ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ
ΙΔΡΥΜΑ (Τ.Ε.Ι.)
ΑΘΗΝΑΣ
ΣΧΟΛΗ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΤΟΠΟΓΡΑΦΙΑΣ
ΜΑΘΗΜΑ: ΤΟΠΟΓΡΑΦΙΚΑ ΔΙΚΤΥΑ ΚΑΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΙ
Α' ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΕΑΡΙΝΟΥ ΕΞΑΜΗΝΟΥ 2010 – 2011
21 ΙΟΥΝΙΟΥ 2011

ΛΥΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

1.

*i) Ο πίνακας **A** περιλαμβάνει τις μερικές παραγώγους των παρατηρήσεων ως προς τις άγνωστες ποσότητες, υπολογισμένες στις προσεγγιστικές ή στις απολύτως γνωστές τους τιμές:*

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \omega_{123}}{\partial x_1}\Big|^o & \frac{\partial \omega_{123}}{\partial y_3}\Big|^o \\ \frac{\partial \omega_{231}}{\partial x_1}\Big|^o & \frac{\partial \omega_{231}}{\partial y_3}\Big|^o \\ \frac{\partial S_{23}}{\partial x_1}\Big|^o & \frac{\partial S_{23}}{\partial y_3}\Big|^o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \\ A_{31} & A_{32} \end{bmatrix}.$$

*Για τον υπολογισμό των στοιχείων του πίνακα **A** καταστρώνεται ο βοηθητικός πίνακας:*

i	j	k	$x_j^o - x_i^o$	$y_j^o - y_i^o$	$x_k^o - x_i^o$	$y_k^o - y_i^o$	S_{ij}^o	S_{ik}^o
1	2	3	1332.203	1797.403	1648.591	-1070.650	2237.280	1965.742
2	3	1	316.388	-2868.053	-1332.203	-1797.403	2885.451	2237.280
2	3		316.388	-2868.053			2885.451	

Σύμφωνα με τον πίνακα των μερικών παραγώγων που δίνεται στην εκφώνηση της άσκησης ισχύει:

$$\frac{\partial \omega_{123}}{\partial x_1}\Big|^o = A_{11} = \left(\frac{y_j^o - y_i^o}{(S_{ij}^o)^2} - \frac{y_k^o - y_i^o}{(S_{ik}^o)^2}\right) \cdot \rho = 4.049948$$

$$\frac{\partial \omega_{123}}{\partial y_3}\Big|^o = A_{12} = -\frac{x_k^o - x_i^o}{(S_{ik}^o)^2} \cdot \rho = -2.716064$$

$$\frac{\partial \omega_{231}}{\partial x_1}\Big|^o = A_{21} = \frac{y_k^o - y_i^o}{(S_{ik}^o)^2} \cdot \rho = -2.286046$$

$$\frac{\partial \omega_{231}}{\partial y_3}\Big|^o = A_{22} = \frac{x_j^o - x_i^o}{(S_{ij}^o)^2} \cdot \rho = 0.241920$$

$$\frac{\partial S_{23}}{\partial x_1}\Big|^o = A_{31} = 0$$

$$\frac{\partial S_{23}}{\partial y_3}\Big|^o = A_{32} = \frac{y_j^o - y_i^o}{S_{ij}^o} = -0.993970$$

όπου $\rho = \frac{20000}{\pi}$*, ο συντελεστής που μετατρέπει τις γωνιακές παραμέτρους σε μονάδες cc/cm για τη συνέχεια της επίλυσης. Η τελική μορφή του πίνακα σχεδιασμού **A** δίνεται:*

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 4.049948 & -2.716064 \\ -2.286046 & 0.241920 \\ 0 & -0.993970 \end{bmatrix}.$$

*Ο πίνακας των βαρών των παρατηρήσεων **P** προκύπτει από τις μεταβλητότητες των παρατηρήσεων. Για τις γωνίες, η τυπική απόκλιση κάθε παρατήρησης προκύπτει ως:*

σ_ω = ±3″=(3/3600)(400/360)(10000) = ±9.259 cc.

Για την παρατήρηση της απόστασης η μεταβλητότητα υπολογίζεται από την εξίσωση:

$$\sigma_{S_{23}}^2 = (0.2)^2 cm^2 + \left(\frac{3 \cdot 288547.1}{10^6}\right)^2 cm^2 = 0.7893 cm^2$$

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma^2_{\omega_{123}}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma^2_{\omega_{231}}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\sigma_{S^2_{23}}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{9.259^2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{9.259^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{0.7893} \end{bmatrix}.$$

ii) Στη συγκεκριμένη εφαρμογή δεν υπάρχει αδυναμία βαθμού του συστήματος αναφοράς. Για τον καθορισμό του συστήματος αναφοράς χρειαζόμαστε στη συγκεκριμένη εφαρμογή 3 παραμέτρους, αφού η κλίμακα του δικτύου καλύπτεται από τη μέτρηση της απόστασης. Οι τρεις παράμετροι σχετίζονται με τη θέση του δικτύου κατά x, y και κατά τη στροφή των αξόνων. Οι γνωστές παράμετροι της εφαρμογής είναι 4 περισσότερες από την αδυναμία βαθμού (3). Για το λόγο αυτόν δεν υπάρχει εδώ αδυναμία βαθμού του συστήματος αναφοράς.

2. *Θεωρητική.*

3.

*i) Από τη στιγμή που έχουμε δύο κορυφές από τις 25 με γνωστά υψόμετρα οι άγνωστες ποσότητες μειώνονται κατά 2. Επομένως έχουμε 23 αγνώστους. Οι διαστάσεις του πίνακα **A** σχετίζονται με τον αριθμό των παρατηρήσεων (σειρές) και των αγνώστων (στήλες). Στη συγκεκριμένη εφαρμογή οι διαστάσεις του **A** είναι 64×23. Το διάνυσμα των ανηγμένων παρατηρήσεων σχετίζεται με το σύνολο των παρατηρήσεων (σειρές). Επομένως το διάνυσμα **b** έχει διαστάσεις 64×1. Τέλος, ο πίνακας των κανονικών εξισώσεων σχετίζεται με τον αριθμό των αγνώστων παραμέτρων και είναι τετραγωνικός. Επομένως, **N**(23×23).*
ii) Ο παραμετρικός βαθμός ενός υψομετρικού δικτύου είναι r=N-1, όπου N ο αριθμός των κορυφών του δικτύου. Επομένως r=25-1=24.
iii) Η πρόταση δεν ισχύει. Η αδυναμία βαθμού ενός υψομετρικού δικτύου είναι 1, επομένως χρειαζόμαστε μία κορυφή με γνωστό υψόμετρο για να είναι δυνατή η επίλυση. Στη συγκεκριμένη εφαρμογή έχουμε δύο κορυφές με γνωστό υψόμετρο, επομένως το δίκτυο μπορεί να επιλυθεί και δεν υφίσταται απειρία λύσεων.