

# ΓΕΩΔΑΙΣΙΑ

## 6η παρουσίαση

Βασίλης Δ. Ανδριτσάνος  
Δρ. Αγρονόμος - Τοπογράφος Μηχανικός ΑΠΘ

4ο εξάμηνο



ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ  
ΙΔΡΥΜΑ ΑΘΗΝΑΣ

Σχολή Τεχνολογικών Εφαρμογών / Τμήμα Τοπογραφίας / Τομέας Τοπογραφίας - Φωτογραμμετρίας - Χαρτογραφίας

**<http://eclass.survey.teiath.gr>**

**Γεωδαισία**

**Παρουσιάσεις, Ασκήσεις, Σημειώσεις**

5. Φυσική Γεωδαισία –  
Εισαγωγή στο πεδίο βαρύτητας – Γεωμετρία του πεδίου  
Αναπαράσταση του πεδίου – σφαιρική αρμονική  
ανάπτυξη – Γεωειδές

**6. Μετρήσεις στη Γεωδαισία - Δορυφορικές παρατηρήσεις  
Γεωδαιτική Αστρονομία - Βαρυτημετρία - Επίγειες  
γεωδαιτικές μετρήσεις**

**7. Μέθοδοι επίλυσης γεωδαιτικών μετρήσεων - προσδιορισμοί  
θέσης - βαρύτητα - υψομετρία - αναγωγές στο ελλειψοειδές  
και στο προβολικό επίπεδο**

8. Αναγωγές στο γεωειδές –  
Προβλήματα συνοριακών τιμών – Μοντελοποίηση του  
πεδίου γήινου πεδίου βαρύτητας

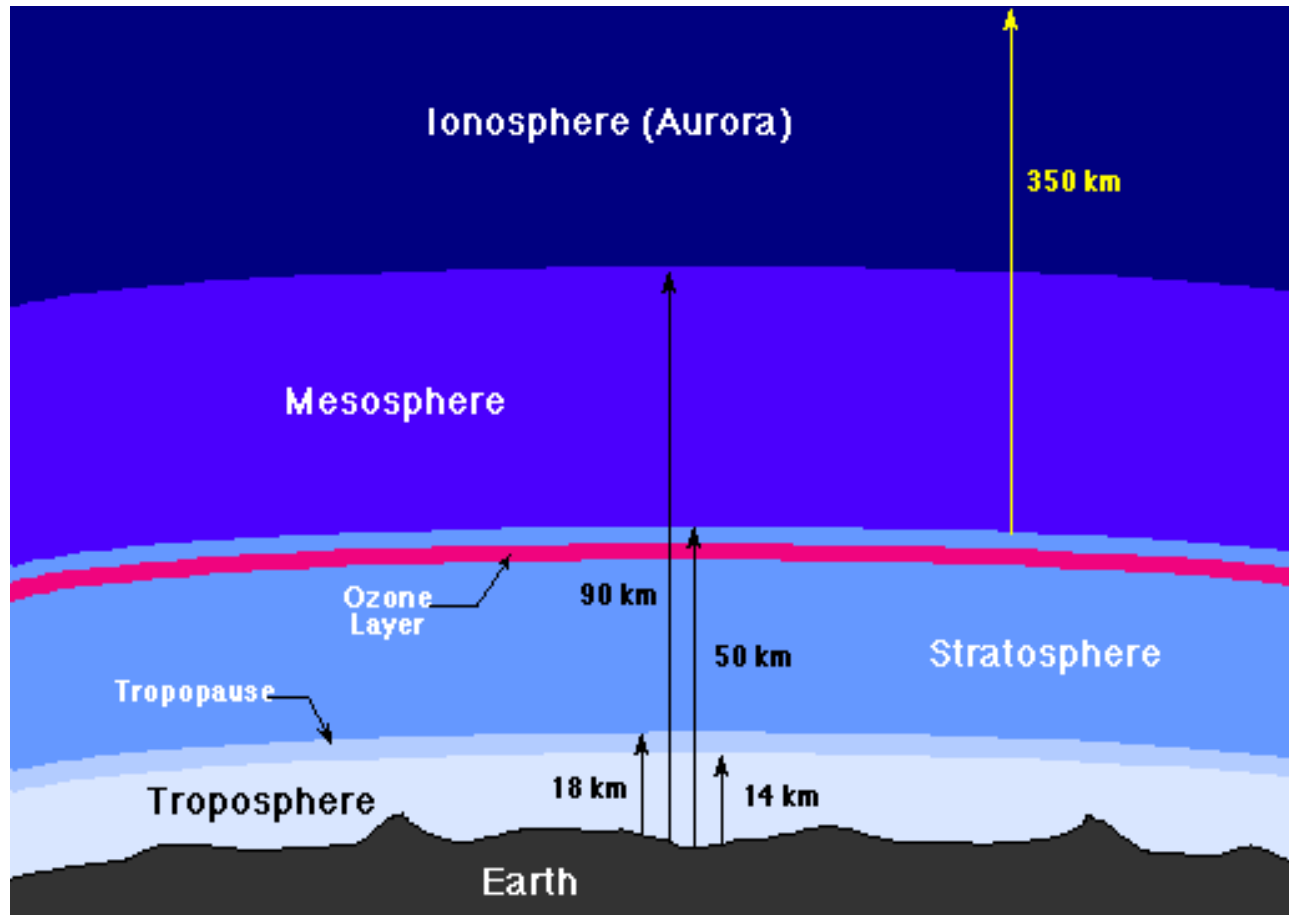
## ΓΕΩΔΑΙΤΙΚΕΣ ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ

- Το σύνολο των γεωδαιτικών μετρήσεων διακρίνεται σε 4 κύριες κατηγορίες
  1. *Δορυφορικές παρατηρήσεις*: δορυφόροι ως στόχοι ή πομποί – **Δορυφορική Γεωδαισία**
  2. *Εξωγαλαξιακές παρατηρήσεις*: παρατηρήσεις ραδιοτηλεσκοπίων σε μακρινούς αστέρες – **Γεωδαιτική Αστρονομία**
  3. *Επίγειες και δορυφορικές μετρήσεις βαρύτητας* – **Βαρυτημετρία**
  4. *Κλασικές επίγειες γεωδαιτικές μετρήσεις*: μετρήσεις αποστάσεων και γωνιών – **Γεωμετρική Γεωδαισία**

## ΑΤΜΟΣΦΑΙΡΙΚΕΣ ΕΠΙΔΡΑΣΕΙΣ

- Το **πεδίο των μετρήσεων** (πάνω στην επιφάνεια και έξω από αυτήν) επιδρά στις γεωδαιτικές μετρήσεις
- Ηλεκτρομαγνητικά κύματα χρησιμοποιούνται ως **φορείς των γεωδαιτικών μετρήσεων**, τόσο στη δορυφορική και επίγεια-γεωμετρική γεωδαισία όσο και στη γεωδαιτική αστρονομία
- Χρησιμοποιούνται το φάσμα της **ορατής ακτινοβολίας** (οπτικές μετρήσεις), της **υπέρυθρης** (laser αποστασιόμετρα) και το φάσμα των **μικροκυμάτων** (δορυφορικές μετρήσεις)
- Διαδρομή των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων μέσα από την ατμόσφαιρα: **επίδραση στην ταχύτητα μετάδοσης και τη διαδρομή**
- Διαφορετική αντιμετώπιση στα στρώματα της τροπόσφαιρας και της ιονόσφαιρας

# ΔΙΑΣΤΡΩΜΑΤΩΣΗ ΓΗΙΝΗΣ ΑΤΜΟΣΦΑΙΡΑΣ

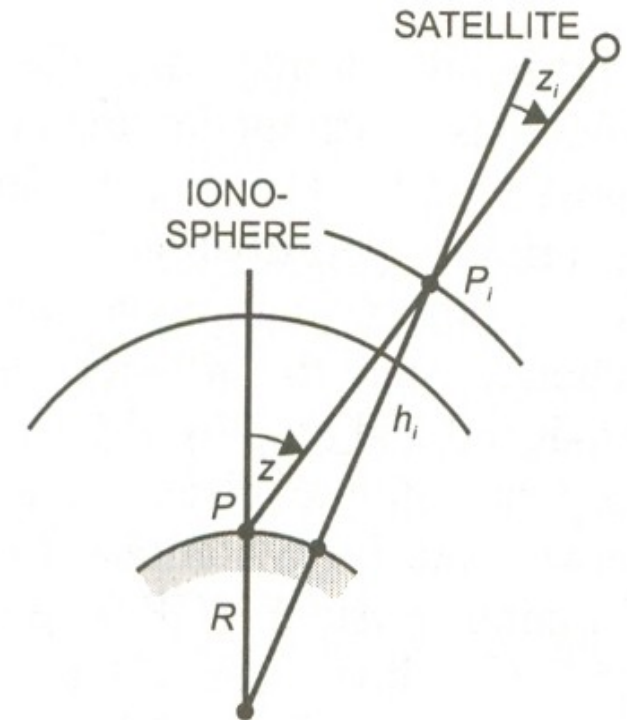


## ΤΡΟΠΟΣΦΑΙΡΙΚΗ ΕΠΙΔΡΑΣΗ

- Η τροπόσφαιρα είναι το κατώτερο επίπεδο της ατμόσφαιρας: όλες οι γεωδαιτικές μετρήσεις (δορυφορικές ή επίγειες) διαπερνούν το στρώμα της τροπόσφαιρας
- Πάχος 9 km στους πόλους και 16 km στον ισημερινό
- Αποτελεί το 90% της ατμοσφαιρικής μάζας
- Οι διορθώσεις στις μετρήσεις λόγω τροπόσφαιρας υπολογίζονται από τοπικά ή παγκόσμια μοντέλα τροπόσφαιρας με τη **μέτρηση μετεωρολογικών παραμέτρων** (θερμοκρασία, πίεση, υγρασία)
- Παγκόσμια μοντέλα που χρησιμοποιούνται συνήθως είναι τα: Hopfield 1969, Saastamoinen 1973, Neill 1996

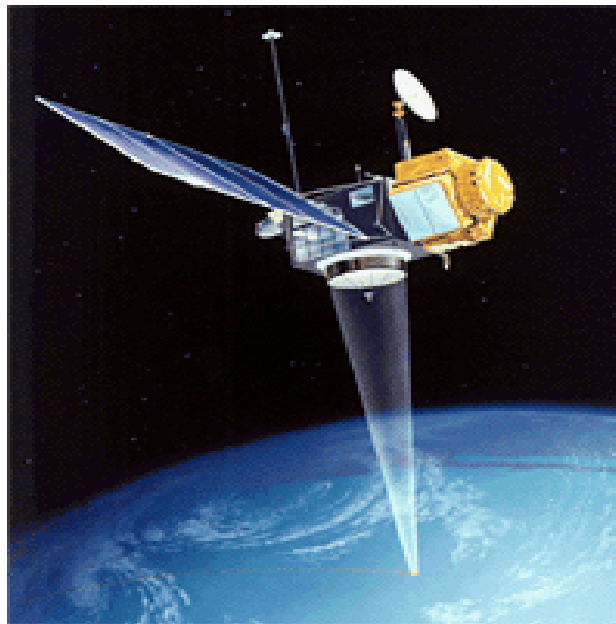
## ΙΟΝΟΣΦΑΙΡΙΚΗ ΕΠΙΔΡΑΣΗ

- Στρώμα ελευθέρων φορτισμένων σωματιδίων 50 – 1500 km. Στα 200 – 300 km η μεγαλύτερη πυκνότητα
- Όλες οι γεωδαιτικές μετρήσεις από και προς τους δορυφόρους επηρεάζονται από την ιονοσφαιρική επίδραση
- **Total Electron Content (TEC):** Αντιπροσωπεύει τον αριθμό των φορτισμένων σωματιδίων μέσα σε ένα κυλινδρικό σωλήνα διατομής  $1 \text{ m}^2$
- **Μοντέλα ιονόσφαιρας:** περιγράφουν την επίδραση της στο χώρο και το χρόνο. Βασίζονται στην εξάρτηση της κατάστασης της ιονόσφαιρας από τη θέση του ήλιου (International Reference Ionosphere – IRI1995)



## ΔΟΡΥΦΟΡΙΚΕΣ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

- Οι μετρήσεις της δορυφορικής γεωδαισίας διακρίνονται σε μετρήσεις από και προς τεχνητούς δορυφόρους και προς τη σελήνη
- GNSS - Αλτιμετρία - μετρήσεις laser
- Οι τροχιές χωρίζονται σε ένα **κανονικό** μέρος (περιγραφή από τους νόμους του Kepler) και σε ένα **διαταρακτικό** (μεταβολές από την κανονική τροχιά)



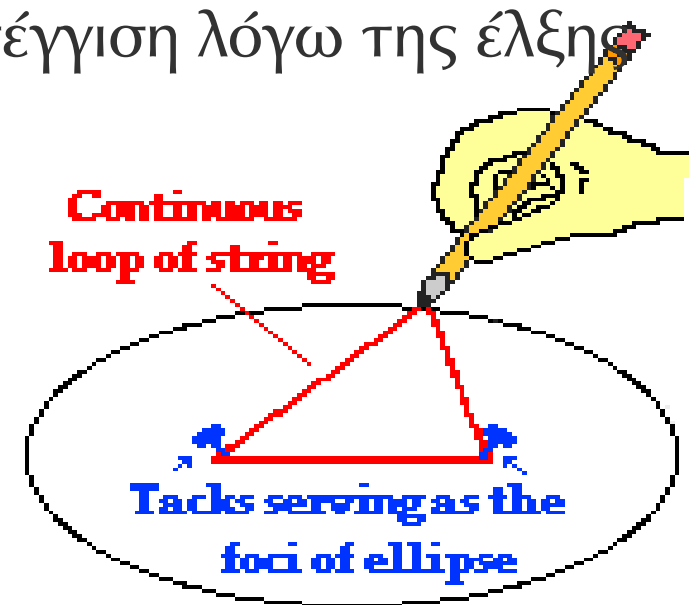
## ΝΟΜΟΙ KEPLER ΓΙΑ ΤΗ ΔΟΥΡΥΦΟΡΙΚΗ ΤΡΟΧΙΑ

Αντίστοιχα με την πλανητική κίνηση, η κανονική τροχιά των δορυφόρων περιγράφεται από τους **Νόμους του Kepler**

**Κανονική τροχιά:** μη ικανοποιητική προσέγγιση λόγω της έλξης της πεπλατυσμένης στον ισημερινό Γης

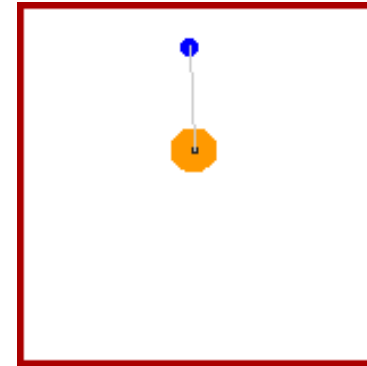
### 1ος νόμος

Οι δορυφόροι πραγματοποιούν ελλειπτική τροχιά, στη μία εστία της οποίας βρίσκεται η Γη



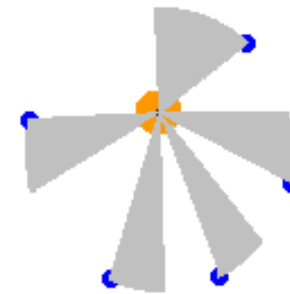
## 2ος νόμος

Οι δορυφόροι διαγράφουν σε ίσους χρόνους ίσα εμβαδά (ελλειπτικούς τομείς) με εστία τη Γη



## 3ος νόμος

Οι κύβοι των μεγάλων ημιαξόνων των τροχιών των δορυφόρων είναι ανάλογοι με τα τετράγωνα των περιόδων περιστροφής



The areas of all triangles are the same size  
-Kepler's law of Equal Areas -

## ΔΙΑΤΑΡΑΚΤΙΚΗ ΔΟΡΥΦΟΡΙΚΗ ΤΡΟΧΙΑ

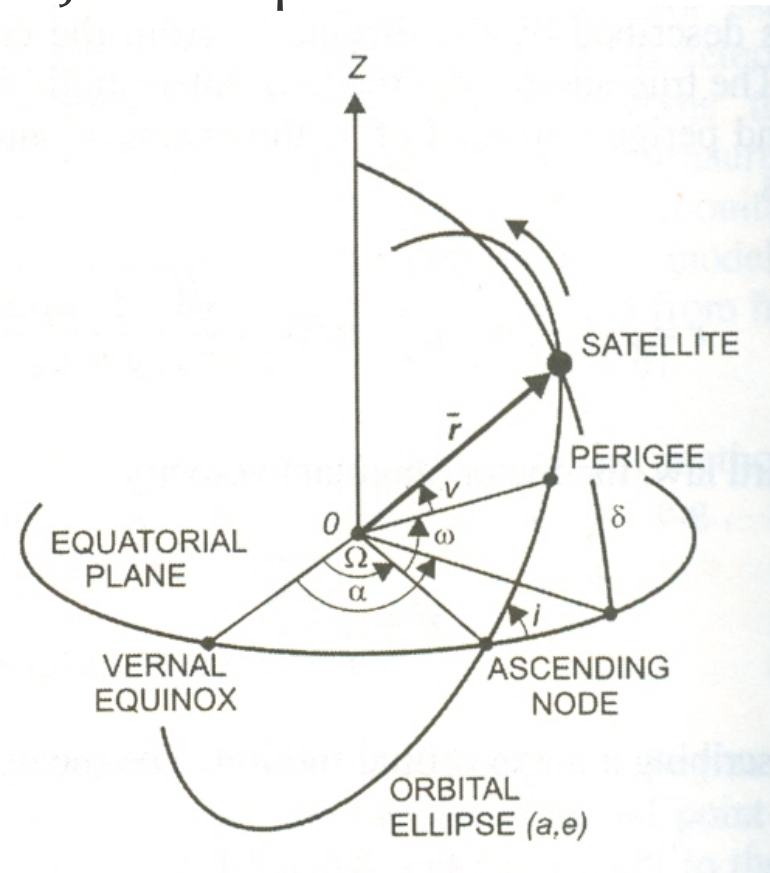
Για τη μελέτη της διαταρακτικής τροχιάς το τροχιακό σύστημα μετασχηματίζεται σε ένα **σταθερό σύστημα με αναφορά το γήινο κέντρο μάζας**

Η τροχιά του δορυφόρου στο νέο σύστημα μελετάται με την παρατήρηση των **έξι τροχιακών στοιχείων Kepler**

Οι λύσεις των διαφορικών εξισώσεων των τροχιακών στοιχείων Kepler ως προς το χρόνο οδηγούν στις προσέγγιση των πραγματικών τροχιών των δορυφόρων

# ΤΡΟΧΙΑΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΚΕPLER

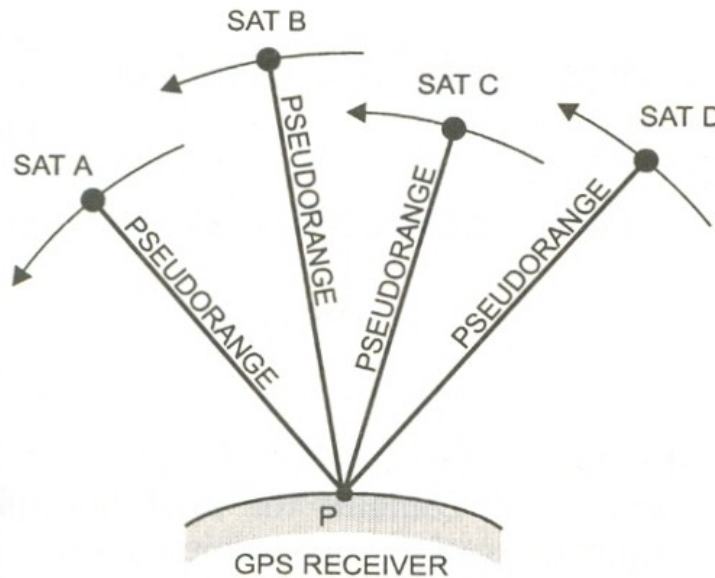
1.  $\Omega$ : ορθή αναφορά του αναβιβάζοντος συνδέσμου
2.  $i$ : κλίση της τροχιάς
3.  $\omega$ : όρισμα του περιγείου
4.  $a$ : μεγάλος ημιάξονας της τροχιάς
5.  $e$ : εκκεντρότητα της τροχιάς
6.  $v$ : αληθής ανωμαλία



# ΠΑΓΚΟΣΜΙΑ ΔΟΡΥΦΟΡΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΠΛΟΗΓΗΣΗΣ - GNSS

Τα πιο διαδεδομένα δορυφορικά συστήματα με πλήθος εφαρμογών στη **ναυσιπλοΐα** και τη **γεωδαισία** (προσδιορισμός θέσης)

## Global Positioning System (GPS), Glonass, Galileo



## **LASER ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ ΣΕ ΔΟΡΥΦΟΡΟΥΣ (Satellite Laser Ranging - SLR)**

**Αρχή μέτρησης:** μέτρηση απόστασης από τη Γη ειδικούς δορυφόρους εξοπλισμένους με κάτοπτρα

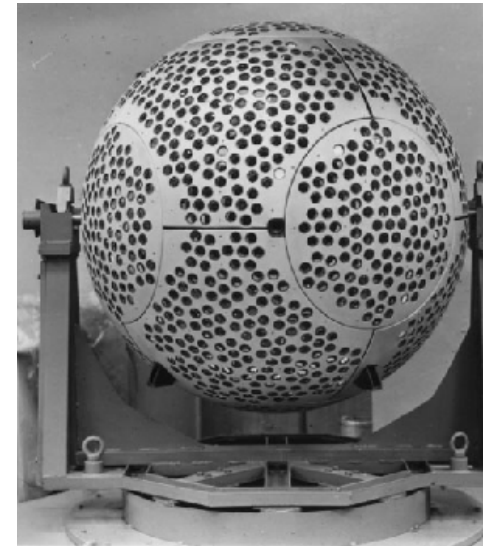
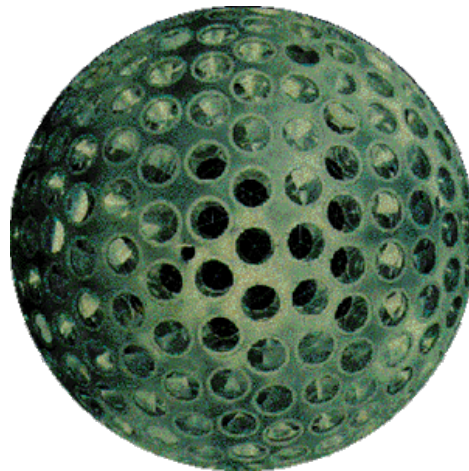
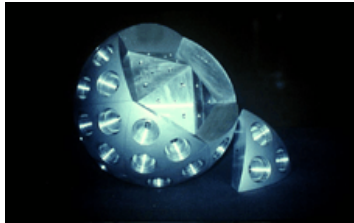
**Πλεονεκτήματα:**

1. Υψηλές ακρίβειες λόγω της διάδοσης του laser μέσα από την ατμόσφαιρα
2. Η κατασκευή των κατοπτρικών δορυφόρων είναι χαμηλού κόστους και μεγάλης διάρκειας ζωής

**Μειονεκτήματα**

1. Εξάρτηση από τις καιρικές συνθήκες
2. Υψηλό κόστος εξοπλισμού στο έδαφος

## LASER ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ ΣΕ ΔΟΡΥΦΟΡΟΥΣ (Satellite Laser Ranging - SLR)



## LASER ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ ΣΕ ΔΟΡΥΦΟΡΟΥΣ (Satellite Laser Ranging - SLR)

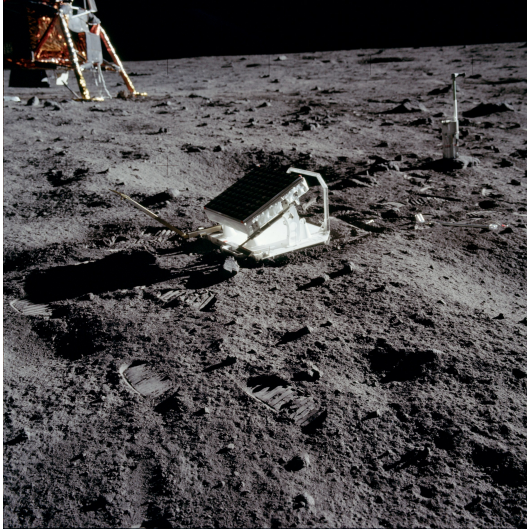


$$s = \frac{c}{2} \Delta t$$

Ακρίβειες μέτρησης απόστασης  
από 1,5 έως 15 mm

Δορυφόροι: Starlette (1975),  
LAGEOS 1 (1976), Ajisai (1986),  
ETALON 1-2 (1989), LAGEOS 2  
(1992)

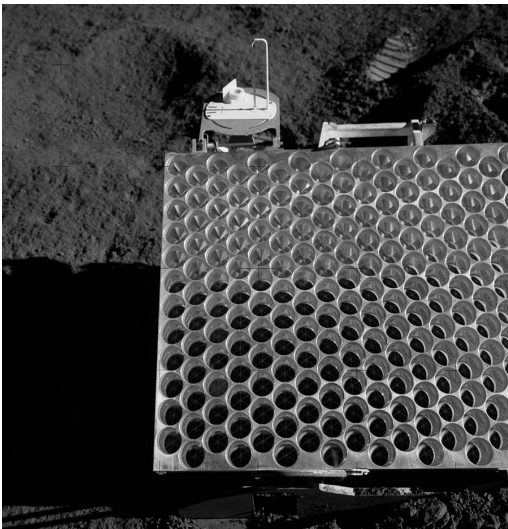
## LASER ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ ΠΡΟΣ ΤΗ ΣΕΛΗΝΗ (Lunar Laser Ranging - LLR)



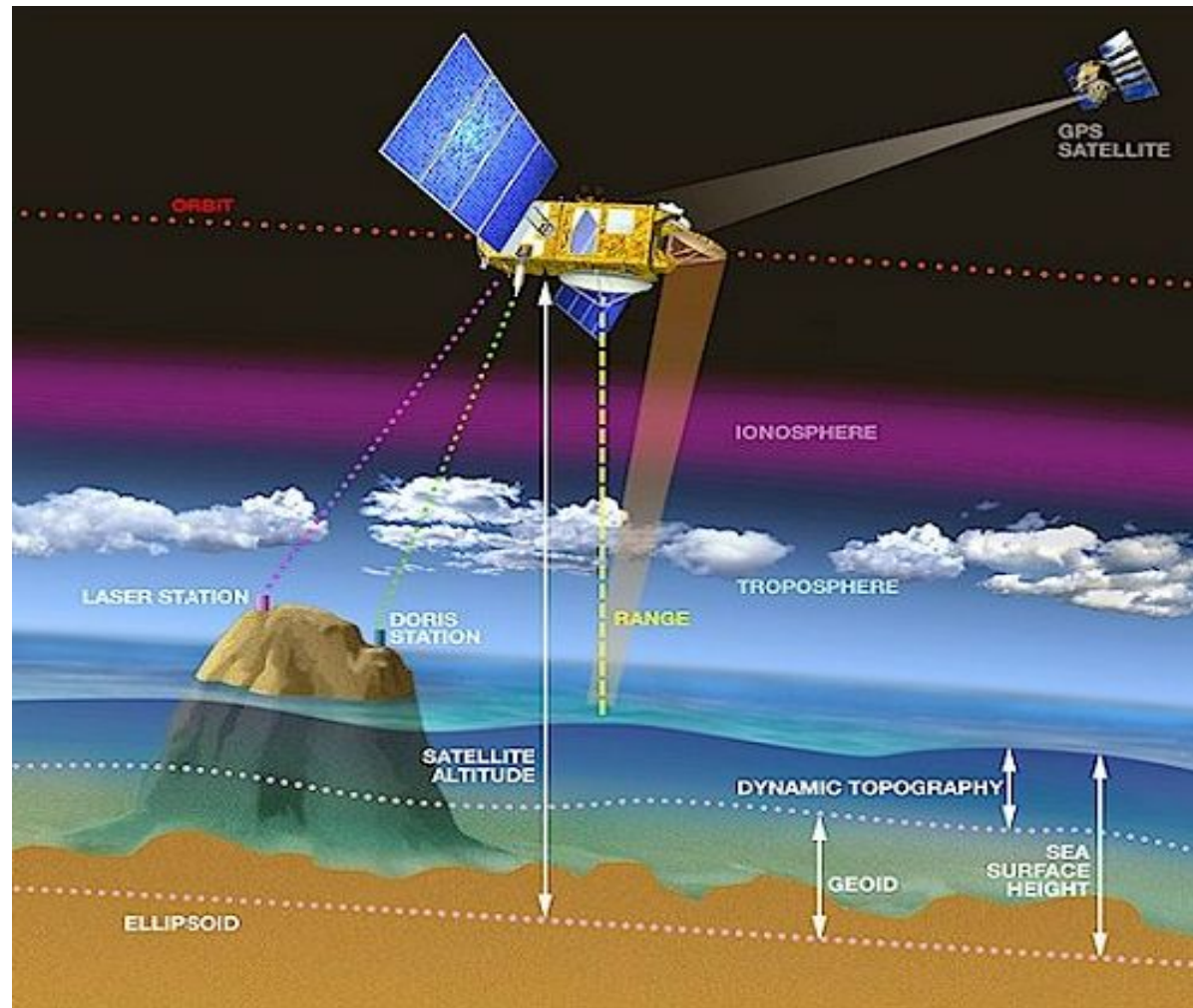
$$s = \frac{c}{2} \Delta t$$

Ακρίβειες μέτρησης απόστασης 1 cm

Οι μετρήσεις χρησιμοποιούνται για τη μελέτη του συστήματος γη-σελήνης και γεωδυναμικών φαινομένων στην επιφάνεια της Γης

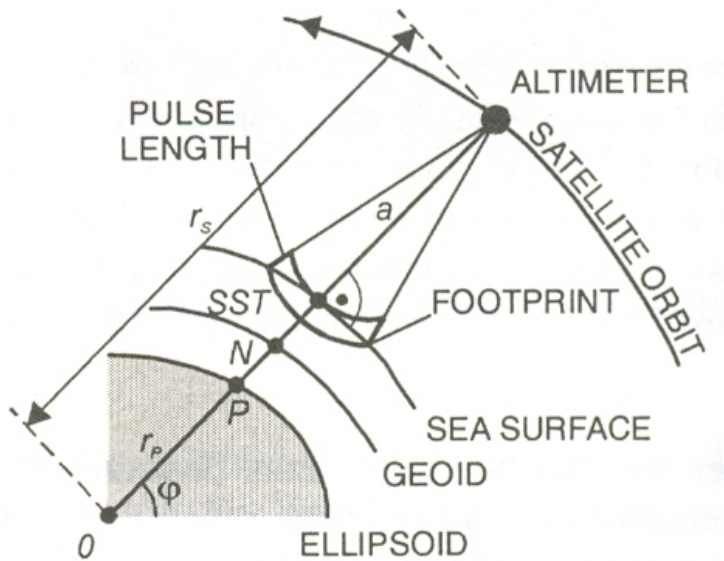


# ΔΟΡΥΦΟΡΙΚΗ ΑΛΤΙΜΕΤΡΙΑ (Satellite Altimetry)



## ΔΟΡΥΦΟΡΙΚΗ ΑΛΤΙΜΕΤΡΙΑ (Satellite Altimetry)

- Ο παλμός laser εκπέμπεται από το **αλτίμετρο-ραντάρ** πάνω στο δορυφόρο με κατεύθυνση τη γήινη επιφάνεια της θάλασσας
- Η επιφάνεια των ωκεανών **αντανεκλά** τον παλμό και μετράται ο χρόνος της διαδρομής του σήματος από την εκπομπή ως τη λήψη.



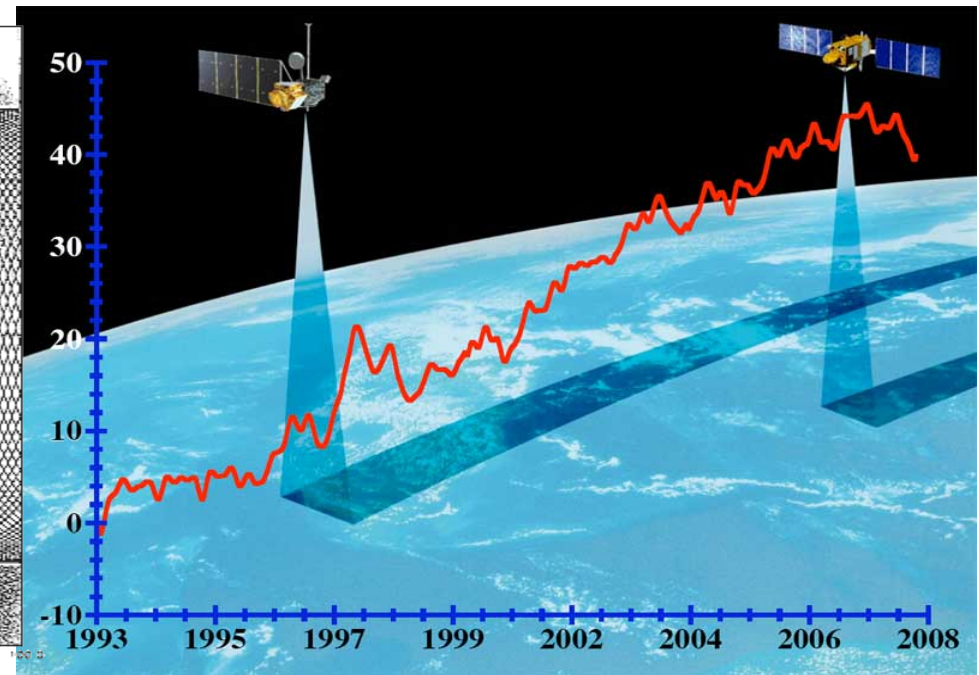
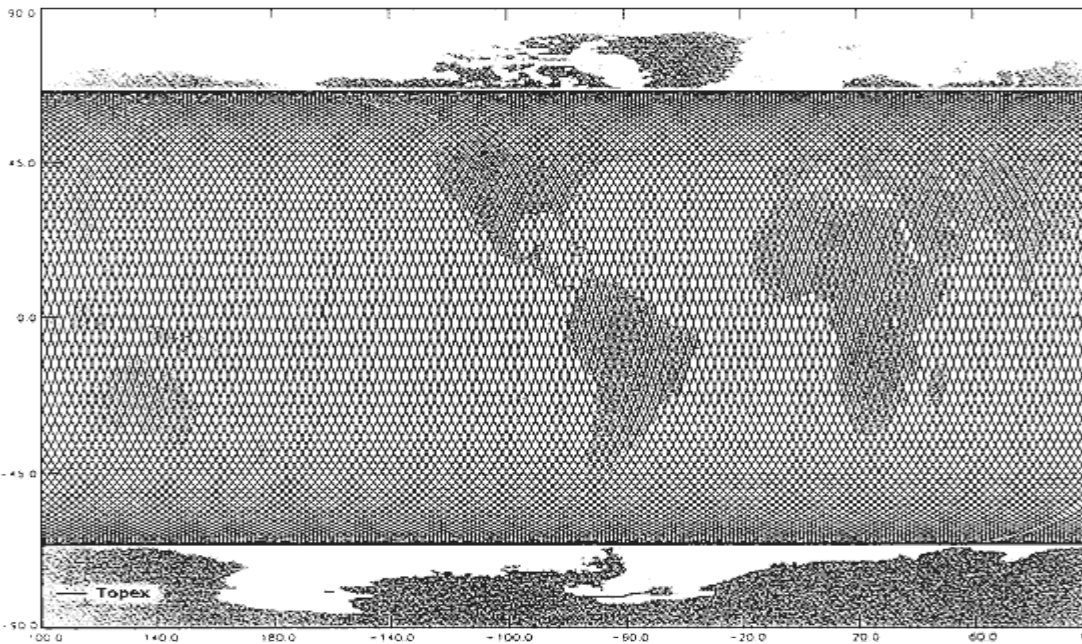
$$a = \frac{c}{2} \Delta t$$

$$a = r_s - r_p - (N + SST)$$

# ΔΟΡΥΦΟΡΙΚΗ ΑΛΤΙΜΕΤΡΙΑ (Satellite Altimetry)

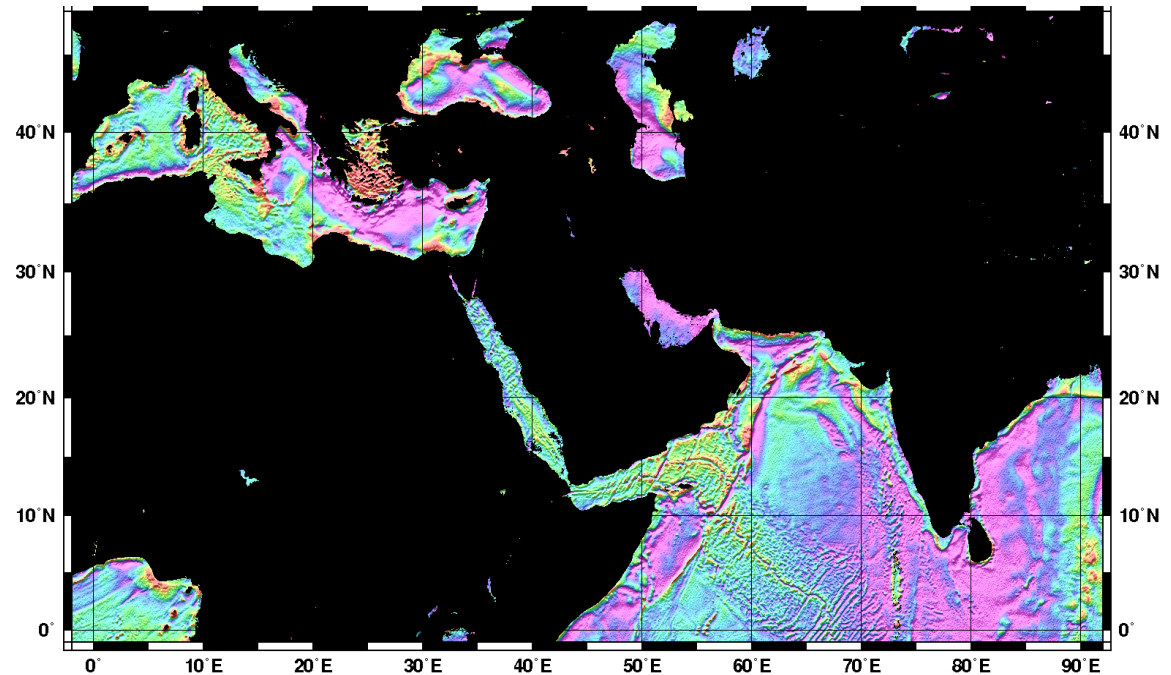
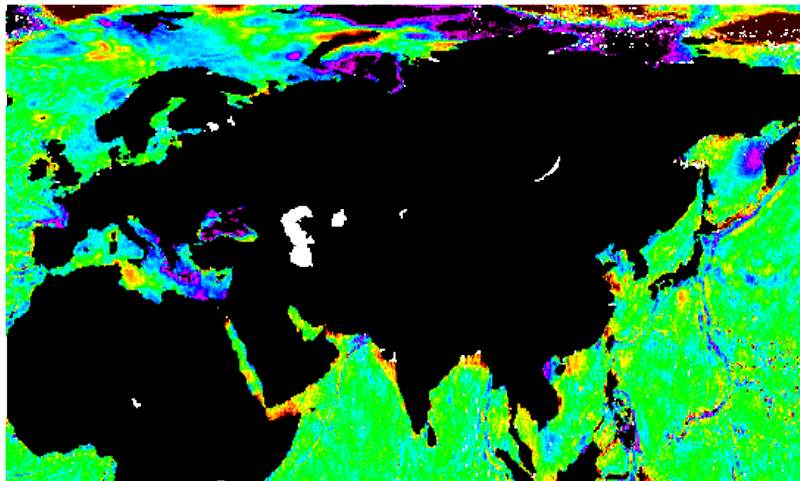
Δύο είδη αλτιμετρικών αποστολών:

**1. Αποστολές ακριβούς επαναληπτικότητας (Exact-repeat missions - ERM):** ο αλτιμετρικός δορυφόρος περνά από τα ίδια σημεία ανά συγκεκριμένα χρονικά διαστήματα (GEOSAT-ERM, ERS-ERM, Topex/Poseidon, Jason 1-2): *μελέτη της μεταβολής της στάθμης των θαλασσών*



## ΔΟΡΥΦΟΡΙΚΗ ΑΛΤΙΜΕΤΡΙΑ (Satellite Altimetry)

2. Γεωδαιτικές αποστολές (Geodetic missions - GEOSAT-GM, ERS1-GM):  
χρησιμοποιώντας κατάλληλες μεταβολές στις τροχιές των αλτιμετρικών  
δορυφόρων δημιουργούνται πυκνά ίχνη στο έδαφος για την αξιόπιστη  
απεικόνιση του γεωειδούς στον ωκεανό: **Αλτιμετρικό γεωειδές**



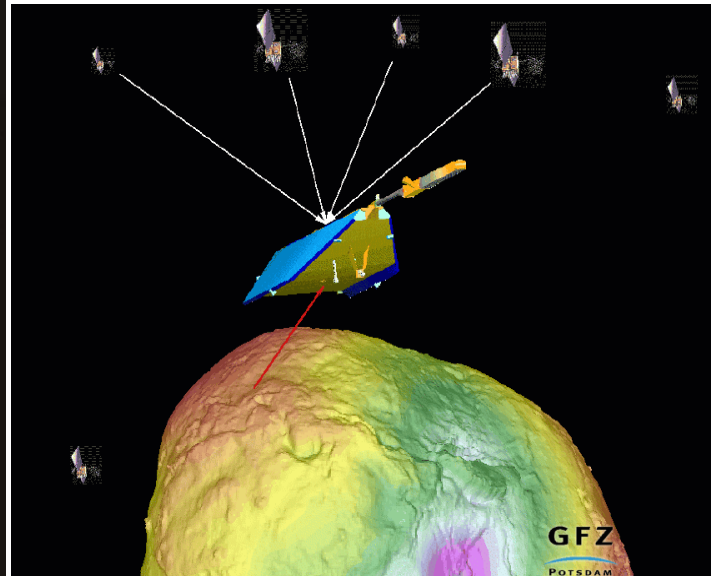
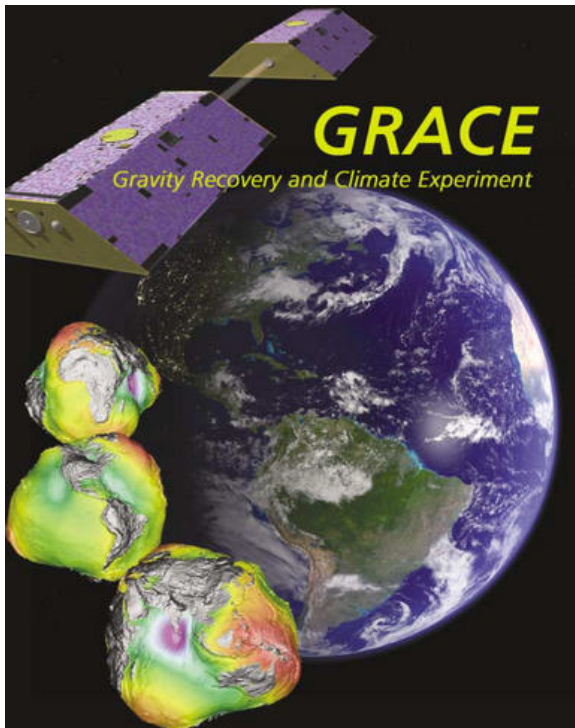
David T. Sandwell and Walter H. F. Smith, Marine Gravity Anomaly from Satellite Altimetry, Version 15.2

## ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ ΜΕΤΑΞΥ ΔΟΡΥΦΟΡΩΝ (Satellite-to-Satellite tracking - SST)

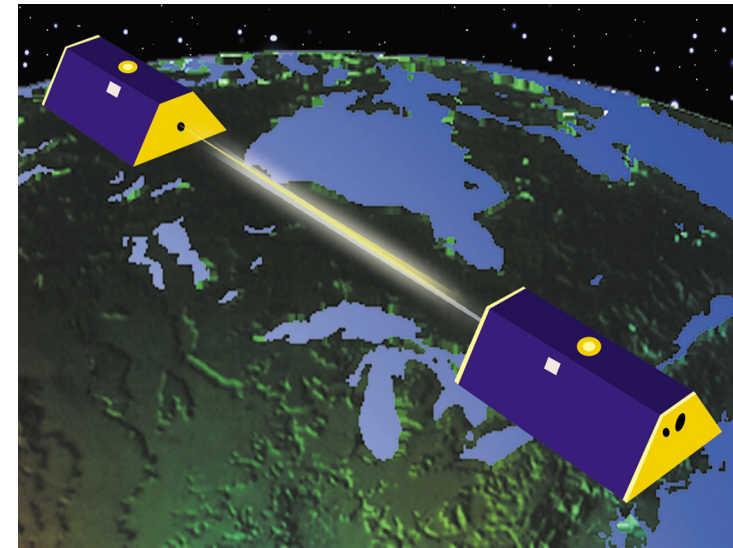
Χρησιμοποιείται ένας **μηχανισμός μικροκυμάτων** για την απόσταση μεταξύ δύο δορυφόρων σε χαμηλή τροχιά

Η ακριβής θέση των δορυφόρων προσδιορίζεται από δορυφόρους GPS

Οι παρατηρήσεις δίνουν πληροφορίες για το πεδίο βαρύτητας μέχρι ένα χαμηλό βαθμό ανάπτυξης (περίπου 120)



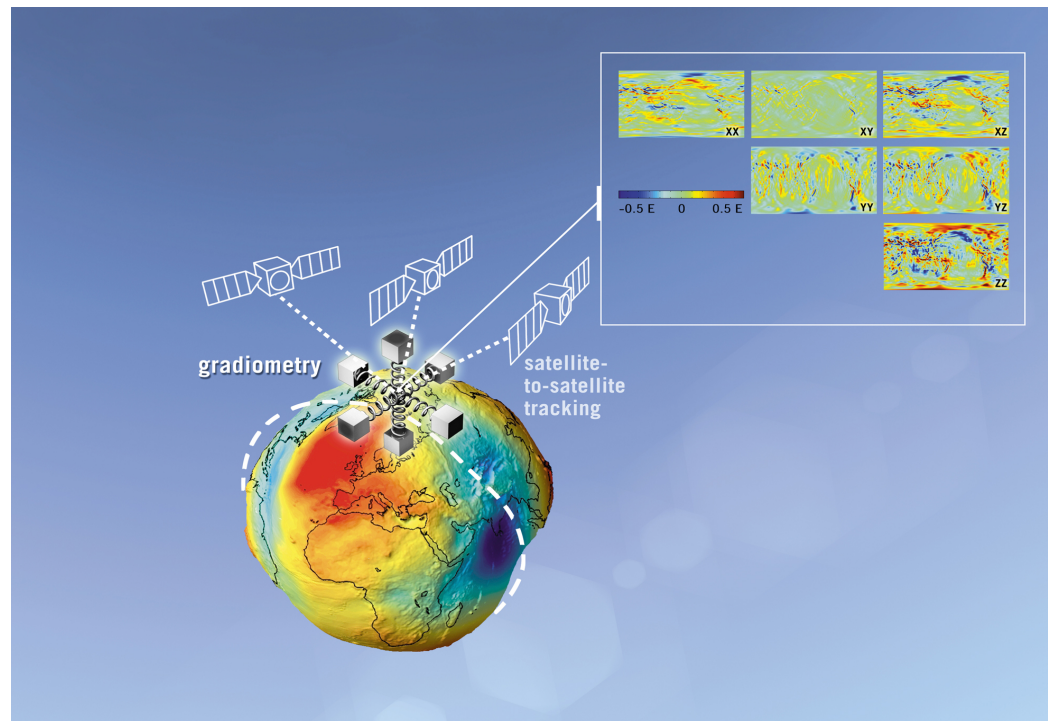
Γεωδαισία



## ΔΟΡΥΦΟΡΙΚΗ ΒΑΘΜΙΔΟΜΕΤΡΙΑ (Satellite gravity gradiometry)

Επιταχυσιομέτρα εγκατεστημένα πάνω στους δορυφόρους μετρούν την κλίση του πεδίου βαρύτητας (δεύτερες παράγωγοι του δυναμικού της βαρύτητας)

Προγραμματισμένη δορυφορική αποστολή (2009): GOCE



## ΣΥΜΒΟΛΟΜΕΤΡΙΑ ΜΕΓΑΛΗΣ ΒΑΣΗΣ (Very Long Baseline Interferometry)

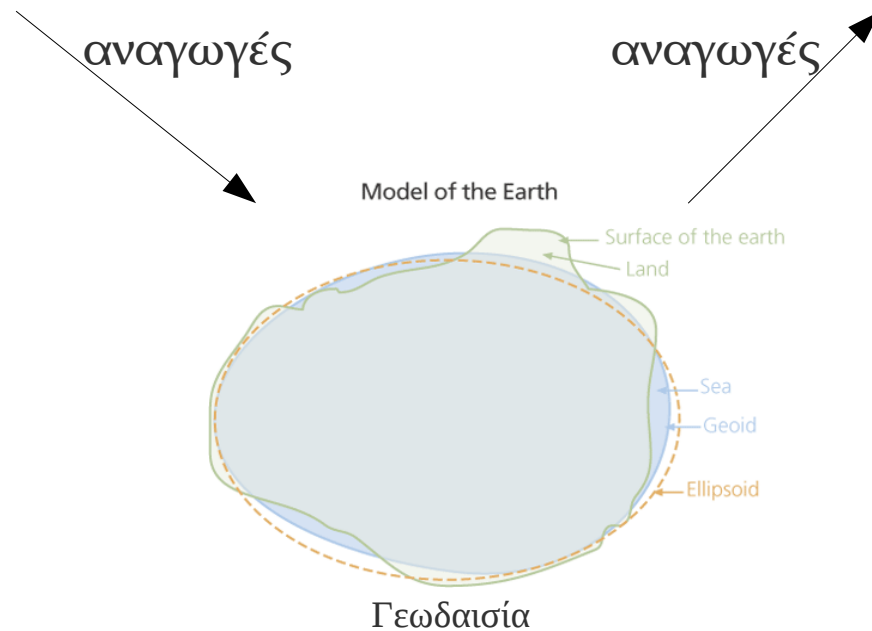
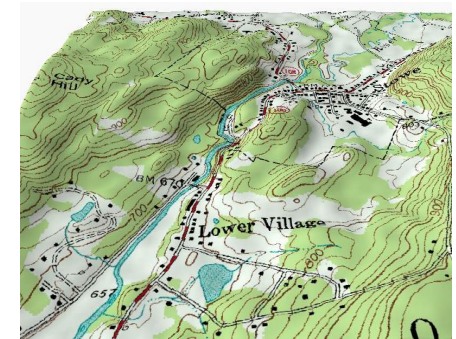
- Παρατηρήσεις σε εξωγαλαξιακές πηγές ραδιοακτινοβολίας με τη βοήθεια ραδιοτηλεσκοπίων
- Ακρίβεια 0,001" και μεγαλύτερη ανάλογα με τη διάμετρο των ραδιοτηλεσκοπίων
- Χρήση για τη διόρθωση των μοντέλων της μετάπτωσης και της κλόνησης στην περιστροφή της Γης και τη σύνδεση μεταξύ των συστημάτων αναφοράς ITRS και ICRS



Γεωδαισία

# ΑΝΑΓΩΓΕΣ ΕΠΙΓΕΙΩΝ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΩΝ

Μεταφορά γεωδαιτικών παρατηρήσεων από το πεδίο στο χάρτη



## ΑΝΑΓΩΓΕΣ ΕΠΙΓΕΙΩΝ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΩΝ

Διαδικασία επίλυσης επίγειων παρατηρήσεων

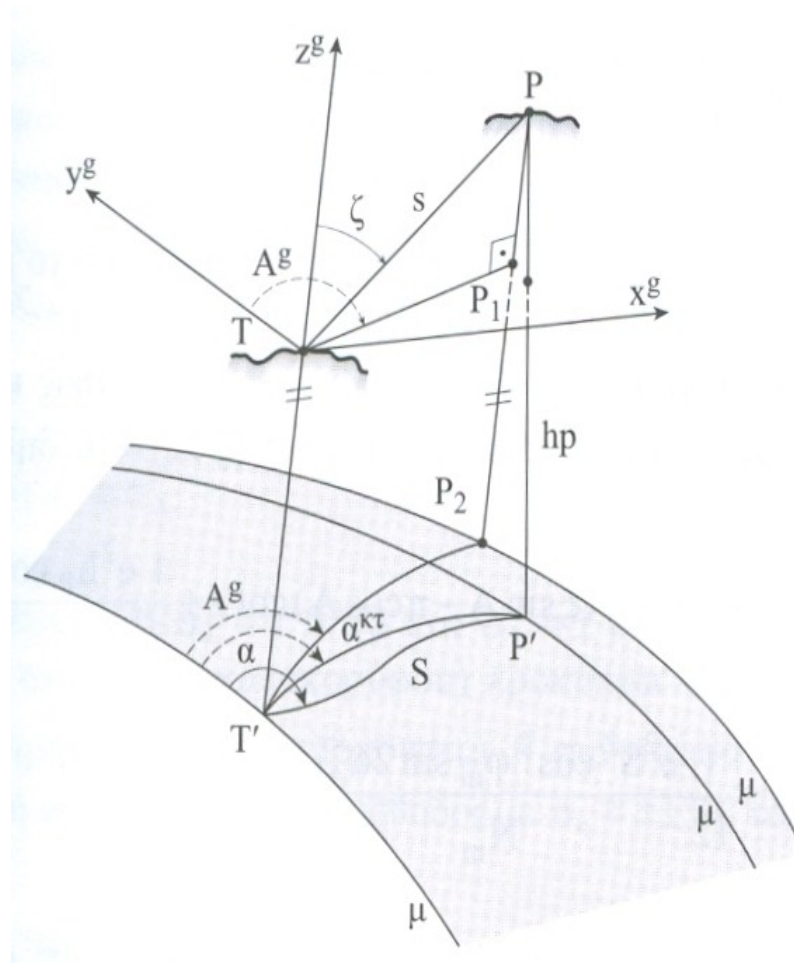
1. **Διορθώσεις** από την επίδραση του φυσικού περιβάλλοντος των μετρήσεων (π.χ., ατμοσφαιρικές διορθώσεις στις παρατηρήσεις EDM)
2. **Αναγωγές** των διορθωμένων παρατηρήσεων από το πεδίο των μετρήσεων **στο μοντέλο του ελλειψοειδούς**
3. **Αναγωγές** των παρατηρήσεων από το ελλειψοειδές **στο προβολικό επίπεδο του χάρτη**

## ΑΝΑΓΩΓΗ ΑΣΤΡΟΝΟΜΙΚΟΥ ΑΖΙΜΟΥΘΙΟΥ

Η αναγωγή της μέτρησης ενός αστρονομικού αζιμουθίου χωρίζεται σε τρία στάδια:

1. Αναγωγή ως προς την κάθετη στο σημείο στάσης: **Αναγωγή Laplace** ( $A \rightarrow A^g$ )
2. Αναγωγή στην κάθετη τομή στο ελλειψοειδές ( $A^g \rightarrow \alpha^{kt}$ )
3. Αναγωγή στη γεωδαισιακή γραμμή ( $\alpha^{kt} \rightarrow \alpha$ )

# ΑΝΑΓΩΓΗ ΑΣΤΡΟΝΟΜΙΚΟΥ ΑΖΙΜΟΥΘΙΟΥ



## ΑΝΑΓΩΓΗ ΑΣΤΡΟΝΟΜΙΚΟΥ ΑΖΙΜΟΥΘΙΟΥ

Αναγωγή Laplace

$$\delta A^g = A^g - A = -\eta \tan \phi - (\xi \sin A - \eta \cos A) \cot \zeta$$

Αναγωγή στην κάθετη τομή

$$\delta \alpha^{κτ} = \alpha^{κτ} - A^g = \frac{1}{2} \frac{e^2 h_P \cos^2 \phi_P \sin 2\alpha^{κτ}}{M_m}$$

Αναγωγή στη γεωδαισιακή γραμμή

$$\delta \alpha = \alpha - \alpha^{κτ} = -\frac{1}{12} \frac{e^2 S^2 \cos^2 \phi_m \sin 2\alpha_{AB}^{κτ}}{N_m^2}$$

## ΑΝΑΓΩΓΗ ΑΣΤΡΟΝΟΜΙΚΟΥ ΑΖΙΜΟΥΘΙΟΥ

**Πότε η αναγωγή αστρονομικού αζιμουθίου μπορεί να αγνοηθεί;**

Αναγωγή Laplace

**Δεν αγνοείται γιατί μπορεί να φτάσει και τα 20''**

Αναγωγή στην κάθετη τομή

**Δεν πρέπει να αγνοείται (0,20'') ιδιαίτερα για μεγάλα  $h$**

Αναγωγή στη γεωδαισιακή γραμμή

**Μπορεί να αγνοηθεί για  $S < 100$  km**

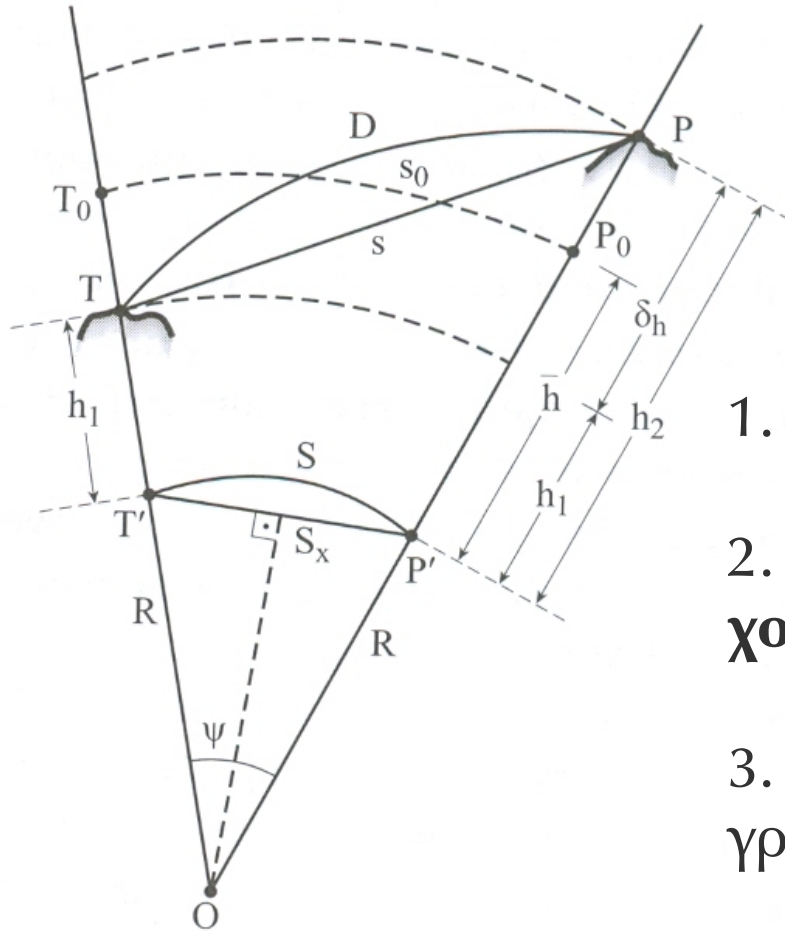
## ΑΝΑΓΩΓΗ ΟΡΙΖΟΝΤΙΑΣ ΔΙΕΥΘΥΝΣΗΣ

$$\delta\beta = \beta - B = -(\xi \sin A - \eta \cos A) \cot \zeta + \delta\alpha^{\kappa\tau} + \delta\alpha$$

$$\delta\alpha^{\kappa\tau} = \alpha^{\kappa\tau} - A^g = \frac{1}{2} \frac{e^2 h_P \cos^2 \phi_P \sin 2\alpha^{\kappa\tau}}{M_m}$$

$$\delta\alpha = \alpha - \alpha^{\kappa\tau} = -\frac{1}{12} \frac{e^2 S^2 \cos^2 \phi_m \sin 2\alpha_{AB}^{\kappa\tau}}{N_m^2}$$

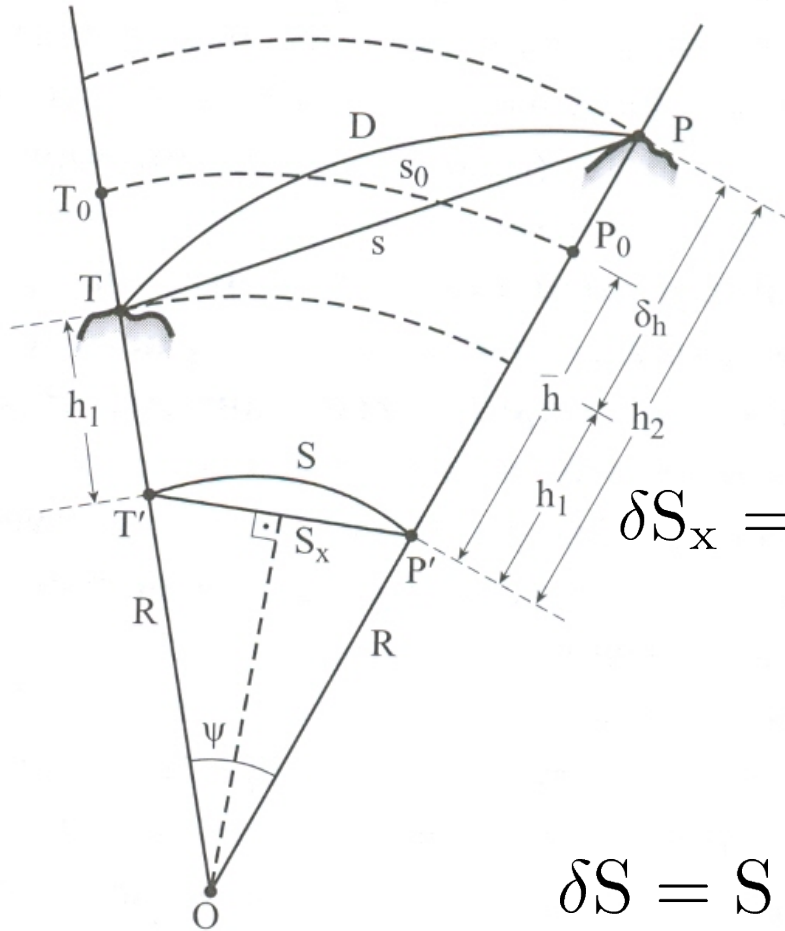
# ΑΝΑΓΩΓΗ ΑΠΟΣΤΑΣΗΣ



$$S = s + \delta S_o + \delta S_x + \delta S$$

1. Αναγωγή λόγω κλίσης
2. Αναγωγή λόγω υψομέτρου ή στη χορδή
3. Αναγωγή στο τόξο της γεωδαισιακής γραμμής

# ΑΝΑΓΩΓΗ ΑΠΟΣΤΑΣΗΣ

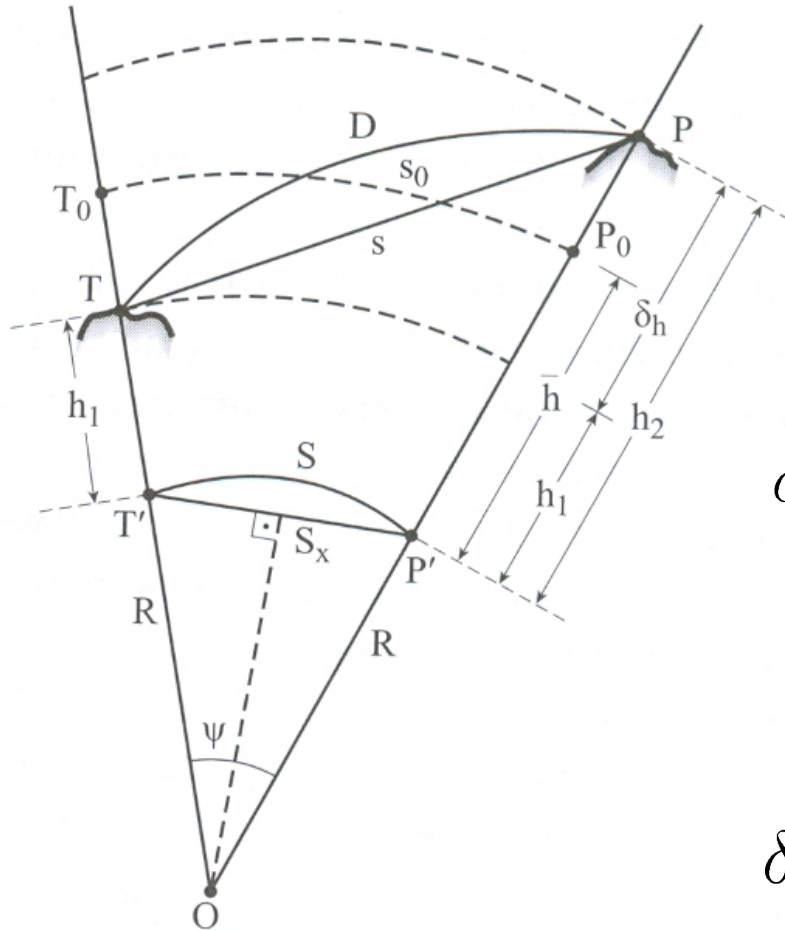


$$\delta S_0 = S_0 - s = \sqrt{s^2 - \delta h^2} - s$$

$$\delta S_x = S_x - S_0 = \frac{S_0}{\sqrt{\left(1 + \frac{h_1}{R}\right) \left(1 + \frac{h_2}{R}\right)}} - S_0$$

$$\delta S = S - S_x = 2R \arcsin \left( \frac{S_x}{2R} \right) - S_x$$

# ΑΝΑΓΩΓΗ ΑΠΟΣΤΑΣΗΣ



Για αποστάσεις  $< 10 \text{ km}$

$$\delta S_o = S_o - s = \sqrt{s^2 - \delta h^2} - s$$

$$\delta S_x = S_x - s_o = \left(1 - \frac{\bar{h}}{R}\right) s_o - s_o$$

$$\bar{h} = \frac{h_1 + h_2}{2}$$

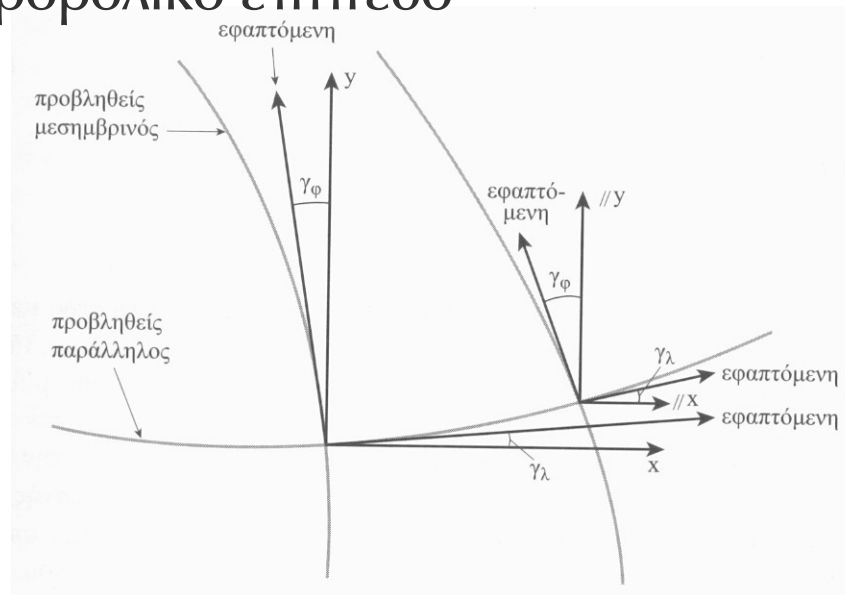
$$\delta S = S - S_x \approx 0$$

# ΑΝΑΓΩΓΕΣ ΣΤΟ ΠΡΟΒΟΛΙΚΟ ΕΠΙΠΕΔΟ

**Κάναβος τετραγωνισμού:** ο ορθογώνιος κάναβος που ορίζεται στο προβολικό επίπεδο

**Χαρτογραφικός κάναβος:** η προβολή του κανάβου των παραλλήλων και μεσημβρινών του ελλειψοειδούς στο επίπεδο

Η γωνία  $\gamma_\phi$  μεταξύ των δύο κανάβων ονομάζεται **σύγκλιση των μεσημβρινών** και αποτελεί σημαντική ποσότητα στις αναγωγές από το ελλειψοειδές στο προβολικό επίπεδο



# ΑΝΑΓΩΓΕΣ ΣΤΟ ΠΡΟΒΟΛΙΚΟ ΕΠΙΠΕΔΟ

Η σύνδεση μεταξύ του μήκους της γεωδαισιακής γραμμής και της προβολής της στο προβολικό επίπεδο πραγματοποιείται μέσω του **συντελεστή αναγωγής απόστασης ή συντελεστή κλίμακας γραμμής**

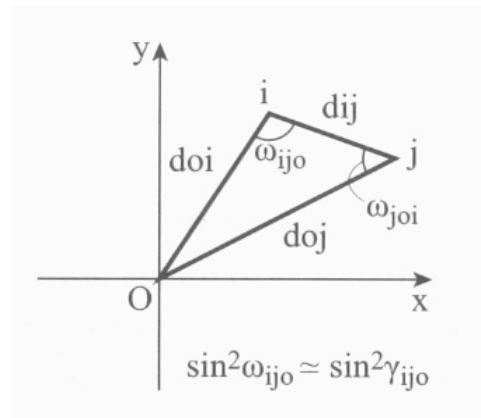
$$\bar{s} = m_{ij} S_{ij}$$

## ΑΝΑΓΩΓΗ ΑΠΟΣΤΑΣΗΣ ΣΤΗ HATT

Σύμφωνα με τις εξισώσεις απεικόνισης της Hatt (ισαπέχουσα αζιμουθιακή προβολή) οι γραμμές που δε διέρχονται από το κέντρο του φύλλου υφίστανται αλλοιώσεις (παραμορφώσεις)

$$d_{ij} = \left( 1 + \frac{d_{oi}^2}{6\bar{R}^2} \sin^2 \gamma_{ijo} \right) S_{ij} = \left( 1 + \frac{d_{oj}^2}{6\bar{R}^2} \sin^2 \gamma_{joi} \right) S_{ij} = m_{ij} S_{ij}$$

$$\gamma_{ijo} \approx \omega_{ijo}, \gamma_{joi} \approx \omega_{joi} \quad \bar{R} = \sqrt{MN}, \phi_o$$



## ΤΑΞΗ ΜΕΓΕΘΟΥΣ ΑΝΑΓΩΓΗΣ ΑΠΟΣΤΑΣΗΣ ΣΤΗ HATT

*Μέγιστες παραμορφώσεις όταν η απόσταση είναι κάθετη προς τη διεύθυνση από το κέντρο*

Για  $S = 2 \text{ km}$   $\Delta S = 1 \text{ cm}$ , για  $S = 10 \text{ km}$   $\Delta S = 5 \text{ cm}$

*Για συνήθεις εφαρμογές της Hatt (απλοί τριγωνισμοί, αποτυπώσεις) η αναγωγή από το ΕΕΠ στο προβολικό επίπεδο μπορεί να αγνοείται, όχι όμως στα δίκτυα*

**Οι αναγωγές γωνιών, διευθύνσεων και αζιμουθίου δεν υπερβαίνουν το 1 arcsec και κρίνονται αμελητέες**

## ΑΝΑΓΩΓΕΣ ΣΤΗΝ ΤΜ

*Οι αναγωγές αζιμουθίου, γωνίας, διεύθυνσης και απόστασης στην προβολή ΤΜ υπολογίζονται συναρτήσεως των συντεταγμένων των σημείων κατά προτίμηση των **προβολικών***

Γεωδαισιακή γραμμή προβάλλεται ως καμπύλη βάσει των εξισώσεων απεικόνισης της ΤΜ με τα κοίλα να στρέφονται προς τον κεντρικό μεσημβρινό

Αν η γραμμή διασχίζει τον κεντρικό μεσημβρινό, τότε στο σημείο τομής η καμπυλότητα μηδενίζεται και κατόπιν αλλάζει φορά

Οι αναγωγές στην ΤΜ απαιτούν τον υπολογισμό της **σύγκλισης των μεσημβρινών, του συντελεστή κλίμακας σημείου και γραμμής και της γωνιακής διόρθωσης τόξου-χορδής**



## ΣΥΓΚΛΙΣΗ ΤΩΝ ΜΕΣΗΜΒΡΙΝΩΝ ΣΤΗΝ ΤΜ

α) συναρτήσει των γεωδαιτικών συντεταγμένων

$$\gamma = \Delta\lambda \sin \phi [1 + T_{18}\Delta\lambda^2 + T_{19}\Delta\lambda^4 + T_{20}\Delta\lambda^6]$$

$$T_{18} = \frac{\cos \phi^2}{3} (1 + 3\eta^2 + 2\eta^4)$$

$$T_{19} = \frac{\cos \phi^4}{15} (2 - t^2 + 15\eta^2 + 35\eta^4 - 15t^2\eta^2 + 33\eta^6 - 50t^2\eta^4 + 11\eta^8 - 60t^2\eta^6 - 24t^2\eta^8)$$

$$T_{20} = \frac{\cos \phi^6}{315} (17 - 26t^2 + 2t^4)$$

## ΣΥΓΚΛΙΣΗ ΤΩΝ ΜΕΣΗΜΒΡΙΝΩΝ ΣΤΗΝ ΤΜ

α) συναρτήσει των προβολικών συντεταγμένων

$$\gamma = T_{21}Q - T_{22}Q^3 + T_{23}Q^5 - T_{24}Q^7$$

$$Q = \frac{\mathcal{E}'}{m_o N'}$$

$$T_{21} = t' \quad T_{22} = \frac{t'}{3}(1 + t'^2 - \eta'^2 - 2\eta'^4)$$

$$T_{23} = \frac{t'}{15}(2 + 5t'^2 + 2\eta'^2 + 3t'^4 + t'^2\eta'^2 + 9\eta'^4 + 20\eta'^6 - 7t'^2\eta'^4 - 27t'^2\eta'^6 + 11\eta'^8 - 24t'^2\eta'^8)$$

$$T_{24} = \frac{t'}{315}(17 + 77t'^2 + 105t'^4 + 45t'^6)$$

## ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΚΛΙΜΑΚΑΣ ΣΤΗΝ ΤΜ

α) συναρτήσει των γεωδαιτικών συντεταγμένων

$$m = m_o [1 + T_{25} \Delta\lambda^2 + T_{26} \Delta\lambda^4 + T_{27} \Delta\lambda^6]$$

$$T_{25} = \frac{\cos^2 \phi}{2} (1 + 5\eta^2)$$

$$T_{26} = \frac{\cos^4 \phi}{24} (5 - 4t^2 + 14\eta^2 + 13\eta^4 - 28t^2\eta^2 + 4\eta^6 - 48t^2\eta^4 - 24t^2\eta^6)$$

$$T_{27} = \frac{\cos^2 \phi}{2} (1 + 5\eta^2)$$

## ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΚΛΙΜΑΚΑΣ ΣΤΗΝ ΤΜ

α) συναρτήσει των προβολικών συντεταγμένων

$$m = m_o [1 + T_{28} Q^2 + T_{29} Q^4 + T_{30} Q^6]$$

$$Q = \frac{\mathcal{E}'}{m_o N'}$$

$$T_{28} = \frac{1 + \eta'^2}{2}$$

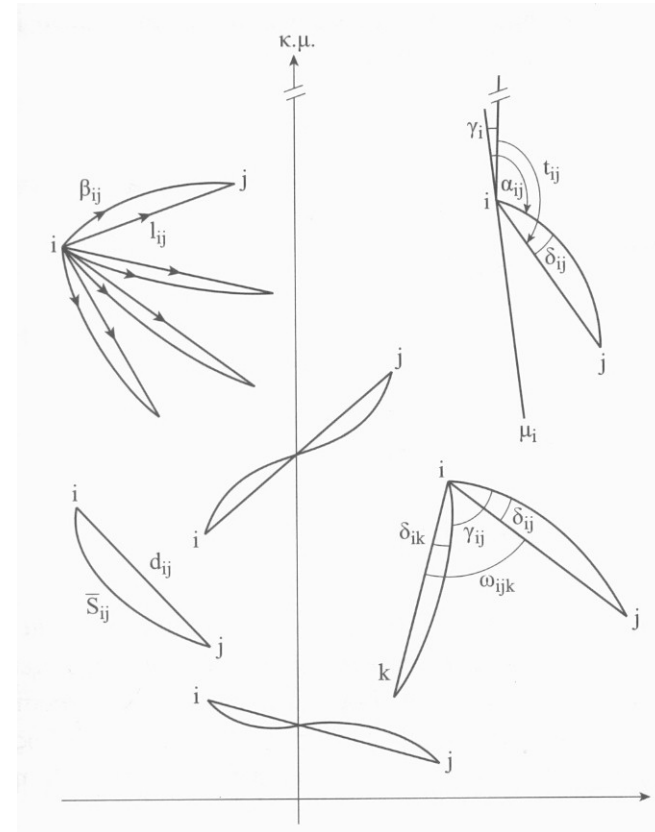
$$T_{29} = \frac{1 + 6\eta'^2 + 9\eta'^4 + 4\eta'^6 - 24t'^2\eta'^4 - 24t'^2\eta'^6}{24}$$

$$T_{30} = \frac{1}{720}$$

## ΓΩΝΙΑΚΗ ΔΙΟΡΘΩΣΗ ΤΟΞΟΥ - ΧΟΡΔΗΣ ΣΤΗΝ ΤΜ

$$\delta_{ij} = - \frac{\Delta \mathcal{N}_{ij} (2\mathcal{E}'_i + \mathcal{E}'_j)}{6m_o^2 R_m^2}$$

$$R_m \approx 6371000$$



# ΑΝΑΓΩΓΗ ΑΠΟΣΤΑΣΗΣ ΣΤΗΝ ΤΜ

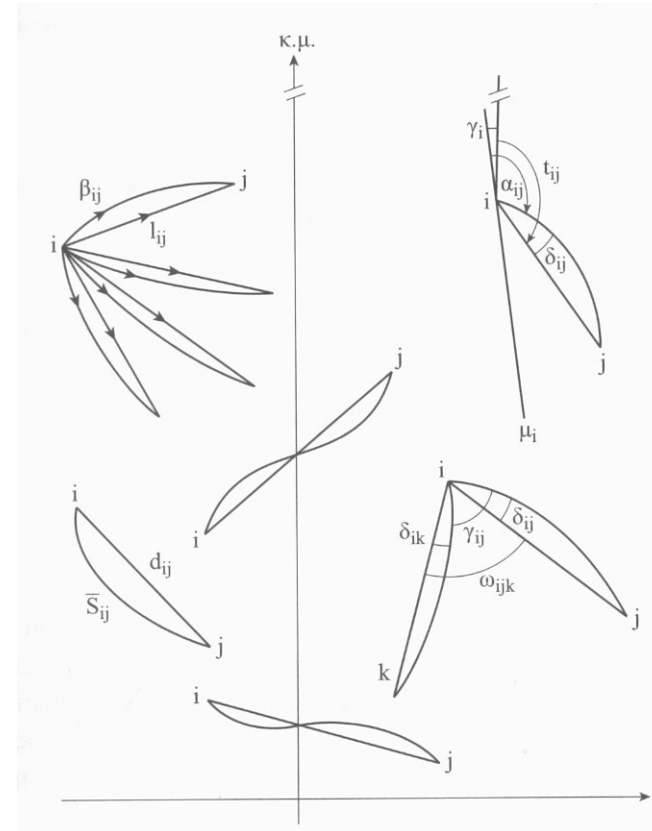
$$d_{ij} = m_{ij} S_{ij}$$

$$m_{ij} = m_o \left( 1 + \frac{\mathcal{E}'^2_u}{6m_o^2 R_m^2} \right)$$

$$\mathcal{E}'^2_u = \mathcal{E}'^2_i + \mathcal{E}'_i \mathcal{E}'_j + \mathcal{E}'^2_j$$

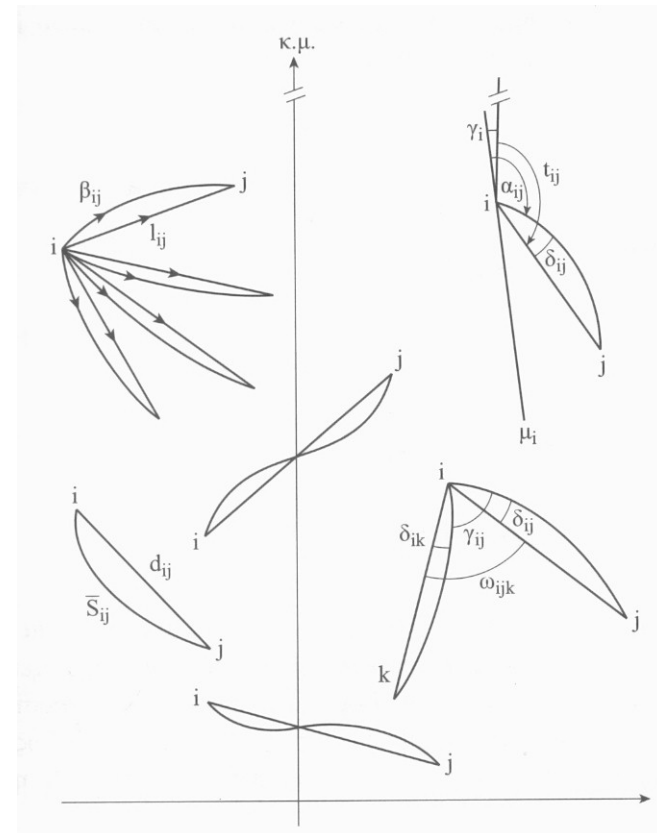
$$\mathcal{E}' = \mathcal{E} - \mathcal{E}_o$$

$$m_{ij} = m_o \left( 1 + \frac{\mathcal{E}'^2_m}{2m_o^2 R_m^2} \right)$$



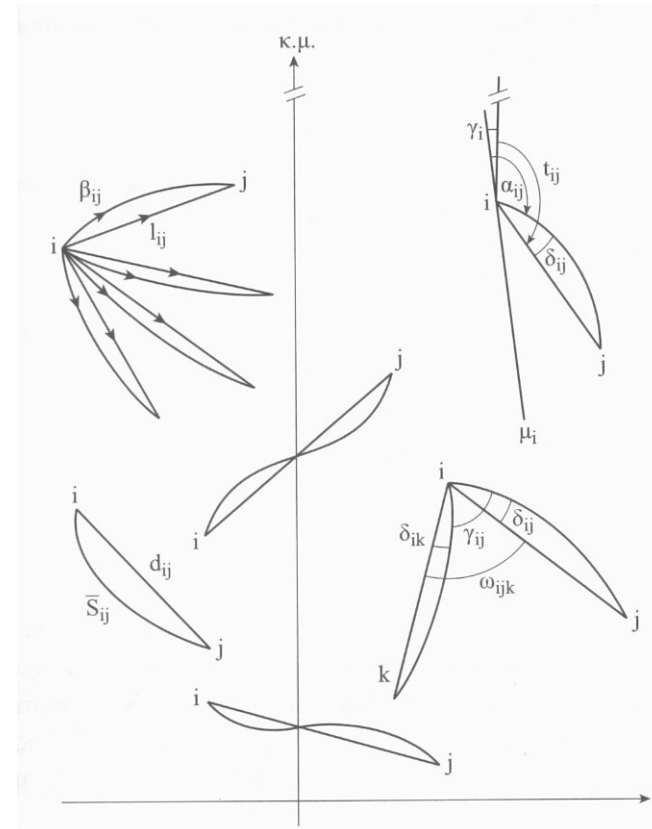
# ΑΝΑΓΩΓΗ ΑΖΙΜΟΥΘΙΟΥ ΣΤΗΝ ΤΜ

$$t_{ij} = \alpha_{ij} - \gamma_i + \delta_{ij}$$



# ΑΝΑΓΩΓΗ ΔΙΕΥΘΥΝΣΗΣ ΣΤΗΝ ΤΜ

$$l_{ij} = \beta_{ij} + \delta_{ij}$$



## ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΑΝΑΓΩΓΩΝ ΤΩΝ ΚΛΑΣΙΚΩΝ ΕΠΙΓΕΙΩΝ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ

1. Επίγειες μετρήσεις (αποστάσεις, διευθύνσεις, γωνίες, αζιμούθια)
2. Διορθώσεις των μετρήσεων λόγω του φυσικού περιβάλλοντος των μετρήσεων (μετεωρολογικά δεδομένα)
3. Αναγωγές από το έδαφος στην επιφάνεια του ελλειψοειδούς
4. Συνόρθωση στο ελλειψοειδές ή
4. Αναγωγές από το ελλειψοειδές στο προβολικό επίπεδο του χάρτη
5. Συνόρθωση παρατηρήσεων στο προβολικό επίπεδο
6. Επίλυση δικτύου και υπολογισμός των τελικών προβολικών συντεταγμένων

## ΠΕΡΙΛΗΨΗ - ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

- Κατηγορίες γεωδαιτικών μετρήσεων
- Δορυφορικές μετρήσεις
- Επίδραση της ατμόσφαιρας στις παρατηρήσεις
- Αναγωγές στο ελλειψοειδές
- Αναγωγές στο προβολικό επίπεδο
- Διαδικασία διόρθωσης - αναγωγής παρατηρήσεων πριν τη συνόρθωση