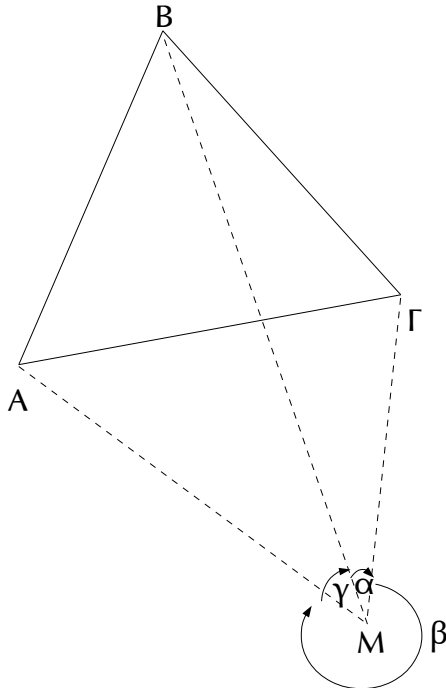


**ΑΣΚΗΣΗ ΣΤΗΝ ΑΠΛΗ ΟΠΙΣΘΟΤΟΜΙΑ**

Δίνονται οι συντεταγμένες των τριγωνομετρικών

	X	Y
A	2108.07	5741.63
B	1428.32	9527.46
Γ	4731.27	8988.61



Ζητούνται οι συντεταγμένες του οπισθοτομικού σημείου M, δεδομένου ότι μετρήθηκαν οι γωνίες

$$\alpha = 42^{\circ}.5187$$

$$\gamma = 45^{\circ}.2593$$

**Οδηγίες για τη λύση:**

- ΠΡΟΣΟΧΗ:** ο υπολογιστής τσέπης να υπολογίζει τριγωνομετρικές συναρτήσεις σε βαθμούς (grad).
- Για την καλύτερη ακρίβεια διατηρούμε πέντε δεκαδικά στους υπολογισμούς των γωνιών και τέσσερα στους υπολογισμούς των αποστάσεων.
- Διερεύνηση τεταρτημορίου στην εφαρμογή του 2ου θεμελιώδους προβλήματος.

## Βήματα υπολογισμών

1. Υπολογισμοί γωνιών διεύθυνσης στις κορυφές των τριγωνομετρικών (εφαρμογή 2ου θεμελιώδους προβλήματος)

$$|\alpha_{AB}| = \arctan \frac{|x_B - x_A|}{|y_B - y_A|} = \arctan \frac{|-679.75|}{|3785.83|} = 11^g.31007 \Rightarrow$$

$$\alpha_{AB} = 400^g - 11^g.31007 = 388^g.68993$$

$$|\alpha_{B\Gamma}| = \arctan \frac{|x_\Gamma - x_B|}{|y_\Gamma - y_B|} = \arctan \frac{|3302.95|}{|-538.85|} = 89^g.70475 \Rightarrow$$

$$\alpha_{B\Gamma} = 200^g - 89^g.70475 = 110^g.29525$$

$$|\alpha_{\Gamma A}| = \arctan \frac{|x_A - x_\Gamma|}{|y_A - y_\Gamma|} = \arctan \frac{|-2623.20|}{|-3246.98|} = 43^g.26041 \Rightarrow$$

$$\alpha_{\Gamma A} = 200^g + 43^g.26041 = 243^g.26041$$

2. Υπολογισμοί γωνιών στις κορυφές τριγωνομετρικού (διαφορές γωνιών διευθύνσεων).

$$A = \alpha_{A\Gamma} - \alpha_{AB} = 200^g + \alpha_{A\Gamma} - \alpha_{AB} \Rightarrow A = 54^g.57048$$

$$B = \alpha_{BA} - \alpha_{B\Gamma} = 200^g + \alpha_{AB} - \alpha_{B\Gamma} \Rightarrow B = 78^g.39468$$

$$\Gamma = \alpha_{\Gamma B} - \alpha_{\Gamma A} = 200^g + \alpha_{B\Gamma} - \alpha_{\Gamma A} \Rightarrow \Gamma = 67^g.03484$$

3. Έλεγχος γωνιών τριγωνομετρικών.

$$A + B + \Gamma = 200^g \Rightarrow 54^g.57048 + 78^g.39468 + 67^g.03484 = 200^g$$

4. Έλεγχος επικίνδυνου κύκλου.

$$B + \alpha + \gamma = 78^g.39468 + 42^g.5187 + 45^g.2593 = 166^g.17268 \neq 200^g$$

**5. Υπολογισμός συντελεστών  $K_1, K_2, K_3$**

$$\frac{1}{K_1} = \cot A - \cot \alpha = \frac{1}{\tan A} - \frac{1}{\tan \alpha} \Rightarrow K_1 = -2.4881100$$

$$\frac{1}{K_2} = \cot B - \cot \beta = \frac{1}{\tan B} - \frac{1}{\tan \beta} \Rightarrow K_2 = 1.826782 \quad \beta = 400^g - (a + \gamma)$$

$$\frac{1}{K_3} = \cot \Gamma - \cot \gamma = \frac{1}{\tan \Gamma} - \frac{1}{\tan \gamma} \Rightarrow K_3 = -1.690409$$

**6. Υπολογισμός συντεταγμένων του σημείου M.**

$$x_M = \frac{K_1 x_A + K_2 x_B + K_3 x_\Gamma}{K_1 + K_2 + K_3} \Rightarrow x_M = 4521.62m$$

$$y_M = \frac{K_1 y_A + K_2 y_B + K_3 y_\Gamma}{K_1 + K_2 + K_3} \Rightarrow y_M = 5134.78m$$

**7. Έλεγχος λύσης.**

$$(x_M - x_A)K_1 + (x_M - x_B)K_2 + (x_M - x_\Gamma)K_3 = 0$$

$$(y_M - y_A)K_1 + (y_M - y_B)K_2 + (y_M - y_\Gamma)K_3 = 0$$