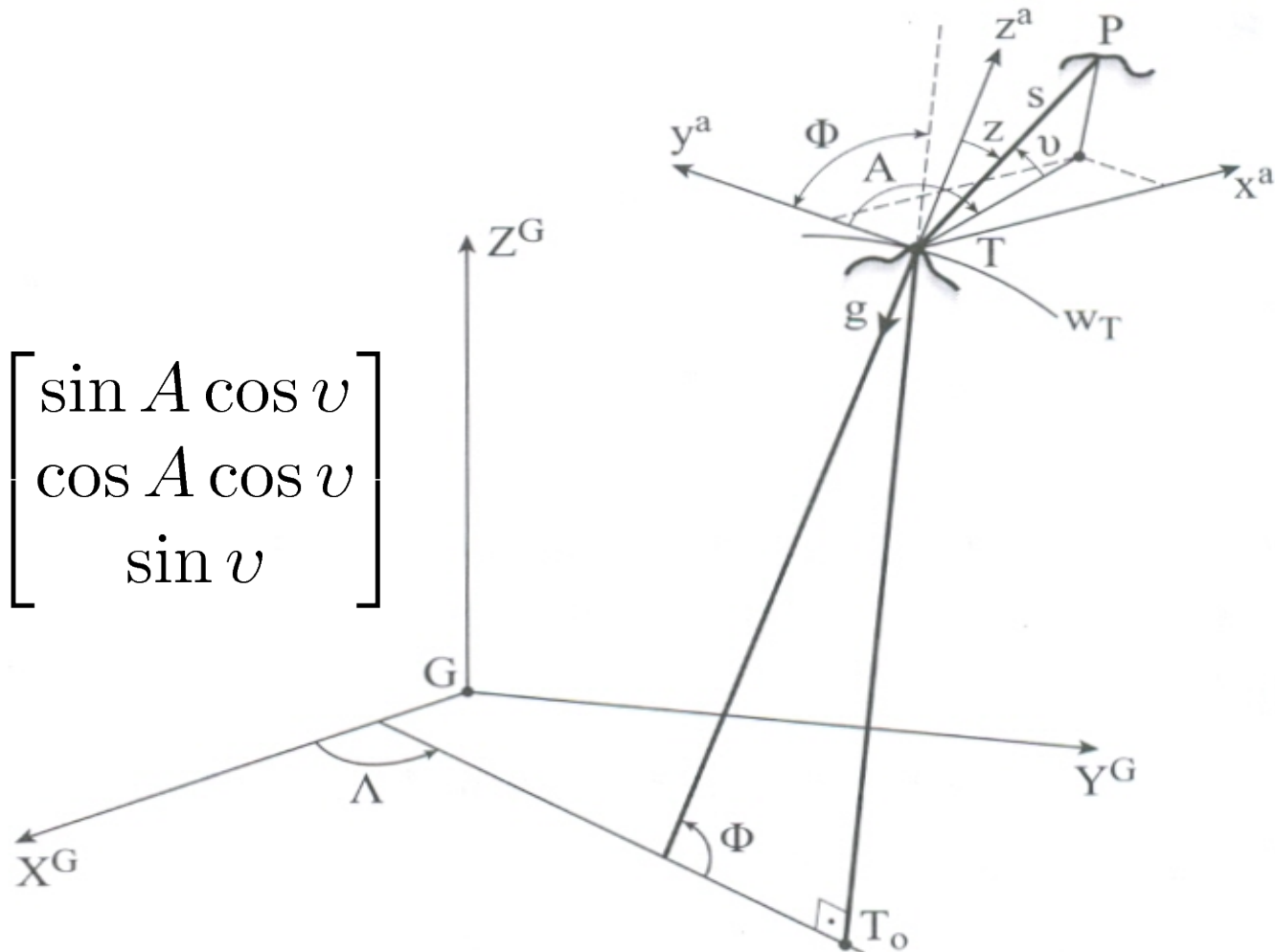
ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΝΑΦΟΡΑΣ ΚΑΙ ΓΕΩΔΑΙΤΙΚΟ DATUM

Τοπικό αστρονομικό σύστημα (x^a, y^a, z^a)

σε μορφή πινάκων

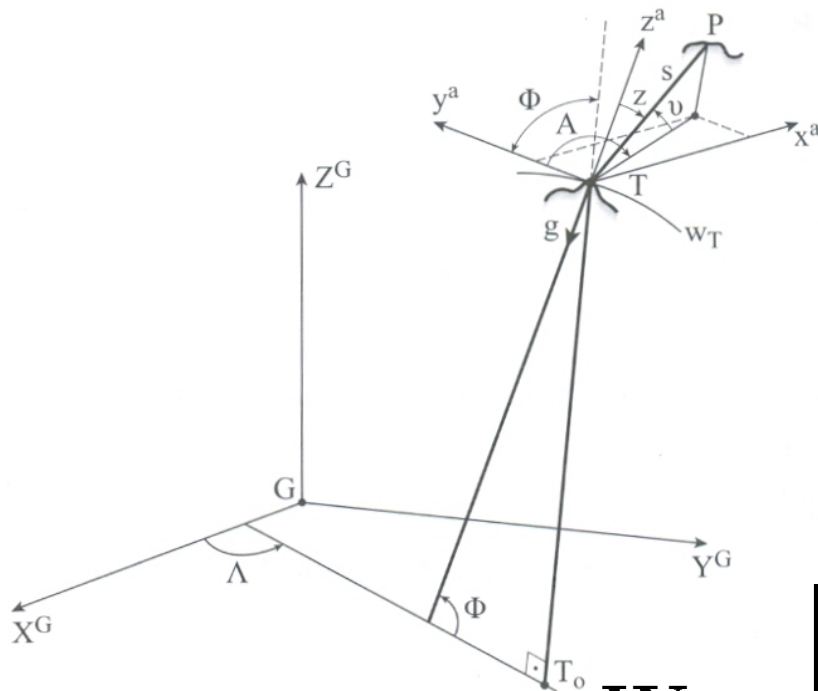
$$x^a = S c^a$$

$$c^a = \begin{bmatrix} \sin A \sin z \\ \cos A \sin z \\ \cos z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin A \cos v \\ \cos A \cos v \\ \sin v \end{bmatrix}$$



ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΝΑΦΟΡΑΣ ΚΑΙ ΓΕΩΔΑΙΤΙΚΟ DATUM

Σχέση γεωκεντρικού και τοπικού αστρονομικού συστήματος
 $(x^a, y^a, z^a) \rightarrow (X^G, Y^G, Z^G)$ σε μορφή πινάκων



$$\mathbf{x}^G = \mathbf{x}^G(\mathbf{T}) + \mathbf{W}\mathbf{x}^a$$

\mathbf{W} πίνακας στροφής 3×3
 συναρτήσει των αστρονομικών
 συντεταγμένων (Φ, Δ)

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} -\sin \Delta & -\sin \Phi \cos \Delta & \cos \Phi \cos \Delta \\ \cos \Delta & -\sin \Phi \sin \Delta & \cos \Phi \sin \Delta \\ 0 & \cos \Phi & \sin \Phi \end{bmatrix}$$

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΝΑΦΟΡΑΣ ΚΑΙ ΓΕΩΔΑΙΤΙΚΟ DATUM

ΧΡΗΣΙΜΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗ: Σχέσεις των παρατηρούμενων ποσοτήτων Λ , z , s συναρτήσει των γεωκεντρικών συντεταγμένων δύο σημείων (P , T)

$$\tan \Lambda = \frac{-\Delta X^G \sin \Lambda + \Delta X^G \cos \Lambda}{-\Delta X^G \sin \Phi \cos \Lambda - \Delta Y^G \sin \Phi \sin \Lambda + \Delta Z^G \cos \Phi}$$

$$\cos z = \sin v = \frac{\Delta X^G \cos \Phi \cos \Lambda + \Delta Y^G \cos \Phi \sin \Lambda + \Delta Z^G \sin \Phi}{s}$$

$$s = \sqrt{\Delta X^G{}^2 + \Delta Y^G{}^2 + \Delta Z^G{}^2}$$

Μαθηματικό μοντέλο συνόρθωσης γεωδαιτικού δικτύου στις τρεις διαστάσεις

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΝΑΦΟΡΑΣ ΚΑΙ ΓΕΩΔΑΙΤΙΚΟ DATUM

Αναγωγές: προβολές των σημείων παρατηρήσεων από τη γήινη επιφάνεια στο ελλειψοειδές κατά μήκος της καθέτου
Χρειαζόμαστε ένα σύστημα ως προς την κάθετο

“Αστρο” ---> “Γεω” δηλαδή σχέση μεταξύ “φύσης” ---> “μοντέλου”

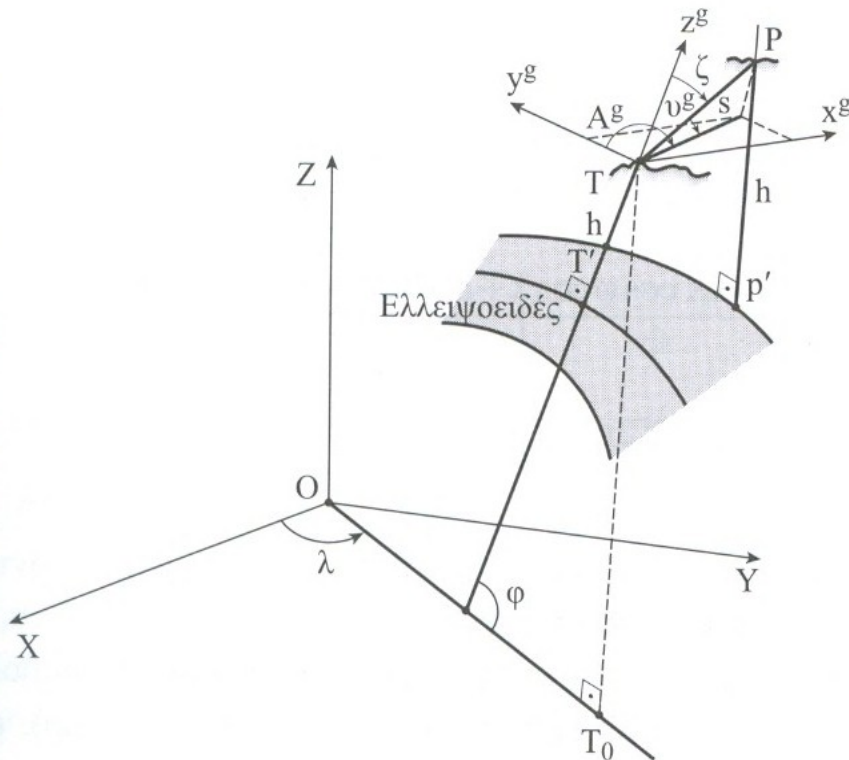
“Αστρο”: φυσικό σύστημα με αναφορά την κατακόρυφο.
Σύστημα των μετρήσεών μας

• **“Γεω”: σύστημα ελλειψοειδούς μοντέλου με αναφορά την κάθετη στο ελλειψοειδές. Σύστημα του μοντέλου**

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΝΑΦΟΡΑΣ ΚΑΙ ΓΕΩΔΑΙΤΙΚΟ DATUM

Τοπικό γεωδαιτικό σύστημα (x^g, y^g, z^g)

Τοποκεντρικό σύστημα αναφοράς. Άξονας Z ο άξονας της καθέτου στο ελλειψοειδές. Δεν είναι υλοποιήσιμο με όργανα μετρήσεων. Αποτελεί μοντέλο του τοπικού αστρονομικού συστήματος



$$v^g = 90^\circ - \zeta \quad \mathbf{x}^g = \begin{bmatrix} x^g \\ y^g \\ z^g \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} x^g &= s \sin A^g \sin \zeta = s \sin A^g \cos v^g \\ y^g &= s \cos A^g \sin \zeta = s \cos A^g \cos v^g \\ z^g &= s \cos \zeta = s \sin v^g \end{aligned}$$

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΝΑΦΟΡΑΣ ΚΑΙ ΓΕΩΔΑΙΤΙΚΟ DATUM

- Η σχέση μεταξύ των τοπικών συστημάτων αναφοράς μας οδηγεί στην εύρεση των **αναγωγών** των παρατηρήσεων **από τη γήινη επιφάνεια στο ελλειψοειδές μοντέλο**
- Ενώ τα **φυσικά συστήματα** υλοποιούνται μέσω της κέντρωσης και οριζοντίωσης των οργάνων κατά την **κατακόρυφη**, το σύνολο των αναγωγών αναφέρεται στην μεταφορά των παρατηρήσεων στο **ελλειψοειδές** κατά την **κάθετη** σε αυτό
- Αυτή η **διαφορά φύσης-μοντέλου** εκφράζεται με τη **διαφορά κατακορύφου και καθέτου**, συνεπώς στις σχέσεις των αναγωγών αναμένουμε την εμπλοκή της **απόκλισης της κατακορύφου**

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΝΑΦΟΡΑΣ ΚΑΙ ΓΕΩΔΑΙΤΙΚΟ DATUM

ΧΡΗΣΙΜΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗ: Σχέσεις των ανηγμένων ποσοτήτων A^g , ζ , s συναρτήσει των γεωδαιτικών συντεταγμένων δύο σημείων (P, T)

$$\tan A^g = \frac{-\Delta X \sin \lambda + \Delta X \cos \lambda}{-\Delta X \sin \varphi \cos \lambda - \Delta Y \sin \varphi \sin \lambda + \Delta Z \cos \varphi}$$

$$\cos \zeta = \sin v^g = \frac{\Delta X \cos \varphi \cos \lambda + \Delta Y \cos \varphi \sin \lambda + \Delta Z \sin \varphi}{s}$$

$$s = \sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2 + \Delta Z^2}$$

Μαθηματικό μοντέλο συνόρθωσης γεωδαιτικού δικτύου στις τρεις διαστάσεις

ΟΡΙΣΜΟΣ ΓΕΩΔΑΙΤΙΚΟΥ DATUM

Γεωδαισία: σημεία ελέγχου τοπικά ή παγκόσμια για την εξυπηρέτηση πρακτικών αναγκών (προσδιορισμός θέσης, αποτυπώσεις)

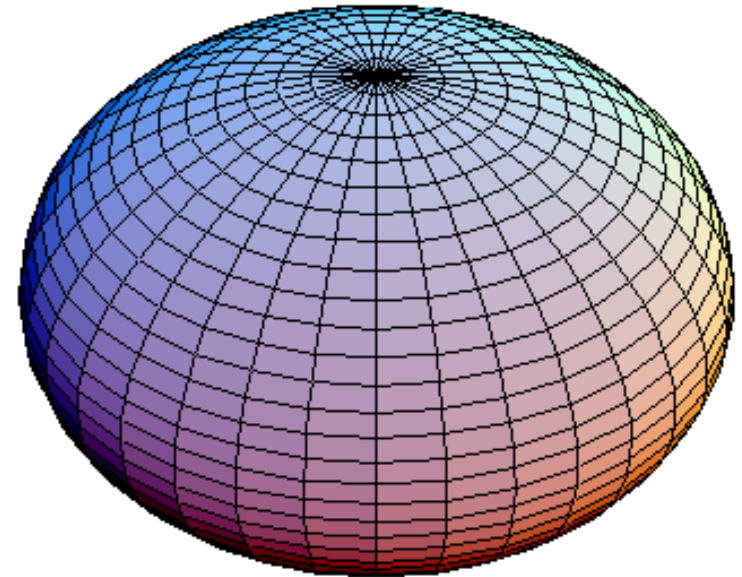
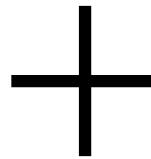
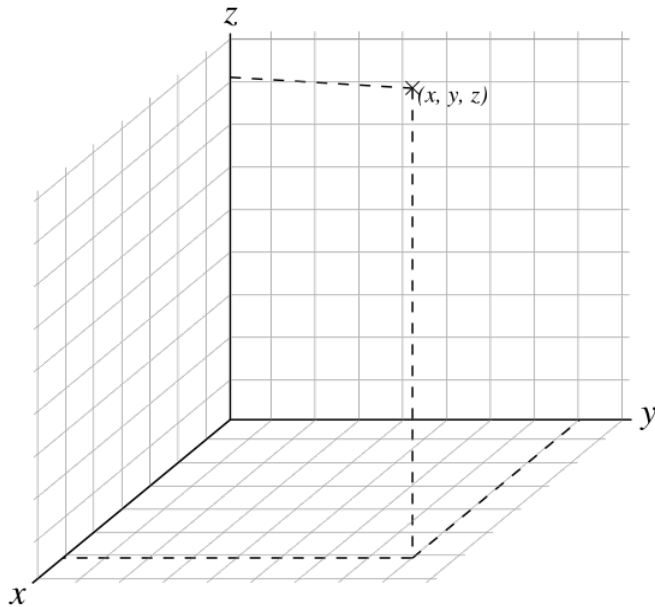
Αποτύπωση της γήινης επιφανείας: κατασκευή χαρτών:

ΓΗ - ΕΛΛΕΙΨΟΕΙΔΕΣ - ΧΑΡΤΗΣ

ΣΥΣΤΗΜΑ ΑΝΑΦΟΡΑΣ - ΕΠΙΛΟΓΗ ΕΛΛΕΙΨΟΕΙΔΟΥΣ (ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ) - ΘΕΣΗ ΤΟΥ ΩΣ ΠΡΟΣ ΤΟ ΓΕΩΕΙΔΕΣ

ΟΡΙΣΜΟΣ ΓΕΩΔΑΙΤΙΚΟΥ DATUM

Θέση του ελλειψοειδούς ως προς το γεωκεντρικό σύστημα αναφοράς



ΟΡΙΣΜΟΣ ΓΕΩΔΑΙΤΙΚΟΥ DATUM

1. Επιλογή του ελλειψοειδούς
2. Ορισμός γεωκεντρικού συστήματος αναφοράς
3. Θέση του καρτεσιανού συστήματος του ελλειψοειδούς ως προς το γεωκεντρικό σύστημα αναφοράς - Μετάθεση (τρεις συνιστώσες) και στροφή (τρεις γωνίες στροφής)
4. Γενική περίπτωση: για τον ορισμό της θέσης του ελλειψοειδούς ως προς το γεωκέντρο χρειάζονται 8 παράμετροι (3 μετάθεσης, 3 στροφής και 2 για τον ορισμό του ελλειψοειδούς)
5. Λόγοι απλότητας: Παραλληλία συστημάτων (5 παράμετροι)

ΟΡΙΣΜΟΣ ΓΕΩΔΑΙΤΙΚΟΥ DATUM

Δύο διαφορετικοί τρόποι ορισμού ενός γεωδαιτικού datum

1. Ορισμός ως ένα επίγειο **καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων (reference system)** σταθερό ως προς τη Γη. Συμβάσεις, μοντέλα (ITRS)
2. Ορισμός ως ένα επίγειο **πλαίσιο αναφοράς (reference frame)**: σημεία ελέγχου με σταθερές συντεταγμένες (ή ταχύτητες μετακίνησης): Ρεαλιστικότερος ορισμός: η χρήση των συντεταγμένων παρέχουν πρόσβαση στο σύστημα αναφοράς (ITRF)

Διαφορά: στην πρώτη περίπτωση μεταβολή των συντεταγμένων των σημείων ελέγχου δεν μεταβάλλουν το σύστημα αναφοράς

ΟΡΙΣΜΟΣ ΓΕΩΔΑΙΤΙΚΟΥ DATUM

ΔΥΑΣΜΟΣ ΤΗΣ ΚΛΑΣΙΚΗΣ ΓΕΩΔΑΙΣΙΑΣ

Γεωδαιτικό datum: οριζόντιος προσδιορισμός θέσης (οριζόντιο γεωδαιτικό datum)

Κατακόρυφο ή υψομετρικό datum: υψομετρικός έλεγχος, ορισμός από την επιφάνεια του γεωειδούς

Σύγχρονα datums: δορυφορικές τεχνικές και βελτιωμένα μοντέλα βαρύτητας: ενοποίηση γεωδαιτικών συστημάτων αναφοράς.

Μελλοντική πρόκληση: ενοποιημένο τριδιάστατο παγκόσμιο σύστημα αναφοράς

ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ ΓΕΩΔΑΙΤΙΚΟΥ DATUM

Τρεις τρόποι υλοποίησης ανάλογα με τις βασικές επιλογές

- 1. Προσδιορισμός γεωκεντρικών συντεταγμένων των σημείων ελέγχου:** διαστημικές μέθοδοι. Ίδρυση ενός παγκόσμιου πλαισίου αναφοράς (WGS84, ITRFyy)
- 2. Προσδιορισμός της σχέσης του συστήματος του ελλειψοειδούς αναφοράς ως προς ένα συμβατικό σταθερό γεωκεντρικό σύστημα:** NAD83, ΕΓΣΑ87(;)
- 3. Κλασικός αστρογεωδαιτικός προσδιορισμός:** τρόπος ίδρυσης των γεωδαιτικών datum τον 20ο αιώνα.(ED50, NAD27, GR-DATUM)

ΑΠΟ ΚΛΑΣΙΚΑ ΔΙΚΤΥΑ ΣΕ ΜΟΝΤΕΡΝΑ --> **ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΙ**

ΙΔΡΥΣΗ ΤΟΠΙΚΟΥ ΓΕΩΔΑΙΤΙΚΟΥ DATUM

ΦΑΣΗ 1η:

- α) **Επιλογή του ελλειψοειδούς** που προσεγγίζει βέλτιστα το γεωειδές στη συγκεκριμένη περιοχή
- β) **Επιλογή του θεμελιώδους σημείου D** , όπου γεωειδές και ελλειψοειδές συμπίπτουν, όπως και η κάθετη με την κατακόρυφη

$$\eta_D = 0 \quad \xi_D = 0 \quad N_D = 0$$

- γ) Πέντε παράμετροι υλοποίησης (**a, b, ξ, η, N**)

Μειονέκτημα: η αύξηση των αποχών του γεωειδούς όσο απομακρυνόμαστε από το θεμελιώδες σημείο: χρειάζεται μία μέθοδος βέλτιστης προσαρμογής του ελλειψοειδούς στο γεωειδές

ΙΔΡΥΣΗ ΤΟΠΙΚΟΥ ΓΕΩΔΑΙΤΙΚΟΥ DATUM

ΦΑΣΗ 2η:

- α) **Σχεδιασμός και μέτρηση** του βασικού τριγωνομετρικού δικτύου (Εθνικό δίκτυο Α' τάξης - αποστάσεις μερικών δεκάδων χιλιομέτρων)
- β) **Παρατηρήσεις:** οριζόντιες γωνίες και διευθύνσεις, ζενίθειες γωνίες (αναγωγές), αποστάσεις και αστρονομικά αζιμούθια
- γ) **Πρώτη επίλυση δικτύου:** Γνωστές συντεταγμένες (αφετηρία του τριγωνισμού π.χ., σημείο D). Παρατηρήσεις χωρίς αναγωγές (άγνωστες οι αποχές και οι αποκλίσεις της κατακορύφου) --> **Πρώτη προσεγγιστική λύση**
- δ) φ,λ στις κορυφές του δικτύου --> **πρώτος υπολογισμός γεωειδούς και αποκλίσεων** --> **αναγωγές παρατηρήσεων**
- ε) Επόμενες λύσεις και **επαναληπτική διαδικασία**

ΕΛΛΗΝΙΚΑ ΓΕΩΔΑΙΤΙΚΑ DATUM

Α. Παλιό ελληνικό datum (“παλιό Bessel”)

Πρώτο γεωδαιτικό datum στην Ελλάδα

Χρησιμοποιήθηκε μέχρι και τη δεκαετία του 1990 με τα προβολικά συστήματα της Hatt και TM3

Μεγάλος όγκος δεδομένων --> μας απασχολεί ακόμη και σήμερα σε μετασχηματισμούς παλαιών και νέων πληροφοριών

Θεμελιώδες σημείο: βάθρο Αστεροσκοπείου Αθηνών

Αφετηρία τριγωνισμού Α' τάξης: τριγωνομετρικό ΚΤΥΠΑΣ

ΕΛΛΗΝΙΚΑ ΓΕΩΔΑΙΤΙΚΑ DATUM

Α. Παλιό ελληνικό datum (“παλιό Bessel”)

Τιμή θεμελιώδους σημείου ως προς Greenwich

$$\lambda = 23^{\circ} 42' 58''.815$$

Μειονέκτημα: πολλές επαναλύσεις, καταστροφές και μετακινήσεις αρχικών τριγωνομετρικών --> δεν παρουσιάζει ενιαία ακρίβεια: ουσιαστικά πρόκειται για “πολλά διαφορετικά τοπικά πλαίσια αναφοράς”

Νέα προσπάθεια (1980): “νέο Bessel”: δεν εφαρμόστηκε ποτέ στην πράξη

ΕΛΛΗΝΙΚΑ ΓΕΩΔΑΙΤΙΚΑ DATUM

B. Νέο ελληνικό datum του 1987 (ΕΓΣΑ87)

Συνδυασμός κλασικών και δορυφορικών μετρήσεων

Τοπικό πλαίσιο αναφοράς

Επιλογή ελλειψοειδούς: GRS80 παράλληλα προσανατολισμένο προς το παγκόσμιο γεωκεντρικό σύστημα BTS87: ικανοποιητική προσαρμογή στο γεωειδές για την Ελλάδα

Θεμελιώδες σημείο: το CP (Central Pillar) στο δορυφορικό σταθμό στο Διόνυσο με γνωστές γεωκεντρικές συντεταγμένες στο BTS87

ΕΛΛΗΝΙΚΑ ΓΕΩΔΑΙΤΙΚΑ DATUM

B. Νέο ελληνικό datum του 1987 (ΕΓΣΑ87)

Είναι το ισχύον σύστημα αναφοράς του ΟΚΧΕ. Το Κτηματολόγιο αναφέρεται στο ΕΓΣΑ87

ΟΚΧΕ: συντελεστές μετασχηματισμού μεταξύ παλαιού και νέου ελληνικού datum (ακρίβειες 5 - 10 m)

Χρησιμοποιείται το προβολικό σύστημα της TM87

ΕΓΣΑ87 - WGS84: συνιστώσες παράλληλης μετάθεσης με ακρίβεια μέτρου!!

ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ ΟΜΟΙΟΤΗΤΑΣ

Συντεταγμένες από το ένα σύστημα στο άλλο, π.χ., από το παλαιό ελληνικό datum στο ΕΓΣΑ87

Δίνονται παράμετροι μετάθεσης ΔX , ΔY , ΔZ με ακρίβεια 5 με 10 μέτρα

Για τις υψηλές τοπογραφικές απαιτήσεις αναγκαίος είναι ένας μετασχηματισμός σε γνωστά σημεία

ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ ΟΜΟΙΟΤΗΤΑΣ

Α. Διδιάστατο μοντέλο μετασχηματισμού ομοιότητας

Γνωστές συντεταγμένες (x, y) σε δύο συστήματα αναφοράς (a) και (b)

$$\begin{bmatrix} x^a \\ y^a \end{bmatrix} = m\mathbf{R} \begin{bmatrix} x^b \\ y^b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \end{bmatrix} = \mathbf{m} \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x^b \\ y^b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \end{bmatrix}$$

Τροποποίηση σε γραμμικό μοντέλο:

$$d = m \sin \theta \qquad c = m \cos \theta$$

ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ ΟΜΟΙΟΤΗΤΑΣ

Α. Διδιάστατο μοντέλο μετασχηματισμού ομοιότητας

Επιπλέον αριθμητική απλοποίηση με την αναγωγή των συντεταγμένων του (b) συστήματος στο κέντρο βάρους τους

$$\tilde{x}^b = x^b - \bar{x} \quad \tilde{y}^b = y^b - \bar{y} \quad \bar{x} = \frac{\sum x^b}{n} \quad \bar{y} = \frac{\sum y^b}{n}$$

$$\begin{bmatrix} x^a \\ y^a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c & d \\ -d & c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x}^b \\ \tilde{y}^b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} s_x \\ s_y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \end{bmatrix}$$

ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ ΟΜΟΙΟΤΗΤΑΣ

Α. Διδιάστατο μοντέλο μετασχηματισμού ομοιότητας

Καταλήγουμε στις αναλυτικές σχέσεις υπολογισμού των παραμέτρων του μετασχηματισμού

$$\hat{c} = \frac{P_1 + P_2}{P} \quad \hat{d} = \frac{P_3 - P_4}{P} \quad \hat{s}_x = \frac{\sum x^a}{n} \quad \hat{s}_y = \frac{\sum y^a}{n}$$

$$P_1 = \sum \tilde{x}^b x^a \quad P_2 = \sum \tilde{y}^b y^a \quad P_3 = \sum \tilde{y}^b x^a \quad P_4 = \sum \tilde{x}^b y^a$$

$$P = \sum (\tilde{x}^b{}^2 + \tilde{y}^b{}^2)$$

ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ ΟΜΟΙΟΤΗΤΑΣ

Β. Τριδιάστατο μοντέλο μετασχηματισμού ομοιότητας

$$\begin{bmatrix} x^a \\ y^a \\ z^a \end{bmatrix} = m \begin{bmatrix} 1 & \epsilon_z & -\epsilon_y \\ -\epsilon_z & 1 & \epsilon_x \\ \epsilon_y & -\epsilon_x & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x^b \\ y^b \\ z^b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix}$$

ΠΡΟΒΟΛΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΣΤΗΝ ΕΛΛΑΔΑ

Α. Πλάγια ισαπέχουσα αζιμουθιακή απεικόνιση Hatt

Χρησιμοποιείται σε συνδυασμό με το παλαιό ελληνικό datum (“παλαιο Bessel”) από την έναρξη των τοπογραφικών εργασιών

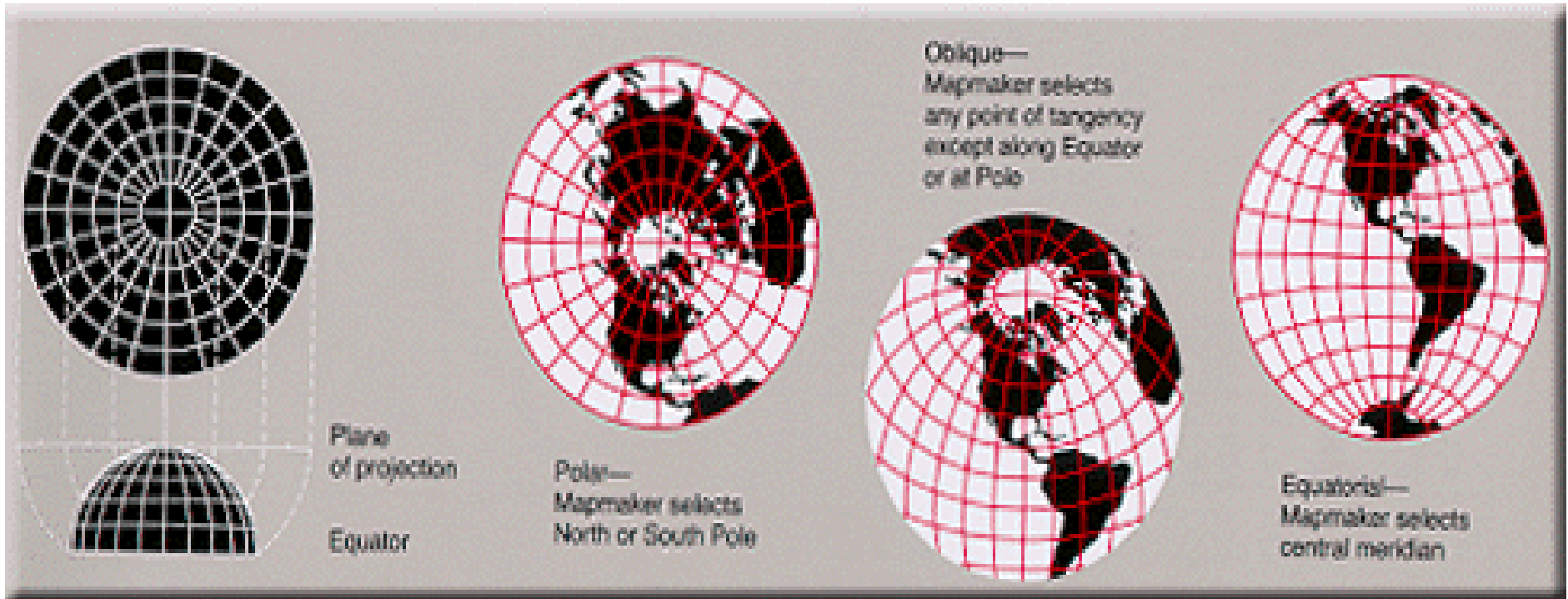
Σε σημείο O του ελλειψοειδούς εφάπτεται ένα επίπεδο το οποίο αποτελεί την αναπτυσκόμενη επιφάνεια

Όσο απομακρυνόμαστε από το κέντρο αυξάνουν οι παραμορφώσεις λόγω της διαφοράς ελλειψοειδούς και επίπεδης αναπτυσκόμενης επιφάνειας

Είναι κατάλληλη για μικρές αποστάσεις από το κέντρο: εφαρμόστηκε με διανομές φύλλων για όλη την Ελλάδα

ΠΡΟΒΟΛΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΣΤΗΝ ΕΛΛΑΔΑ

Α. Πλάγια ισαπέχουσα αζιμουθιακή απεικόνιση Hatt



ΠΡΟΒΟΛΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΣΤΗΝ ΕΛΛΑΔΑ

Ευθείες σχέσεις απεικόνισης Hatt ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΙ ΣΕ ΑΚΤΙΝΙΑ!!!

$$x = N_o \cos \phi_o \Delta\lambda - M_o \sin \phi \Delta\lambda \Delta\phi$$

$$- \frac{M_o \cos \phi_o}{6} (2 + 9\eta_o^2 t_o^2) \Delta\lambda \Delta\phi^2 - \frac{N_o \cos \phi_o \sin^2 \phi_o}{6} \Delta\lambda^3$$

$$- \frac{N_o \sin \phi_o}{6} (1 - 2 \sin^2 \phi_o) \Delta\lambda^3 \Delta\phi + \dots$$

$$\eta_o^2 = e'^2 \cos^2 \phi_o \quad t_o = \tan \phi_o \quad \Delta\lambda = \lambda - \lambda_o \quad \Delta\phi = \phi - \phi_o$$

ΠΡΟΒΟΛΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΣΤΗΝ ΕΛΛΑΔΑ

Ευθείες σχέσεις απεικόνισης Hatt ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΙ ΣΕ ΑΚΤΙΝΙΑ!!

$$y = M_o \Delta\phi + \frac{N_o \cos \phi_o \sin \phi_o}{2} \Delta\lambda^2 + \frac{3M_o \eta_o^2 t_o \sin \phi_o}{2N_o} \Delta\phi^2$$

$$+ \frac{M_o(1 - 4 \sin^2 \phi_o + \eta_o^2 \cos^2 \phi_o)}{6} \Delta\phi \Delta\lambda^2 + \frac{M_o(e'^2 - 2\eta_o^2 t_o^2)}{2} \Delta\phi^3$$

$$+ \frac{N_o \sin \phi_o \cos \phi_o (1 - 2 \sin^2 \phi_o)}{2} \Delta\lambda^4 - \frac{N_o \sin \phi_o \cos \phi_o}{3} \Delta\phi^2 \Delta\lambda^2 + \dots$$

$$\eta_o^2 = e'^2 \cos^2 \phi_o \quad t_o = \tan \phi_o \quad \Delta\lambda = \lambda - \lambda_o \quad \Delta\phi = \phi - \phi_o$$

ΠΡΟΒΟΛΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΣΤΗΝ ΕΛΛΑΔΑ

Αντίστροφες σχέσεις απεικόνισης Hatt ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΙ ΣΕ ΑΚΤΙΝΙΑ!!

$$\begin{aligned} \phi - \phi_o &= \frac{y}{M_o} - \frac{t_o}{2M_o N_o} x^2 - \frac{\eta_o^2 t_o}{2M_o N_o} y^2 \\ &- \frac{1 + 3t_o^2 - e'^2 + 10\eta_o^2 t_o^2}{6M_o N_o^2} x^2 y - \frac{e'^2 - 2\eta_o^2 t_o^2}{2M_o^2 N_o} y^3 \\ &+ t_o \frac{1 + 3t_o^2}{24M_o^2 N_o^2} x^4 - t_o \frac{2 + 3t_o^2}{6M_o^2 N_o^2} x^2 y^2 + \dots \end{aligned}$$

$$\eta_o^2 = e'^2 \cos^2 \phi_o \quad t_o = \tan \phi_o \quad \Delta\lambda = \lambda - \lambda_o \quad \Delta\phi = \phi - \phi_o$$

ΠΡΟΒΟΛΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΣΤΗΝ ΕΛΛΑΔΑ

Αντίστροφες σχέσεις απεικόνισης Hatt ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΙ ΣΕ ΑΚΤΙΝΙΑ!!

$$\lambda - \lambda_0 = \frac{1}{N_0 \cos \phi_0} x + \frac{t_0}{N_0^2 \cos \phi_0} xy + \frac{1 + 3t_0^2 + \eta_0^2}{3N_0^3 \cos \phi_0} xy^2$$

$$- \frac{t_0^2}{3N_0^3 \cos \phi_0} x^3 + t_0 \frac{2 + 3t_0^2}{3N_0^4 \cos \phi_0} xy^3 - t_0 \frac{1 + 3t_0^2}{3N_0^4 \cos \phi_0} x^3 y + \dots$$

$$\eta_0^2 = e'^2 \cos^2 \phi_0 \quad t_0 = \tan \phi_0 \quad \Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 \quad \Delta\phi = \phi - \phi_0$$

ΠΡΟΒΟΛΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΣΤΗΝ ΕΛΛΑΔΑ

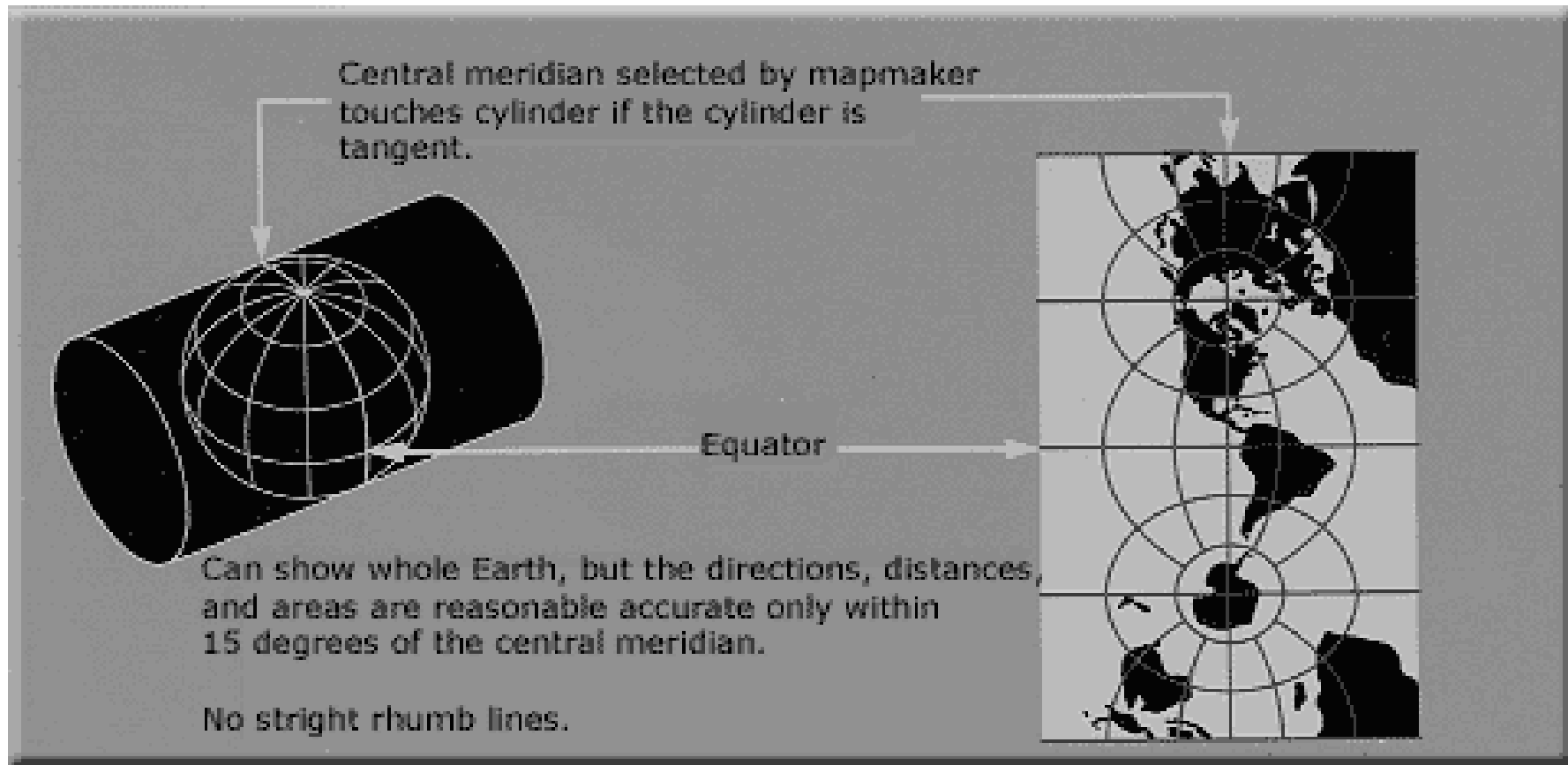
Το πρόβλημα της αλλαγής φύλλου χάρτη στη Hatt

Δίνονται οι συντεταγμένες ενός σημείου (x, y) ως προς το κέντρο O και ζητούνται οι νέες συντεταγμένες (x', y') ως προς το νέο κέντρο O'

1. Υπολογισμός $\Delta\varphi$, $\Delta\lambda$ με τις αντίστροφες σχέσεις
2. Υπολογίζονται οι γεωδαιτικές $\varphi = \Delta\varphi + \varphi_0$ και $\lambda = \Delta\lambda + \lambda_0$
3. Υπολογίζονται οι νέες διαφορές ως προς το νέο κέντρο
 $\Delta\varphi' = \varphi - \varphi_0'$ και $\Delta\lambda' = \lambda - \lambda_0'$
4. Υπολογίζονται οι νέες (x', y') με τις ευθείες εξισώσεις απεικόνισης

ΠΡΟΒΟΛΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΣΤΗΝ ΕΛΛΑΔΑ

Εγκάρσια Μερκατορική Απεικόνιση



ΠΡΟΒΟΛΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΣΤΗΝ ΕΛΛΑΔΑ

Εγκάρσια Μερκατορική Απεικόνιση (TM)

Μέγιστος κύκλος επαφής: **κεντρικός μεσημβρινός**

Όσο μεγαλώνει η απόσταση από τον κεντρικό μεσημβρινό τόσο το ελλειψοειδές θα απέχει από τον κύλινδρο και οι παραμορφώσεις θα αυξάνονται

Για τον περιορισμό των παραμορφώσεων: **εύρος ζώνης (6° , 3° , 2°)**

Για την ομαλότερη κατανομή των παραμορφώσεων εντός του εύρους ζώνης εισάγεται μια τεχνητή παραμόρφωση στον κεντρικό μεσημβρινό ($m_0 = 0.9999$ ή $m_0 = 0.9996$)

Για την αποφυγή αρνητικών τιμών εισάγεται μια σταθερή θετική ποσότητα κατά τον άξονα των τετμημένων ($E_0 = 500000$ ή 200000)

ΠΡΟΒΟΛΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΣΤΗΝ ΕΛΛΑΔΑ

**Ευθείες εξισώσεις απεικόνισης TM
ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΙ ΣΕ ΑΚΤΙΝΙΑ!!**

$$\mathcal{N} = \mathcal{N}_o + T_1 + m_o N (T_2 \Delta\lambda^2 + T_3 \Delta\lambda^4 + T_4 \Delta\lambda^6 + T_5 \Delta\lambda^8)$$

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_o + m_o N (T_6 \Delta\lambda + T_7 \Delta\lambda^3 + T_8 \Delta\lambda^5 + T_9 \Delta\lambda^7)$$

$$t = \tan \phi \quad \eta^2 = e'^2 \cos^2 \phi \quad \Delta\lambda = \lambda - \lambda_o$$

$$T_1 = m_o S_\varphi, \quad T_2 = \frac{\sin \varphi \cos \varphi}{2}, \quad T_3 = \frac{\sin \varphi \cos^3 \varphi}{24} (5 - t^2 + 9\eta^2 + 4\eta^4)$$

$$T_4 = \frac{\sin \varphi \cos^5 \varphi}{720} (61 - 58t^2 + t^4 + 270\eta^2 - 330t^2\eta^2 + 445\eta^4 + 324\eta^6 - 680t^2\eta^4 + 88\eta^8 - 660t^2\eta^6 - 192t^2\eta^8)$$

$$T_5 = \frac{\sin \varphi \cos^7 \varphi}{40320} (1385 - 3111t^2 + 543t^4 - t^6) \quad (5.16)$$

$$T_6 = \cos \varphi \quad T_7 = \frac{\cos^3 \varphi}{6} (1 - t^2 + \eta^2)$$

$$T_8 = \frac{\cos^5 \varphi}{120} (5 - 18t^2 + t^4 + 14\eta^2 - 58t^2\eta^2 + 13\eta^4 + 4\eta^6 - 64t^2\eta^4 - 24t^2\eta^6)$$

$$T_9 = \frac{\cos^7 \varphi}{5040} (61 - 479t^2 + 179t^4 - t^6)$$

ΠΡΟΒΟΛΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΣΤΗΝ ΕΛΛΑΔΑ

Αντίστροφες εξισώσεις απεικόνισης TM ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΙ ΣΕ ΑΚΤΙΝΙΑ!!

Δίνονται οι προβολικές συντεταγμένες και ζητούνται οι γεωδαιτικές

$$\phi = \phi' - T_{10}e'^2 + T_{11}e'^4 - T_{12}e'^6 + T_{13}e'^8$$

$$\lambda = \lambda_0 + T_{14}Q - T_{15}Q^3 + T_{16}Q^5 - T_{17}Q^7$$

$$t' = \tan \phi' \quad \eta'^2 = e'^2 \cos^2 \phi' \quad Q = \frac{e'}{m_0 N'}$$

$$T_{10} = \frac{t'}{2m_0^2 M' N'}, \quad T_{11} = \frac{t'}{24m_0^4 M' N'^3} (5 + 3t'^2 + \eta'^2 - 4\eta'^4 - 9t'^2 \eta'^2)$$

$$T_{12} = \frac{t'}{720m_0^6 M' N'^5} (61 + 90t'^2 + 45t'^4 + 46\eta'^2 - 252t'^2 \eta'^2 - 3\eta'^4 + 100\eta'^6$$

$$- 66t'^2 \eta'^4 - 90t'^4 \eta'^2 + 88\eta'^8 + 225t'^4 \eta'^4 + 84t'^2 \eta'^6 - 192t'^2 \eta'^8)$$

$$T_{13} = \frac{t'}{40320m_0^8 M' N'^7} (1385 + 3633t'^2 + 4095t'^4 + 1575t'^6) \quad (5.19)$$

$$T_{14} = \frac{1}{\cos \varphi'}, \quad T_{15} = \frac{1}{6\cos \varphi'} (1 + 2t'^2 + \eta'^2)$$

$$T_{16} = \frac{1}{120 \cos \varphi'} (5 + 6\eta'^2 + 28t'^2 - 3\eta'^4 + 8t'^2 \eta'^2 + 24t'^4$$

$$- 4\eta'^6 + 4t'^2 \eta'^4 + 24t'^2 \eta'^6)$$

$$T_{17} = \frac{1}{5040} (61 + 66t'^2 + 1320t'^4 + 720t'^6)$$

ΠΡΟΒΟΛΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΣΤΗΝ ΕΛΛΑΔΑ

Αντίστροφες εξισώσεις απεικόνισης TM ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΙ ΣΕ ΑΚΤΙΝΙΑ!!

Δίνονται οι προβολικές συντεταγμένες και ζητούνται οι γεωδαιτικές

$$\phi = \phi' - T_{10}e'^2 + T_{11}e'^4 - T_{12}e'^6 + T_{13}e'^8$$

$$\lambda = \lambda_0 + T_{14}Q - T_{15}Q^3 + T_{16}Q^5 - T_{17}Q^7$$

Ο υπολογισμός του ϕ' πραγματοποιείται με επαναληπτική διαδικασία από τις αντίστροφες σχέσεις υπολογισμού του πλάτους σημείου με γνωστό μήκος τόξου από τον παράλληλο αφετηρίας ϕ_0

$$S'_\phi = \frac{\mathcal{N}}{m_0}$$

ΠΡΟΒΟΛΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΣΤΗΝ ΕΛΛΑΔΑ

Η απεικόνιση UTM

Αποτελεί παραλλαγή της TM με παγκόσμια εφαρμογή

Ευρος ζώνης 6° , $m_0 = 0.9996$ $E_0 = 500000\text{m}$ $\phi_0 = 0^\circ$ $N_0 = 0\text{m}$

Στην Ελλάδα η προβολή εφαρμόστηκε με το datum ED50
(ελλειψοειδές Hayford)

Για την Ελλάδα κεντρικοί μεσημβρινοί $\lambda_0 = 21^\circ$ και 27°

Χάρτες ΓΥΣ 1:50000

ΠΡΟΒΟΛΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΣΤΗΝ ΕΛΛΑΔΑ

Η απεικόνιση TM3

Αποτελεί παραλλαγή της TM

Ευρος ζώνης 3° , $m_0 = 0.9999$ $\mathcal{E}_0 = 200000\text{m}$ $\phi_0 = 34^\circ$ $\mathcal{N}_0 = 0\text{m}$

Στην Ελλάδα η προβολή εφαρμόστηκε με το Παλιό Ελληνικό datum (ελλειψοειδές Bessel, λο στο Αστεροσκοπείο Αθηνών)

Για την Ελλάδα κεντρικοί μεσημβρινοί $\lambda_0 = -3^\circ, 0^\circ$ και $+3^\circ$

Χάρτες ΕΠΑ (Επιχείρηση Πολεοδομικής Ανασυγκρότησης)

ΠΡΟΒΟΛΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΣΤΗΝ ΕΛΛΑΔΑ

Η απεικόνιση TM87

Αποτελεί παραλλαγή της TM

Μίας ζώνης, $m_0 = 0.9996$ $\mathcal{E}_0 = 500000\text{m}$ $\phi_0 = 0^\circ$ $\mathcal{N}_0 = 0\text{m}$

Στην Ελλάδα η προβολή εφαρμόζεται από το 1990 με το Νεό Ελληνικό datum ΕΓΣΑ87 (ελλειψοειδές GRS80)

Ένας κεντρικός μεσημβρινός $\lambda_0 = 24^\circ$

Χάρτες κτηματολογίου, επίσημη προβολή για την Ελλάδα

ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΙ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΩΝ

Στις πρακτικές εφαρμογές παρουσιάζεται συχνά το πρόβλημα του μετασχηματισμού συντεταγμένων από ένα προβολικό σύστημα σε ένα άλλο

- Αξιοποίηση παλαιότερων μετρήσεων στο πλαίσιο νέων μελετών
- Συνδέσεις δικτύων που επιλύθηκαν σε διαφορετικές χρονικές περιόδους
- Παλιό ρυμοτομικό που πρέπει να ενταχθεί σε χάρτη νέας αποτύπωσης

Μετασχηματισμός: απαίτηση μεταφοράς σε κοινό σύστημα για κοινή αντιμετώπιση προβλημάτων

ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΙ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΩΝ

Διαδικασία:

1. Προσεγγιστικός μετασχηματισμός βάσει της γνώσης μας για τη διαφορά των δύο συστημάτων αναφοράς

($\Delta X, \Delta Y, \Delta Z, \epsilon x, \epsilon y, \epsilon z$)

2. Εφαρμογή μετασχηματισμού ομοιότητας σε κοινά σημεία και στα δύο συστήματα για τον υπολογισμό των τοπικών παραμέτρων μετασχηματισμού

3. Εφαρμογή των παραμέτρων μετασχηματισμού στα υπόλοιπα σημεία που ενδιαφέρουν

ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΙ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΩΝ

Έστω προβολή P1, στο datum D1 και P2 στο datum D2

1. Προσεγγιστικός μετασχηματισμός

α) $(x, y)_{P1} \rightarrow (\varphi, \lambda)_{D1}$: εξισώσεις απεικόνισης

β) $(\varphi, \lambda)_{D1}$ και το h_{P1} ($=H+N$ ή $=0$) $\rightarrow (X, Y, Z)_{D1}$

γ) $(X, Y, Z)_{D1} \rightarrow (\Delta X, \Delta Y, \Delta Z) \rightarrow (X, Y, Z)_{D2}$

δ) $(X, Y, Z)_{D2} \rightarrow (\varphi, \lambda)_{D2}$

ε) $(\varphi, \lambda)_{D2} \rightarrow (x, y)_{P2}$: εξισώσεις απεικόνισης

ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΙ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΩΝ

2. Τελικός μετασχηματισμός

- α) Εφαρμογή του μοντέλου του μετασχηματισμού στα κοινά σημεία
- β) Υπολογισμός των παραμέτρων μετασχηματισμού

3. Εφαρμογή στα μη κοινά σημεία

ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΙ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΩΝ

Πολυώνυμα ΓΥΣ-ΟΚΧΕ

Μετασχηματισμός από ΗΑΤΤ και παλιό Ελληνικό datum σε TM87 και ΕΓΣΑ87

Ακρίβεια 10 - 15 cm

$$\mathcal{E} = A_0 + A_1x + A_2y + A_3x^2 + A_4y^2 + A_5xy$$

$$\mathcal{N} = B_0 + B_1x + B_2y + B_3x^2 + B_4y^2 + B_5xy$$

Μεταθέσεις γεωδαιτικών datum	$\Delta X(m)$	$\Delta Y(m)$	$\Delta Z(m)$	ακρίβεια (m)
παλιο ελληνικό datum -> ΕΓΣΑ87	656.110	298.590	250.800	± 5
παλιο ελληνικό datum -> ED50	518.000	454.000	661.000	± 5
ED50 -> ΕΓΣΑ87	138.110	-155.410	-410.200	± 5
παλιο ελληνικό datum -> WGS84/ITRF	456.387	372.620	496.818	± 5
ΕΓΣΑ87 -> WGS84/ITRF	-199.723	74.030	246.018	± 1
ED50 -> WGS84/ITRF	-61.613	-81.380	-164.182	± 5

ΠΕΡΙΛΗΨΗ - ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

- Συστήματα αναφοράς συντεταγμένων
- Αποχή γεωειδούς και απόκλιση της κατακορύφου
- Ορισμός και υλοποίηση γεωδαιτικού datum
- Διαδικασία ίδρυσης τοπικού γεωδαιτικού datum
- Ελληνικά Γεωδαιτικά Datum
- Μοντέλο μετασχηματισμού ομοιότητας
- Προβολικά συστήματα στην Ελλάδα
- Μετασχηματισμοί συντεταγμένων