ΑΠΟΤΥΠΩΣΕΙΣ - ΧΑΡΑΞΕΙΣ

ΓΕΝΙΚΕΣ ΑΡΧΕΣ ΧΑΡΑΞΕΩΝ 3

Βασίλης Δ. Ανδριτσάνος
Δρ. Αγρονόμος - Τοπογράφος Μηχανικός ΑΠΘ
Αναπληρωτής Καθηγητής
Πανεπιστημίου Δυτικής Αττικής

3ο εξάμηνο

http://eclass.uniwa.gr

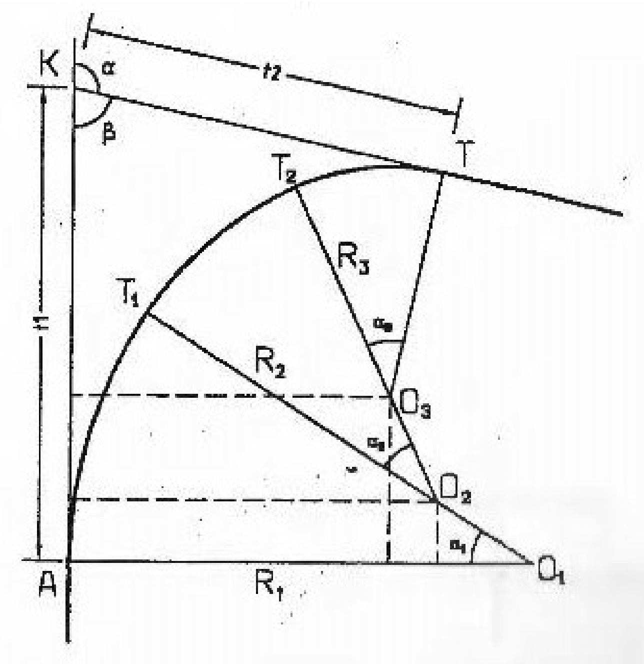
Αποτυπώσεις - Χαράξεις

Παρουσιάσεις, Ασκήσεις, Σημειώσεις, ΄Εντυπα, Προδιαγραφές, Κανονισμοί, Αμοιβές

ΣΥΝΘΕΤΗ ΚΥΚΛΙΚΗ ΚΑΜΠΥΛΗ

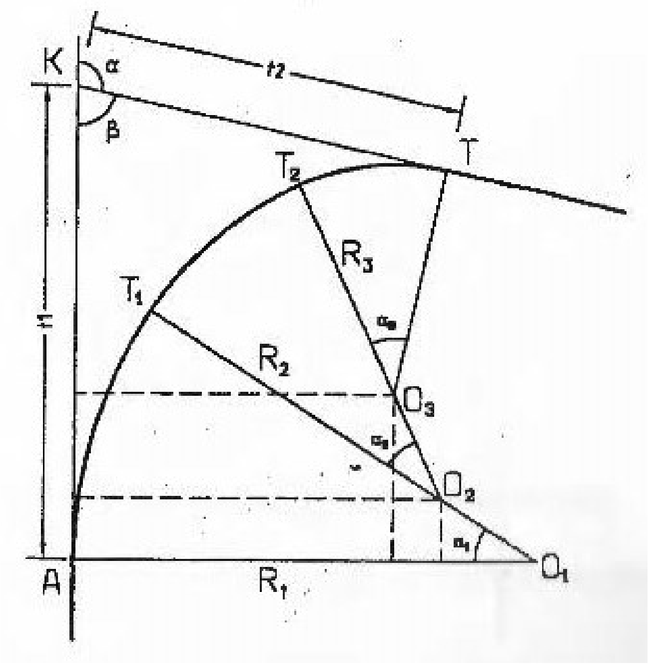
Αποτελείται από δύο ή περισσότερες διαδοχικές απλές κυκλικές καμπύλες με διαφορετικές ακτίνες και ομόθετες καμπυλότητες

Συνδέονται μεταξύ τους έχοντας κοινή εφαπτομένη στα σημεία Ti



ΧΑΡΑΞΗ ΣΥΝΘΕΤΗΣ ΚΥΚΛΙΚΗΣ ΚΑΜΠΥΛΗΣ

Ισχύουν πάντοτε 3 μαθηματικές συνθήκες στο πολύγωνο K-T-O_3-O_2-O_1-A-K

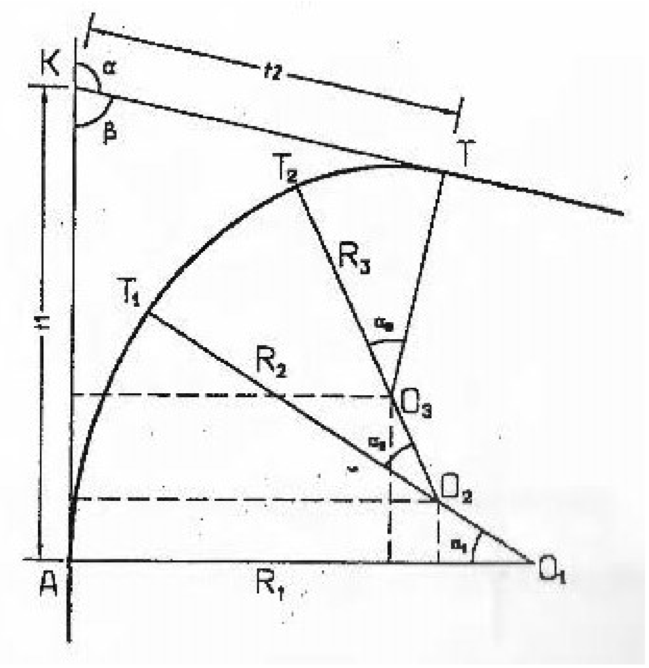


ΧΑΡΑΞΗ ΣΥΝΘΕΤΗΣ ΚΥΚΛΙΚΗΣ ΚΑΜΠΥΛΗΣ

1η συνθήκη: Άθροισμα εσωτερικών γωνιών πολυγώνου

$$\sum angles = (n-2)200^g = \alpha_1 + (200^g + \alpha_2) + (200^g + \alpha_3) + \cdots + (200^g + \alpha_i) + 100^g + \beta + 100^g$$

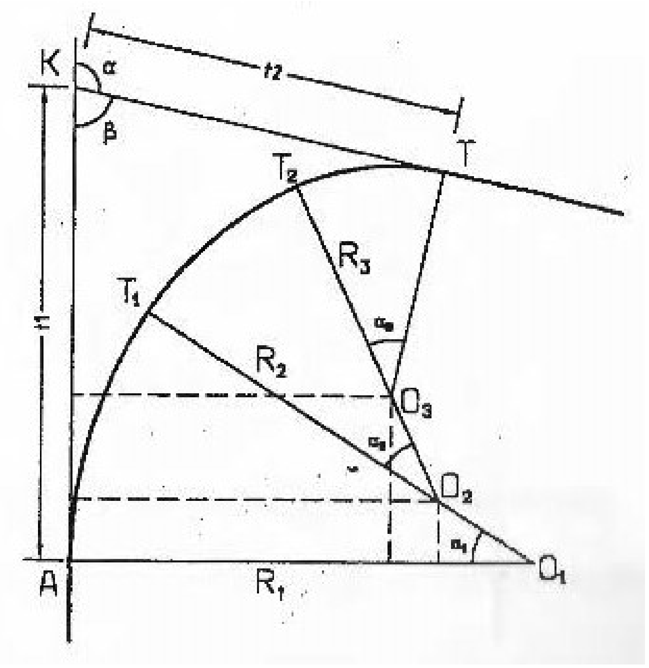
$$(n-2)200^g = (n-3)200^g + \beta + \sum \alpha_i \Rightarrow \sum \alpha_i = 200^g - \beta$$



ΧΑΡΑΞΗ ΣΥΝΘΕΤΗΣ ΚΥΚΛΙΚΗΣ ΚΑΜΠΥΛΗΣ

2η συνθήκη: Ορθών προβολών προς την εφαπτομένη ΚΑ

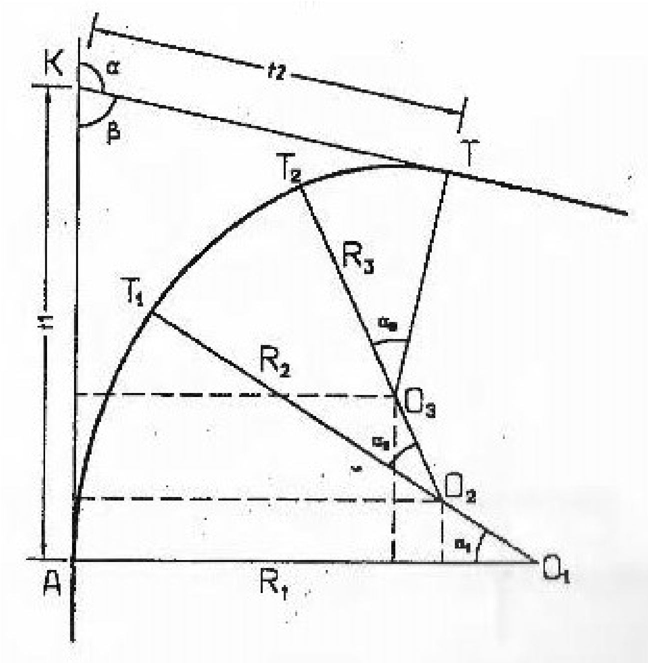
$$t_1 = (R_1 - R_2)\sin\alpha_1 + (R_2 - R_3)\sin(\alpha_1 + \alpha_2) + \cdots + R_i \sin(\alpha_1 + \alpha_2 + \cdots + \alpha_i) + t_2 \cos\beta$$



ΧΑΡΑΞΗ ΣΥΝΘΕΤΗΣ ΚΥΚΛΙΚΗΣ ΚΑΜΠΥΛΗΣ

3η συνθήκη: Ορθών προβολών προς την ακτίνα R_1

$$R_1 = (R_1 - R_2)\cos\alpha_1 + (R_2 - R_3)\cos(\alpha_1+\alpha_2) + \cdots + R_i\cos(\alpha_1+\alpha_2+\cdots+\alpha_i) + t_2\sin\beta$$



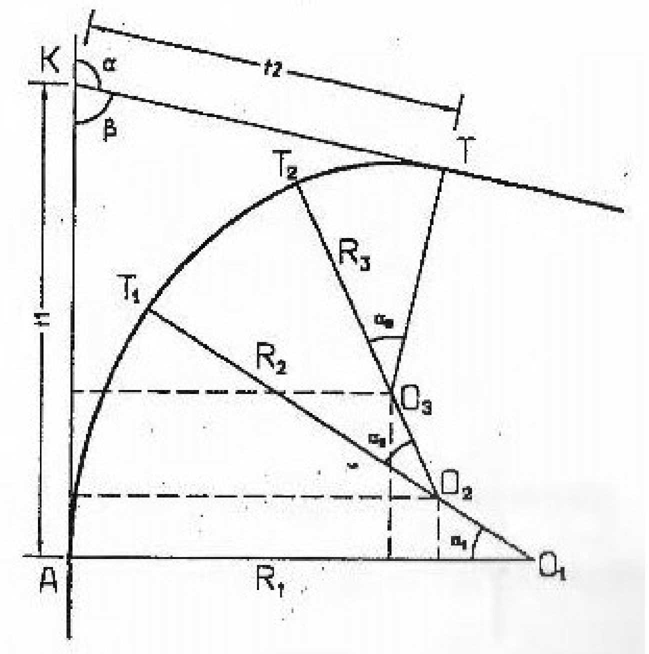
ΧΑΡΑΞΗ ΣΥΝΘΕΤΗΣ ΚΥΚΛΙΚΗΣ ΚΑΜΠΥΛΗΣ

Τρεις συνθήκες – τρεις εξισώσεις
Δεδομένα από τη μελέτη οι ακτίνες R_i και οι γωνίες α_i
Υπολογίζονται οι αποστάσεις χάραξης t_1, t_2 και β

$$(n-2)200^g = (n-3)200^g + \beta + \sum \alpha_i \Rightarrow \sum \alpha_i = 200^g - \beta$$

$$t_1 = (R_1 - R_2)\sin\alpha_1 + (R_2 - R_3)\sin(\alpha_1+\alpha_2) + \dots + R_i \sin(\alpha_1+\alpha_2+\dots+\alpha_i) + t_2\cos\beta$$

$$R_1 = (R_1 - R_2)\cos\alpha_1 + (R_2 - R_3)\cos(\alpha_1+\alpha_2) + \dots + R_i \cos(\alpha_1+\alpha_2+\dots+\alpha_i) + t_2\sin\beta$$



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΧΑΡΑΞΗΣ ΣΥΝΘΕΤΗΣ ΚΥΚΛΙΚΗΣ ΚΑΜΠΥΛΗΣ

Καμπύλη δύο κυκλικών τόξων ακτίνων R_1 και R_2 (από μελέτη)
Γωνίες α_1 και α_2 (από μελέτη)
Άγνωστοι: γωνία β και αποστάσεις t_1 και t_2

$$\alpha_1 + \alpha_2 = 200^g - \beta = \alpha$$

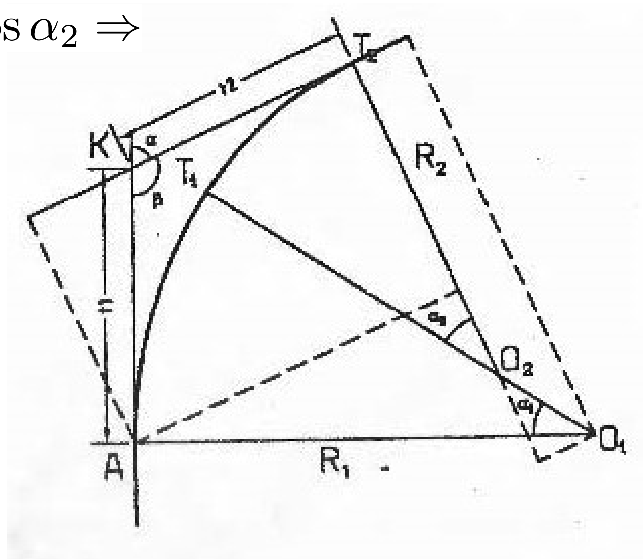
$$t_2 = -t_1 \cos\alpha + R_1 \sin(\alpha_1 + \alpha_2) - (R_1 - R_2)\sin\alpha_2 \Rightarrow$$

$$t_2 = t_1 \cos\beta + R_1 \sin(200^g - \beta) - (R_1 - R_2)\sin\alpha_2 = t_1\cos\beta + R_1\sin\beta - (R_1 - R_2)\sin\alpha_2$$

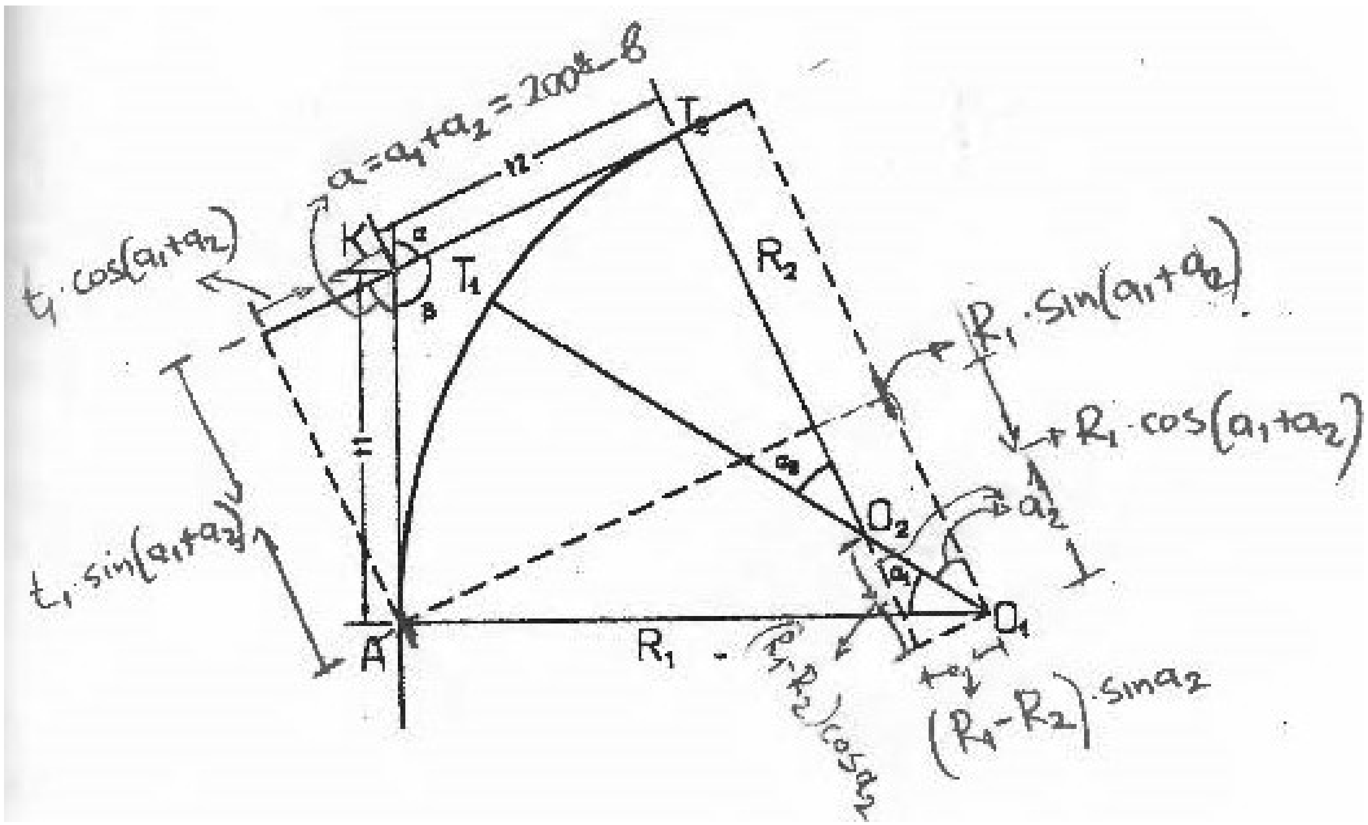
$$R_2 = t_1 \sin(\alpha_1 + \alpha_2) + R_1 \cos(\alpha_1 + \alpha_2) - (R_1 - R_2)\cos\alpha_2 \Rightarrow$$

$$R_2 = t_1 \sin(200^g - \beta) + R_1 \cos(200^g - \beta) - (R_1 - R_2)\cos\alpha_2 \Rightarrow$$

$$R_2 = t_1 \sin\beta - R_1\cos\beta - (R_1 - R_2)\cos\alpha_2$$

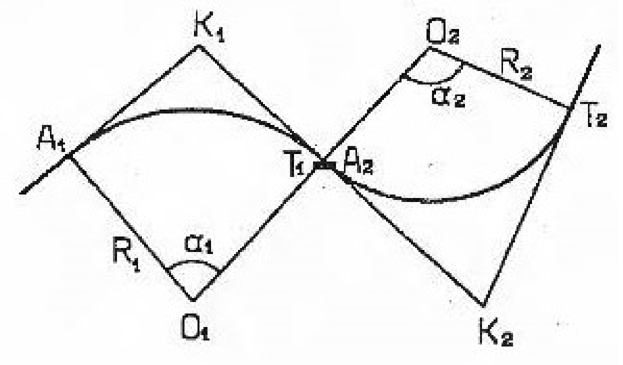


ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΧΑΡΑΞΗΣ ΣΥΝΘΕΤΗΣ ΚΥΚΛΙΚΗΣ ΚΑΜΠΥΛΗΣ

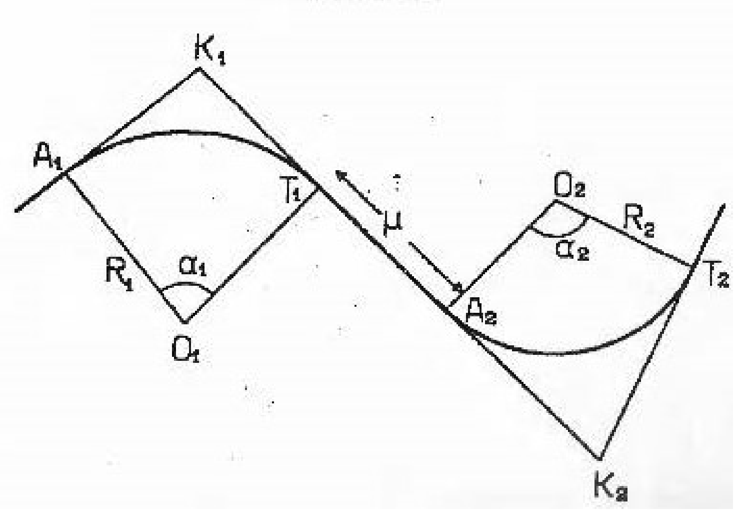


ΑΝΤΙΡΡΟΠΗ ΚΥΚΛΙΚΗ ΚΑΜΠΥΛΗ

Διαδοχικές κυκλικές καμπύλες αντίθετης καμπυλότητας
Μπορούν να εφάπτονται στο κοινό σημείο αρχής – τέλους ή



να παρεμβάλλεται μεταξύ τους ευθύγραμμο τμήμα

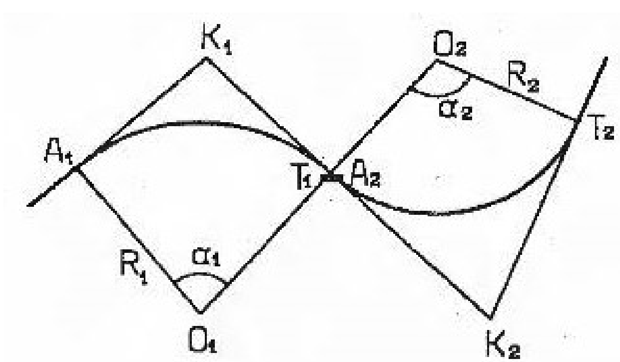


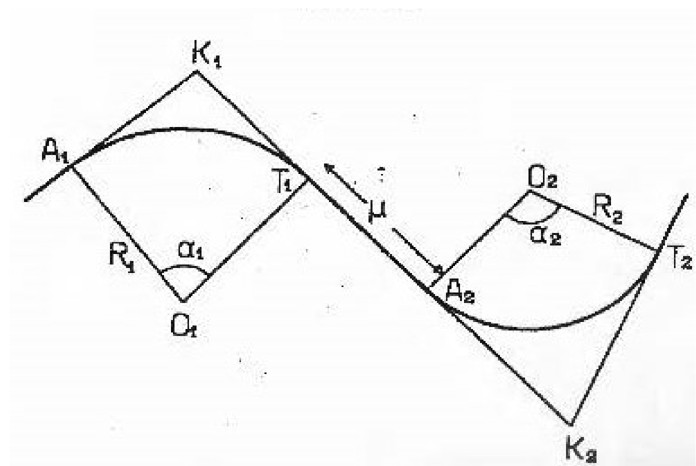
ΧΑΡΑΞΗ ΑΝΤΙΡΡΟΠΗΣ ΚΥΚΛΙΚΗΣ ΚΑΜΠΥΛΗΣ

1. Προσδιορισμός πρωτευόντων σημείων A_1, T_1, M_1 και A_2, T_2, M_2 συναρτήσει των δεδομένων της μελέτης

2. Ορίζονται οι θέσεις των σημείων K_1 και K_2

3. Υπολογίζονται οι θέσεις των πρωτευόντων και δευτερευόντων σημείων των κυκλικών τόξων σύμφωνα με όσα αναφέρθηκαν στα κυκλικά τόξα





ΚΛΩΘΟΕΙΔΗΣ ΚΑΜΠΥΛΗ

Μεταβατική καμπύλη που χρησιμοποιείται στην οδοποιία

Η καμπυλότητά της μεταβάλλεται ανάλογα με το μήκος της

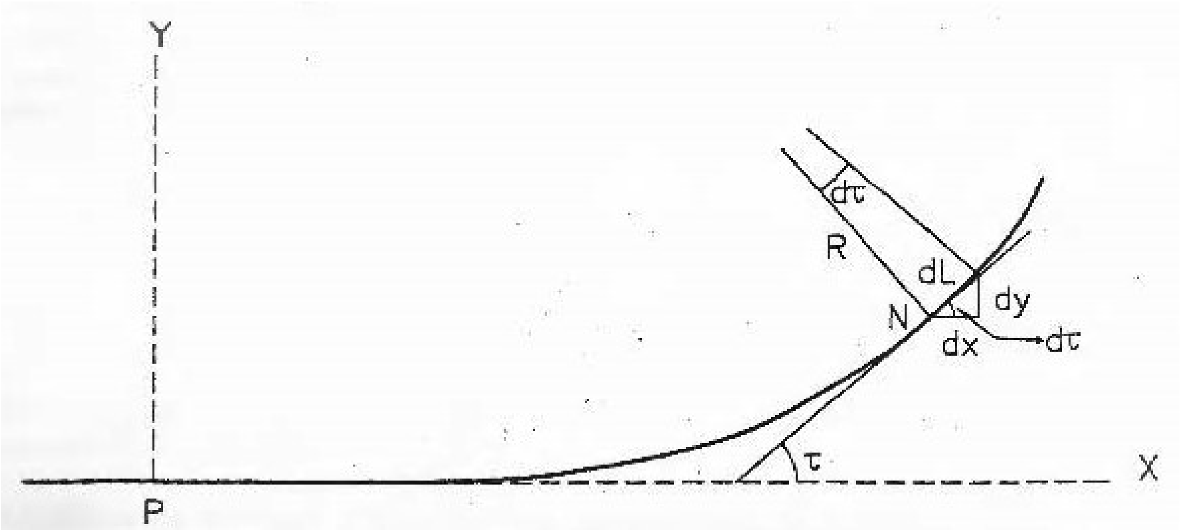
$$L = \alpha^2 \frac{1}{R} \qquad LR = \alpha^2$$

Εξίσωση ανεξάρτητη του συστήματος αναφοράς

α^2 → συντελεστής αναλογίας
L → μήκος
R → ακτίνα καμπυλότητας

ΚΛΩΘΟΕΙΔΗΣ ΚΑΜΠΥΛΗ

Ορισμός καμπυλότητας $K = \dfrac{1}{R} = \dfrac{d\tau}{dL}$



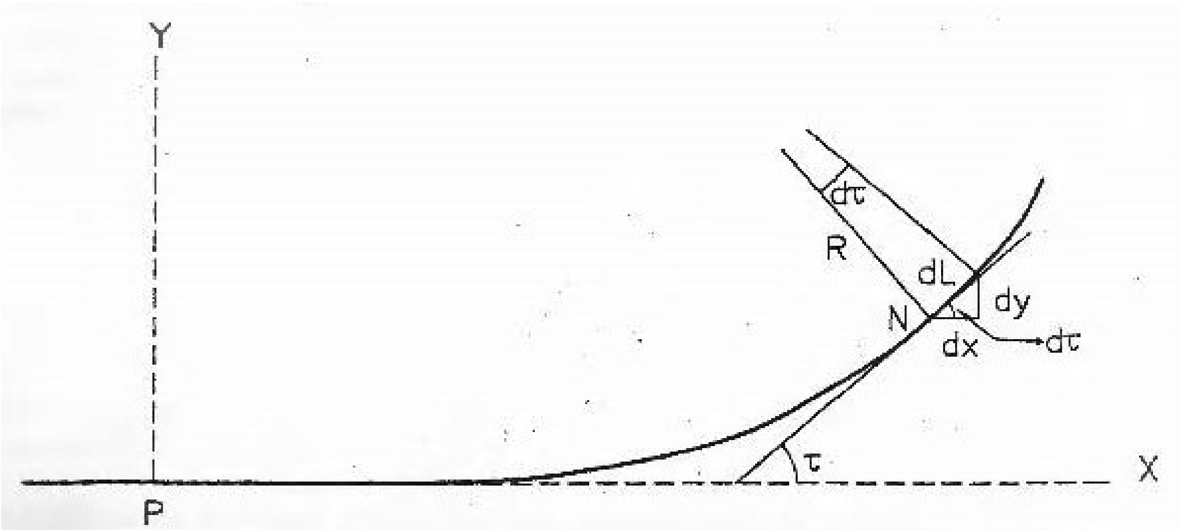
Εξίσωση κλωθοειδούς σε μορφή παραγώγου

$$L = \alpha^2 \frac{d\tau}{dL} \Rightarrow L dL = \alpha^2 d\tau$$

ΚΛΩΘΟΕΙΔΗΣ ΚΑΜΠΥΛΗ

Ολοκληρώνοντας λαμβάνεται το μήκος της καμπύλης ως συνάρτηση της γωνίας στροφής τ

$$\frac{L^2}{2} = \alpha^2 \tau + c$$



ΚΛΩΘΟΕΙΔΗΣ ΚΑΜΠΥΛΗ

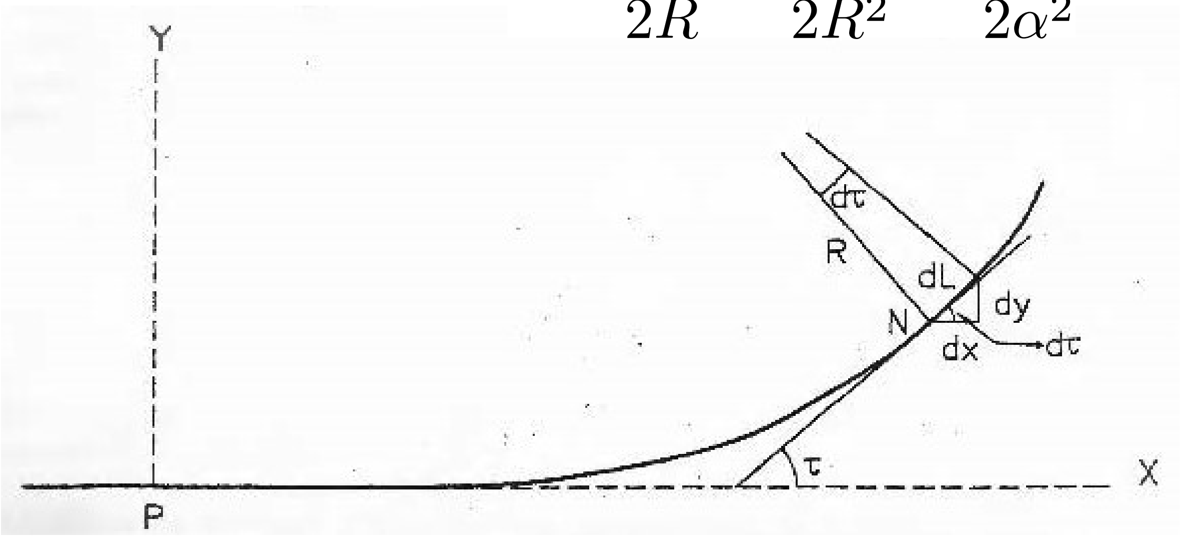
Πρωτεύοντα στοιχεία κλωθοειδούς **R, L, τ**

$$L = \frac{\alpha^2}{R} = 2\tau R = a\sqrt{2\tau}$$

$$\alpha^2 = LR = 2\tau R^2 = \frac{L^2}{2\tau}$$

$$R = \frac{\alpha^2}{L} = \frac{\alpha}{\sqrt{2\tau}} = \frac{L}{2\tau}$$

$$\tau = \frac{L}{2R} = \frac{\alpha^2}{2R^2} = \frac{L^2}{2\alpha^2}$$



ΚΛΩΘΟΕΙΔΗΣ ΚΑΜΠΥΛΗ

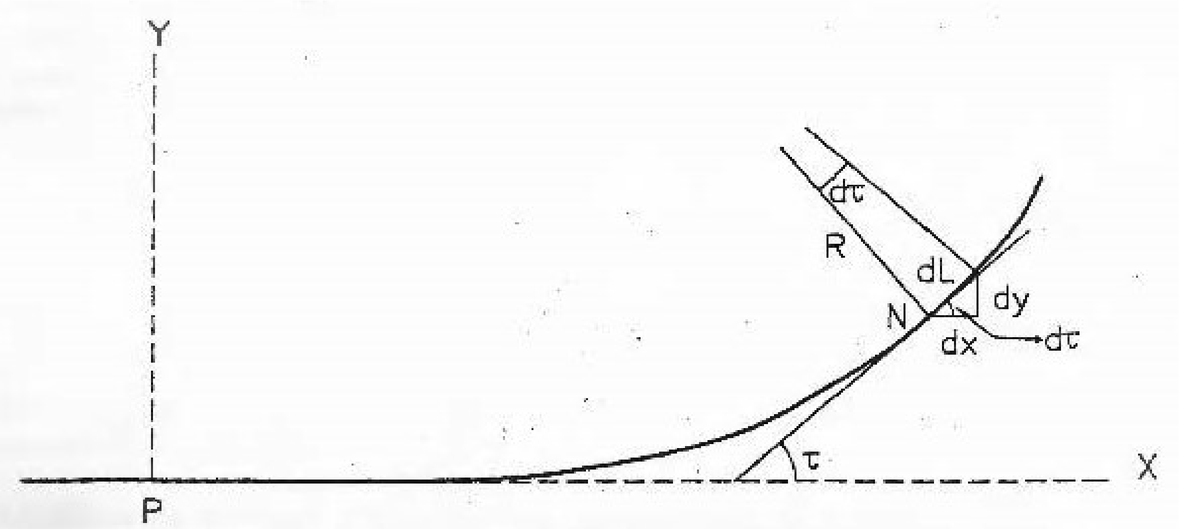
Ορθογώνιες συντεταγμένες σημείων (ως προς **L**)

$$dx = \cos\tau dL$$

$$dy = \sin\tau dL$$

$$X = L - \frac{L^5}{40\alpha^4} + \frac{L^9}{345\alpha^2} - \dots$$

$$Y = \frac{L^3}{6\alpha^2} - \frac{L^7}{336\alpha^6} + \frac{L^{11}}{42240\alpha^{10}} - \dots$$



ΚΛΩΘΟΕΙΔΗΣ ΚΑΜΠΥΛΗ

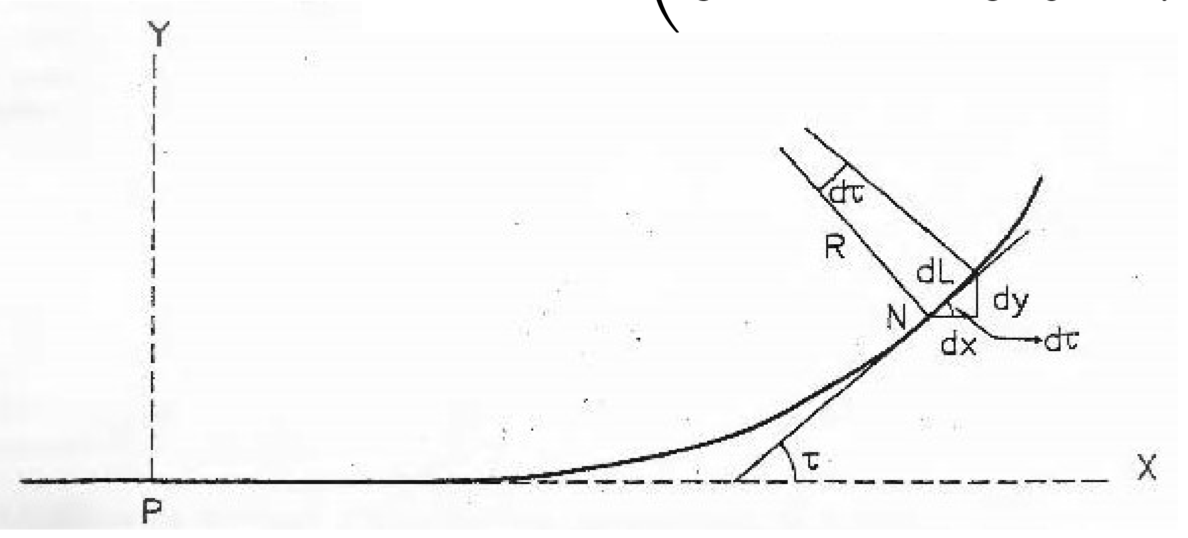
Ορθογώνιες συντεταγμένες σημείων (ως προς **τ**)

$$dx = \cos\tau dL$$

$$dy = \sin\tau dL$$

$$X = \alpha\sqrt{2\tau}\left(1 - \frac{\tau^2}{10} + \frac{\tau^4}{216} - \frac{\tau^6}{9360} + \dots\right)$$

$$Y = \alpha\sqrt{2\tau}\left(\frac{\tau}{3} - \frac{\tau^3}{42} + \frac{\tau^5}{1320} - \frac{\tau^7}{75600} + \dots\right)$$



ΚΛΩΘΟΕΙΔΗΣ ΚΑΜΠΥΛΗ

Συνήθως στην οδοποιία χρησιμοποιείται ως μεταβατική καμπύλη μεταξύ ευθείας και κυκλικού τόξου

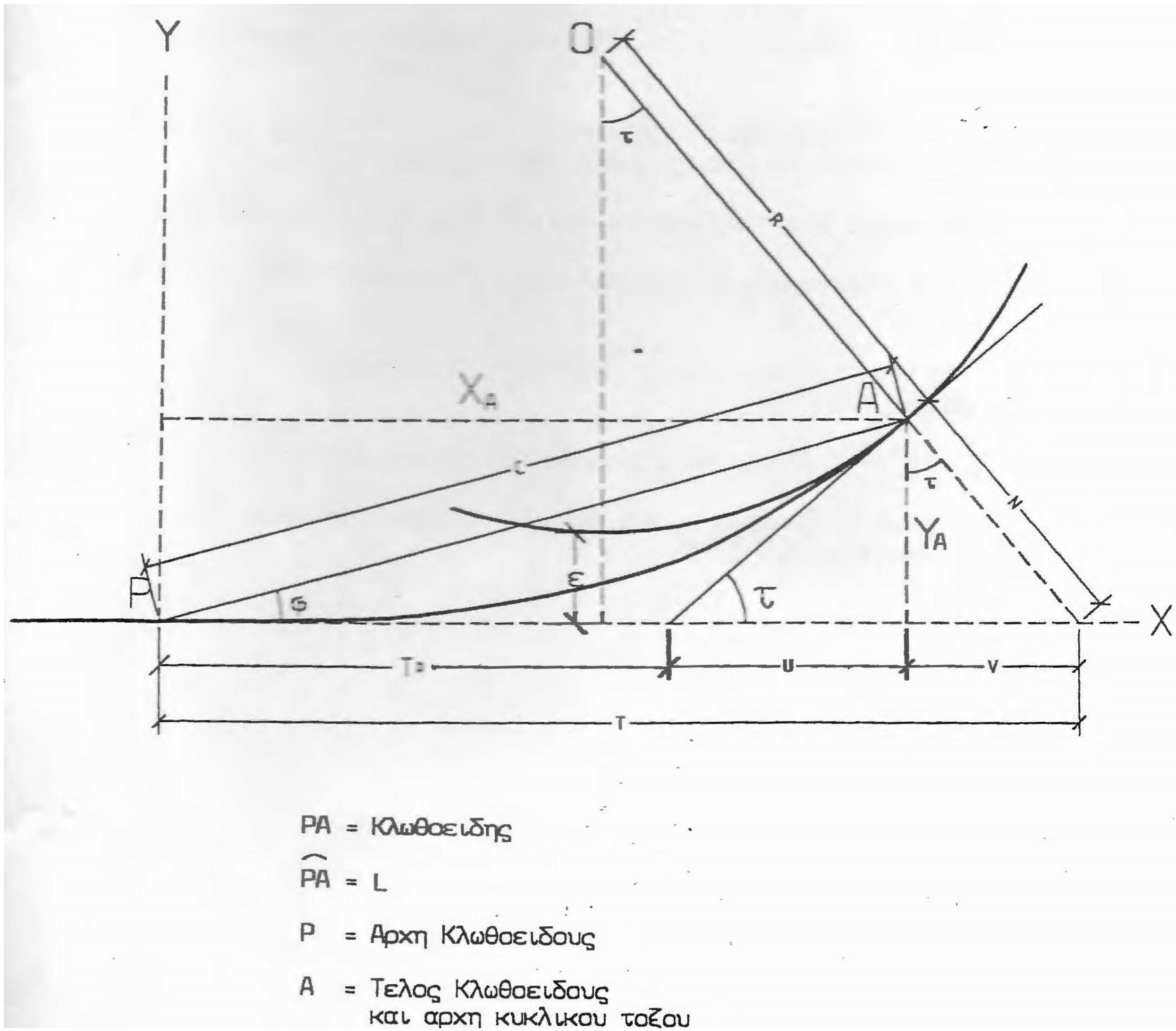
Η μετάβαση από ευθείες σε κυκλικά τόξα πρέπει να είναι ομάλη

Στα σημεία επαφής οι συνορεύουσες καμπύλες (κλωθοειδής και κυκλικό τόξο) πρέπει να έχουν κοινή εφαπτομένη και κοινό κέντρο καμπυλότητας

Κλωθοειδής → πληροί τις παραπάνω προϋποθέσεις

ΚΛΩΘΟΕΙΔΗΣ ΚΑΜΠΥΛΗ

Γεωμετρία μετάβασης

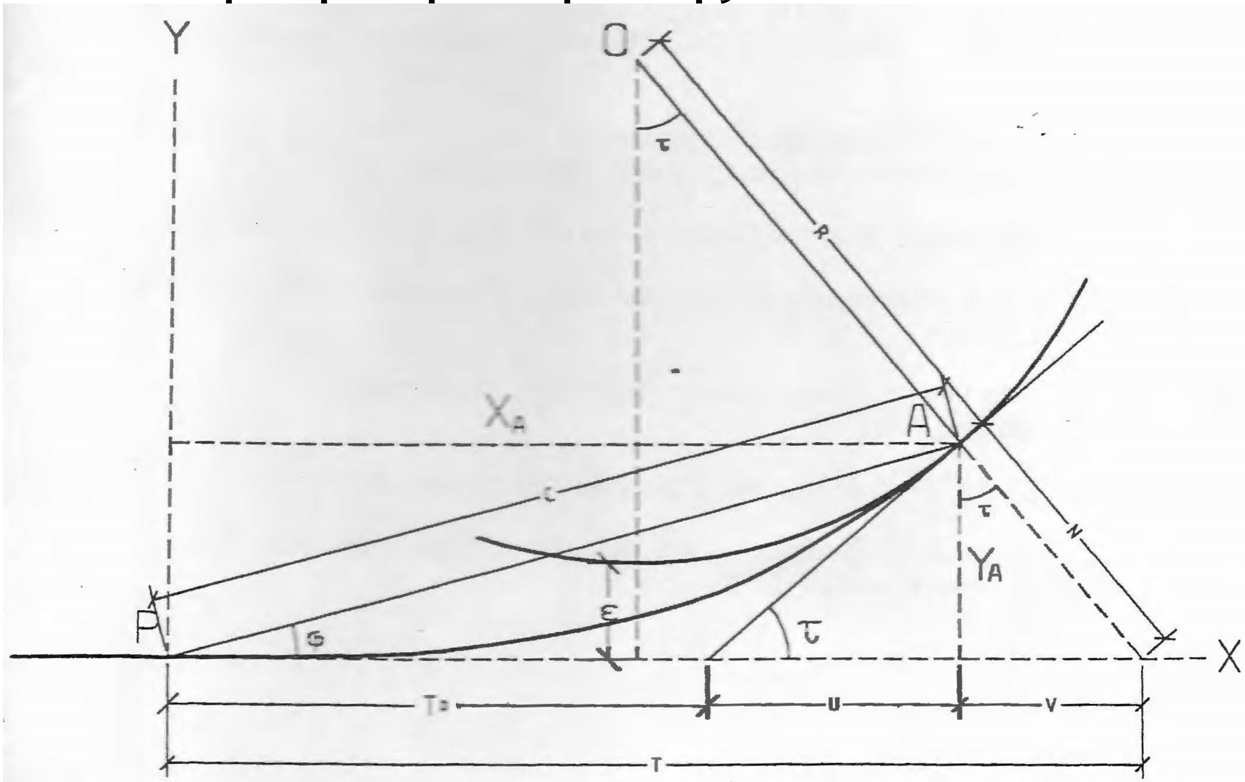


P → αρχή κλωθοειδούς → R απειρίζεται → ταύτιση με την ευθεία

A → τέλος κλωθοειδούς → R κυκλικού τόξου → κοινή εφαπτομένη και κοινή κέντρο καμπυλότητας

ΚΛΩΘΟΕΙΔΗΣ ΚΑΜΠΥΛΗ

Γεωμετρία μετάβασης



PA = Κλωθοειδης

$\widehat{PA}$ = L

P = Αρχη Κλωθοειδους

A = Τελος Κλωθοειδους
και αρχη κυκλικου τοξου

$$X_O = X_A - R\sin\tau$$

$$Y_O = Y_A + R\cos\tau$$

$$\epsilon = Y_A - R(1-\cos\tau)$$

$$V = Y_A \tan\tau$$

$$T = X_A + Y_A \tan\tau$$

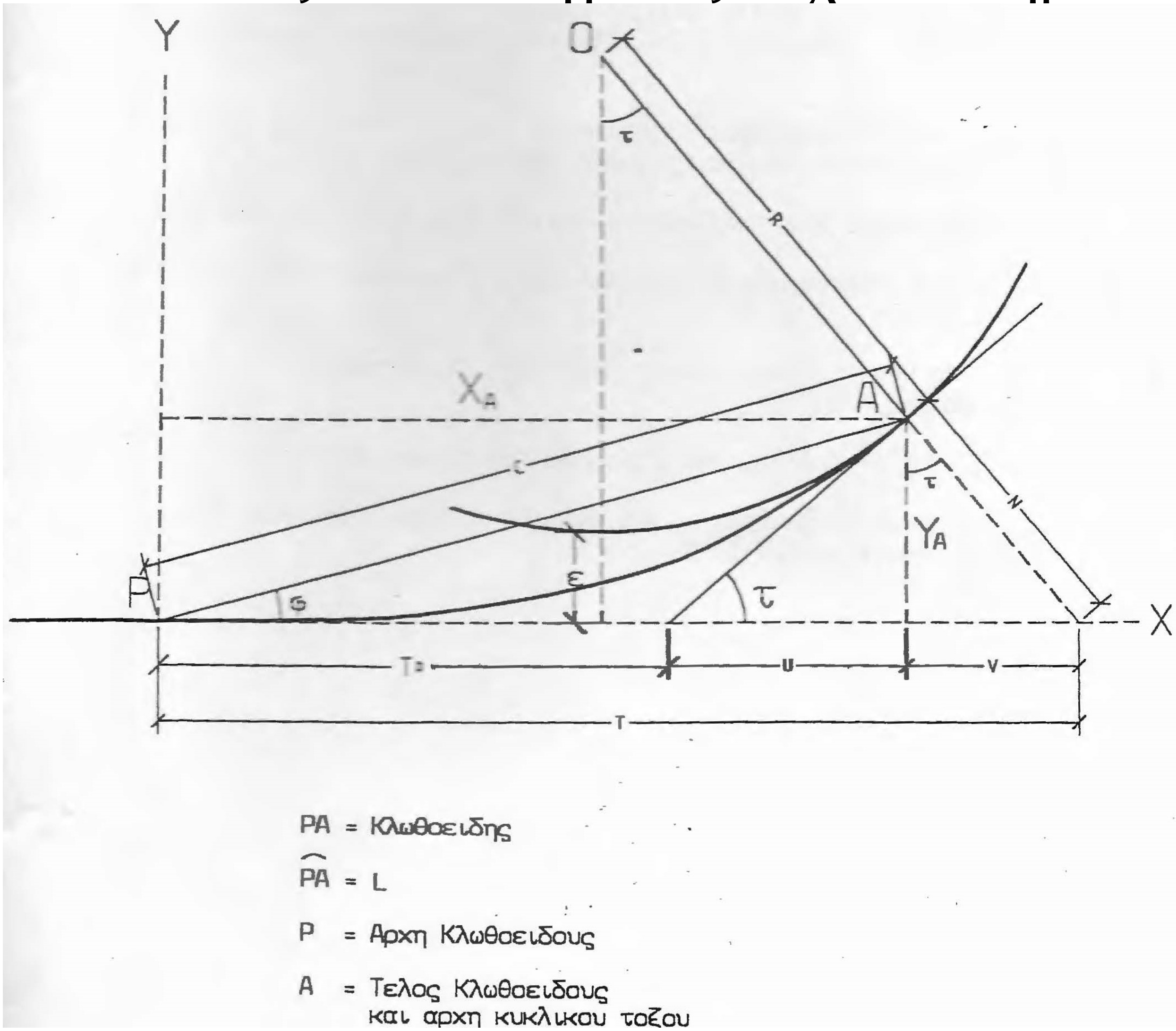
$$U = Y_A \cot\tau$$

$$T_D = X_A - Y_A \cot\tau$$

$$N = \frac{Y_A}{\cos\tau}$$

ΚΛΩΘΟΕΙΔΗΣ ΚΑΜΠΥΛΗ

Πολικές συντεταγμένες τυχαίου σημείου i της κλωθοειδούς



$$C = \sqrt{X_i^2 + Y_i^2}$$

$$\varphi = \arctan \frac{Y_i}{X_i}$$