



ΛΥΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

1.

i. Για τον υπολογισμό του πίνακα σχεδιασμού **A** καταστρώνουμε το βοηθητικό πίνακα των μερικών παραγώγων των αποστάσεων και της γωνίας ως προς τις άγνωστες, σύμφωνα με τον πίνακα των παραγώγων που δίνεται:

$i$	$j$	$x_j^o - x_P^o$ (m)	$y_j^o - y_P^o$ (m)	$S_{Pj}^o$ (m)	$-\frac{x_j^o - x_P^o}{S_{Pj}^o}$	$-\frac{y_j^o - y_P^o}{S_{Pj}^o}$	$\frac{x_j^o - x_P^o}{(S_{Pj}^o)^2} \cdot \rho$	$\frac{y_j^o - y_P^o}{(S_{Pj}^o)^2} \cdot \rho$
P	1	-783.840	904.420	1196.821	<b>0.654935</b>	<b>-0.755685</b>	-3.483767	4.019683
P	2	1067.55	854.66	1367.518	<b>-0.780648</b>	<b>-0.624971</b>	<b>3.634143</b>	<b>2.909425</b>
P	3	811.5	-542.950	976.385	-0.831127	0.556082	<b>5.419095</b>	<b>-3.625752</b>

Το  $\rho = 20000/\pi$  χρησιμοποιείται για τη μετατροπή των μονάδων σε cc/cm.

Με έντονα γράμματα σημειώνονται τα στοιχεία των μερικών παραγώγων που χρησιμοποιούνται στην κατάστρωση του πίνακα **A**. Σύμφωνα με τα παραπάνω και με τον πίνακα των μερικών παραγώγων της εκφώνησης ο **A** υπολογίζεται ως εξής:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0.654935 & -0.755685 \\ -0.780648 & -0.624971 \\ 2.909425 - (-3.625752) & 5.419095 - 3.634143 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.654935 & -0.755685 \\ -0.780648 & -0.624971 \\ 6.535177 & 1.784952 \end{bmatrix}$$

Για να υπολογιστεί ο πίνακας των βαρών πρέπει πρώτα να υπολογιστούν οι μεταβλητότητες των παρατηρήσεων (2 αποστάσεων και μίας γωνίας).

Για τη γωνία δίνεται η ακρίβεια του οργάνου  $1'' = 3.086 \text{ cc} = 3 \text{ cc}$ . Επομένως:

$$\sigma_{\omega_{P23}}^2 = 9 \text{ cc}^2$$

Για τις αποστάσεις ισχύει:

$$\sigma_{S_{P1}}^2 = 0.3^2 \text{ cm}^2 + (4 \cdot 119678.8 \cdot 10^{-6})^2 \text{ cm}^2 = 0.319 \text{ cm}^2$$

$$\sigma_{S_{P2}}^2 = 0.3^2 \text{ cm}^2 + (4 \cdot 136750.2 \cdot 10^{-6})^2 \text{ cm}^2 = 0.389 \text{ cm}^2$$

Ο πίνακας των βαρών των παρατηρήσεων **P** είναι:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \frac{1}{0.319} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{0.389} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{9} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3.132832 & 0 & 0 \\ 0 & 2.569373 & 0 \\ 0 & 0 & 0.111111 \end{bmatrix}$$

ii. Προκειται για ένα μικτό δίκτυο. Τρεις είναι οι ελάχιστες δεσμεύσεις ενός μικτού δικτύου (π.χ., διατήρηση τριών συντεταγμένων σταθερών), όσες και η αδυναμία βαθμού αυτού του είδους δικτύου.

iii. Στο συγκεκριμένο παράδειγμα είναι δυνατή η αντιστροφή του πίνακα των κανονικών εξισώσεων αφού το σύστημα αναφοράς έχει ορισθεί με τις συντεταγμένες των τριών γνωστών σημείων (3 οι ελάχιστες δεσμεύσεις, 6 συντεταγμένες γνωστές). Στην περίπτωση αυτή η ορίζουσα του πίνακα των κανονικών εξισώσεων  $\mathbf{N}$  είναι διαφορετική του μηδενός και υπάρχει μία συγκεκριμένη λύση.

## 2. Θεωρητική

3.

- i. Ο πίνακας σχεδιασμού  $\mathbf{A}$  είναι διαστάσεων  $8 \times 4$  αφού 8 είναι οι παρατηρήσεις μας και 4 οι άγνωστες κορυφές. Ο πίνακας των βαρών των παρατηρήσεων  $\mathbf{P}$  έχει διαστάσεις  $8 \times 8$  αφού αναφέρεται στις παρατηρήσεις (8 υψομετρικές διαφορές).
- ii. Έφροσον γνωρίζουμε το υψόμετρο μίας κορυφής (ελάχιστη δέσμευση) το δίκτυο μπορεί να επιλυθεί.
- iii. Ο παραμετρικός βαθμός ενός χωροσταθμικού δικτύου είναι  $r = N - 1$ , όπου  $N$  ο αριθμός των κορυφών του δικτύου. Άρα  $r = 4$ .