ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ
ΙΔΡΥΜΑ (Τ.Ε.Ι.)
ΑΘΗΝΑΣ

ΣΧΟΛΗ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΤΟΠΟΓΡΑΦΙΑΣ
ΜΑΘΗΜΑ: ΤΟΠΟΓΡΑΦΙΚΑ ΔΙΚΤΥΑ ΚΑΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΙ
Α' ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΧΕΙΜΕΡΙΝΟΥ ΕΞΑΜΗΝΟΥ 2009 – 2010
27 ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2010

ΛΥΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

1. *α)*

$$\begin{aligned} \sigma^2_{S_{P1}} &= 2^2 + (2\cdot 10^{-6}\cdot 412210.9)^2 cm^2 &&= 4.68cm^2 \\ \sigma^2_{S_{P2}} &= &&= 4.96cm^2 \\ \sigma^2_{S_{P3}} &= &&= 4.30cm^2 \end{aligned}$$

β) Η αναλυτική μορφή του πίνακα των βαρών είναι:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \frac{1}{4.68} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{4.96} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{4.30} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.213675 & 0 & 0 \\ 0 & 0.201613 & 0 \\ 0 & 0 & 0.232558 \end{bmatrix}$$

*γ) Για να προχωρήσουμε στη λύση καταστρώνουμε το βοηθητικό πίνακα εύρεσης των στοιχείων του **A** και το **b**.*

i	j	$x_j^o - x_P^o$ (m)	$y_j^o - y_P^o$ (m)	S_{Pj}^o (m)	$\mathbf{b} = \mathbf{S^b} - \mathbf{S^o}$ (cm)	$-\frac{x_j^o - x_P^o}{S_{Pj}^o}$	$-\frac{y_j^o - y_P^o}{S_{Pj}^o}$
P	1	-2810.029	-3015.982	4122.185	-7.6	0.681684	0.731646
P	2	1974.327	4482.152	4897.719	-0.2	-0.403112	-0.915151
P	3	2587.369	899.230	2739.177	0	-0.944579	-0.328285

*Επομένως ο πίνακας **A** και το διάνυσμα **b** υπολογίζονται ως:*

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0.681684 & 0.731646 \\ -0.403112 & -0.915151 \\ -0.944579 & -0.328285 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} -7.6 \\ -0.2 \\ 0.0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{N} = \mathbf{A^T P A} = \begin{bmatrix} 0.339550 & 0.253061 \\ 0.253061 & 0.308296 \end{bmatrix}$$ *και*

$$\mathbf{u} = \mathbf{A^T P b} = \begin{bmatrix} -1.090754 \\ -1.151242 \end{bmatrix}$$

*Η ορίζουσα του **N** είναι: det(**N**) = 0.0406418*

Επομένως

$$\mathbf{N^{-1}} = \begin{bmatrix} 7.585680 & -6.226631 \\ -6.226631 & 8.354708 \end{bmatrix}$$

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{N^{-1} u} = \begin{bmatrix} -1.11 \\ -2.83 \end{bmatrix}$$

Η τελική λύση για τις συντεταγμένες δίνεται από:

$$\hat{\mathbf{x}}^{\mathbf{a}} = \hat{\mathbf{x}} + \mathbf{x^o} = \begin{bmatrix} 3508.430 \\ 4021.043 \end{bmatrix} \mathrm{m}$$

ε) Οι παρατηρήσεις του προβλήματος είναι 3 αποστάσεις και οι άγνωστες είναι 2 (οι συντεταγμένες του P). Επομένως ο βαθμός ελευθερίας του προβλήματος είναι 1.

2. *Θεωρητική. Ο παραμετρικός βαθμός ενός μικτού δικτύου 30 κορυφών είναι 2N-3 = 57.*