



ΛΥΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

1. Για τον υπολογισμό του πίνακα σχεδιασμού **A** καταστρώνεται ο ακόλουθος βοηθητικός πίνακας:

i	j	$x_j^o - x_i^o$ (m)	$y_j^o - y_i^o$ (m)	S_{ij}^o (m)	α_{ij}^o (grad)	$\frac{x_j^o - x_i^o}{S_{ij}^o}$	$\frac{y_j^o - y_i^o}{S_{ij}^o}$	$\frac{y_j^o - y_i^o}{S_{ij}^{o,2}} \rho$	$-\frac{x_j^o - x_i^o}{S_{ij}^{o,2}} \rho$
1	3	1502.875	-705.53	1660.243	127.9421	0.905214	-0.424956	-1.629492	-3.471040
2	3	817.045	-1079.403	1353.763		0.603536	-0.797335		
1	2	685.83	373.873		68.2261				

Επομένως ο πίνακας **A** και το διάνυσμα **b** υπολογίζονται ως:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \\ A_{31} & A_{32} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.905214 & -0.424956 \\ 0.603536 & -0.797335 \\ -1.629492 & -3.471040 \end{bmatrix}$$
$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3.3 \\ 0.6 \\ -19 \end{bmatrix} \begin{matrix} cm \\ cm, \text{ αφού } \omega_{123} = \alpha_{13}^o - \alpha_{12}^o = 59.7160grad \\ cc \end{matrix}$$

Για τον υπολογισμό του πίνακα των βαρών των παρατηρήσεων υπολογίζονται οι μεταβλητότητες των παρατηρήσεων των αποστάσεων βάσει της ακρίβειας του οργάνου.

$$\sigma_{S_{13}}^2 = 0.5^2 + (5 \cdot 10^{-6} \cdot 166027.6)^2 cm^2 = 0.36026 cm^2$$
$$\sigma_{S_{23}}^2 = \quad \quad \quad = 0.3233 cm^2$$

ενώ η μεταβλητότητα της γωνιακής παρατήρησης είναι: $\sigma_{\omega}^2 = 6.17^2 cc^2$

Η αναλυτική μορφή του πίνακα των βαρών είναι:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} P_{11} & 0 & 0 \\ 0 & P_{22} & 0 \\ 0 & 0 & P_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{0.36026} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{0.3233} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{6.17^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.7758 & 0 & 0 \\ 0 & 3.0931 & 0 \\ 0 & 0 & 2.6268 \cdot 10^{-2} \end{bmatrix}$$

- ii. Στη συγκεκριμένη περίπτωση δεν υπάρχει αδυναμία βαθμού σχετική με το σύστημα αναφοράς γιατί αυτό καθορίζεται πλήρως, λόγω της ύπαρξης 4 γνωστών συντεταγμένων. Οι ελάχιστες δεσμεύσεις για τη δυνατότητα επίλυσης ενός μικτού δικτύου είναι 3.
- iii. Ο υπολογισμός του πίνακα των κανονικών εξισώσεων **N** πραγματοποιείται ως εξής:

$$\mathbf{N} = \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A} = \begin{bmatrix} N_{11} & N_{12} \\ N_{21} & N_{22} \end{bmatrix}, \text{ όπου}$$

$$N_{11} = A_{11}^2 \cdot P_{11} + A_{21}^2 \cdot P_{22} + A_{31}^2 \cdot P_{33} = 3.470952$$

$$N_{22} = A_{12}^2 \cdot P_{11} + A_{22}^2 \cdot P_{22} + A_{32}^2 \cdot P_{33} = 2.784172$$

$$N_{12} = N_{21} = A_{11} \cdot A_{12} \cdot P_{11} + A_{21} \cdot A_{22} \cdot P_{22} + A_{31} \cdot A_{32} \cdot P_{33} = -2.407674$$

$$\mathbf{N} = \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3.470952 & -2.407674 \\ -2.407674 & 2.784172 \end{bmatrix} \text{ και}$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{b} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}, \text{ όπου}$$

$$u_1 = A_{11} \cdot P_{11} \cdot b_1 + A_{21} \cdot P_{22} \cdot b_2 + A_{31} \cdot P_{33} \cdot b_3 = 10.225232$$

$$u_2 = A_{12} \cdot P_{11} \cdot b_1 + A_{22} \cdot P_{22} \cdot b_2 + A_{32} \cdot P_{33} \cdot b_3 = -3.640030$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 10.225232 \\ -3.640030 \end{bmatrix}$$

iv. Το δίκτυο στην παρούσα μορφή δε μπορεί να αξιολογηθεί για την αξιοπιστία των παρατηρήσεών του γιατί οι δεσμεύσεις που εφαρμόζονται είναι περισσότερες από τις ελάχιστες. Για να είναι δυνατή η αξιολόγηση ενός δικτύου θα πρέπει η συνόρθωση να πραγματοποιηθεί με τις ελάχιστες δεσμεύσεις (ή καλύτερα ως ελεύθερο).

2. Θεωρητική

3. Θεωρητική. $2N-4$ για το τριγωνομετρικό δίκτυο. Παραμετρικός βαθμός = 74