ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ
ΙΔΡΥΜΑ (Τ.Ε.Ι.)
ΑΘΗΝΑΣ
ΣΧΟΛΗ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΤΟΠΟΓΡΑΦΙΑΣ
ΜΑΘΗΜΑ: ΤΟΠΟΓΡΑΦΙΚΑ ΔΙΚΤΥΑ ΚΑΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΙ
Β' ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΕΑΡΙΝΟΥ ΕΞΑΜΗΝΟΥ 2010 – 2011
4 ΟΚΤΩΒΡΙΟΥ 2011

ΛΥΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

1.

i. Λάθος. Τα οριζόντια δίκτυα είναι δίκτυα δύο διαστάσεων αφού έχουν ως αγνώστους τις οριζόντιες συντεταγμένες των κορυφών.
ii. Σωστό. Οι σύγχρονες μετρήσεις δικτύων είναι δυνατό να πραγματοποιηθούν με τη βοήθεια του GPS.
iii. Λάθος. Ο παραμετρικός βαθμός ενός δικτύου εξαρτάται αποκλειστικά από τον αριθμό των κορυφών του.
iv. Λάθος. Ο συντελεστής a αναφέρεται στα σταθερά σφάλματα του οργάνου, ενώ ο b στα σφάλματα ανάλογα με την απόσταση.
*v. Λάθος. Η αδυναμία αντιστροφής του πίνακα **N** οφείλεται στην έλλειψη πληροφορίας των παρατηρήσεων σχετικά με το σύστημα αναφοράς, το οποίο οδηγεί στο μηδενισμό της ορίζουσας του **N**.*

2.

*i) Ο πίνακας **A** περιλαμβάνει τις μερικές παραγώγους των παρατηρήσεων ως προς τις άγνωστες ποσότητες, υπολογισμένες στις προσεγγιστικές ή στις απολύτως γνωστές τους τιμές:*

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \frac{\partial\omega_{123}}{\partial x_1}\big|^o & \frac{\partial\omega_{123}}{\partial y_1}\big|^o & \frac{\partial\omega_{123}}{\partial y_3}\big|^o \\ \frac{\partial\omega_{231}}{\partial x_1}\big|^o & \frac{\partial\omega_{231}}{\partial y_1}\big|^o & \frac{\partial\omega_{231}}{\partial y_3}\big|^o \\ \frac{\partial S_{23}}{\partial x_1}\big|^o & \frac{\partial S_{23}}{\partial y_1}\big|^o & \frac{\partial S_{23}}{\partial y_3}\big|^o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix}.$$

*Για τον υπολογισμό των στοιχείων του πίνακα **A** καταστρώνεται ο βοηθητικός πίνακας:*

i	j	k	$x_j^o - x_i^o$	$y_j^o - y_i^o$	$x_k^o - x_i^o$	$y_k^o - y_i^o$	S_{ij}^o	S_{ik}^o
1	2	3	1332.203	1797.403	1648.591	-1070.650	2237.280	1965.742
2	3	1	316.388	-2868.053	-1332.203	-1797.403	2885.451	2237.280
2	3		316.388	-2868.053			2885.451	

Σύμφωνα με τον πίνακα των μερικών παραγώγων που δίνεται στην εκφώνηση της άσκησης ισχύει:

$$\frac{\partial\omega_{123}}{\partial x_1}\Big|^o = A_{11} = \left(\frac{y_j^o - y_i^o}{(S_{ij}^o)^2} - \frac{y_k^o - y_i^o}{(S_{ik}^o)^2}\right)\cdot\rho = 4.049948$$

$$\frac{\partial\omega_{123}}{\partial y_1}\Big|^o = A_{12} = \left(\frac{x_k^o - x_i^o}{(S_{ik}^o)^2} - \frac{x_j^o - x_i^o}{(S_{ij}^o)^2}\right)\cdot\rho = 1.021688$$

$$\frac{\partial\omega_{123}}{\partial y_3}\Big|^o = A_{13} = -\frac{x_k^o - x_i^o}{(S_{ik}^o)^2}\cdot\rho = -2.716064$$

$$\frac{\partial \omega_{231}}{\partial x_1}\Big|^{o} = A_{21} = \frac{y_k^o - y_i^o}{(S_{ik}^o)^2}\cdot\rho = -2.286046$$

$$\frac{\partial \omega_{231}}{\partial y_1}\Big|^{o} = A_{22} = -\frac{x_k^o - x_i^o}{(S_{ik}^o)^2}\cdot\rho = 1.694376$$

$$\frac{\partial \omega_{231}}{\partial y_3}\Big|^{o} = A_{23} = \frac{x_j^o - x_i^o}{(S_{ij}^o)^2}\cdot\rho = 0.241920$$

$$\frac{\partial S_{23}}{\partial x_1}\Big|^{o} = A_{31} = 0$$

$$\frac{\partial S_{23}}{\partial y_1}\Big|^{o} = A_{32} = 0$$

$$\frac{\partial S_{23}}{\partial y_3}\Big|^{o} = A_{33} = \frac{y_j^o - y_i^o}{S_{ij}^o} = -0.993970$$

όπου $\rho = \frac{20000}{\pi}$*, ο συντελεστής που μετατρέπει τις γωνιακές παραμέτρους σε μονάδες cc/cm για τη συνέχεια της επίλυσης. Η τελική μορφή του πίνακα σχεδιασμού* ***A*** *δίνεται:*

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 4.049948 & 1.021688 & -2.716064 \\ -2.286046 & 1.694376 & 0.241920 \\ 0 & 0 & -0.993970 \end{bmatrix}.$$

Ο πίνακας των βαρών των παρατηρήσεων ***P*** *προκύπτει από τις μεταβλητότητες των παρατηρήσεων. Για τις γωνίες, η τυπική απόκλιση κάθε παρατήρησης προκύπτει ως:*

σ_ω *= ±3″=(3/3600)(400/360)(10000) = ±9.259 cc.*

Για την παρατήρηση της απόστασης η μεταβλητότητα υπολογίζεται από την εξίσωση:

$$\sigma^2_{S_{23}} = (0.2)^2 cm^2 + \Big(\frac{3\cdot 288547.1}{10^6}\Big)^2 cm^2 = 0.7893 cm^2$$

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma^2_{\omega_{123}}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma^2_{\omega_{231}}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\sigma_{S^2_{23}}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{9.259^2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{9.259^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{0.7893} \end{bmatrix}.$$

ii) Στη συγκεκριμένη εφαρμογή δεν υπάρχει αδυναμία βαθμού του συστήματος αναφοράς. Για τον καθορισμό του συστήματος αναφοράς χρειαζόμαστε στη συγκεκριμένη εφαρμογή 3 παραμέτρους, αφού η κλίμακα του δικτύου καλύπτεται από τη μέτρηση της απόστασης. Οι τρεις παράμετροι σχετίζονται με τη θέση του δικτύου κατά x, y και κατά τη στροφή των αξόνων. Οι γνωστές παράμετροι της εφαρμογής είναι 3, αριθμός ίσος με την αδυναμία βαθμού (3). Για το λόγο αυτόν δεν υπάρχει εδώ αδυναμία βαθμού του συστήματος αναφοράς. Πρόβλημα στην συνέχεια της επίλυσης δημιουργείται από την έλλειψη πλεονάζουσας πληροφορίας από τις παρατηρήσεις (παρατηρήσεις = αγνώστοι), οπότε η έλλειψη βαθμών ελευθερίας οδηγεί στην μη δυνατότητα επίλυσης με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων.