



ΛΥΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

1.

- i. Σωστό. Η σάρωση δεδομένων εξετάζει τις παρατηρήσεις μία προς μία και μετά τον έλεγχο απομακρύνονται οι ύποπτες για χονδροειδές ή συστηματικό σφάλμα παρατηρήσεις.
- ii. Λάθος. Ο πίνακας των βαρών των παρατηρήσεων είναι τετραγωνικός, αλλά οι διαστάσεις του συμπίπτουν με τον αριθμό των παρατηρήσεων.
- iii. Λάθος. Η ένταξη ενός δικτύου σε ένα προϋπάρχον αναφέρεται στη συνόρθωση με τη χρήση πλεοναζουσών δεσμεύσεων.
- iv. Σωστό. Ο παραμετρικός βαθμός εξαρτάται από το είδος του δικτύου (τριγωνομετρικό, μικτό, υψομετρικό) και τον αριθμό των κορυφών. Π.χ., ο παραμετρικός βαθμός ενός μικτού δικτύου είναι $2N-3$, ενώ ενός τριγωνομετρικού $2N-4$, όπου N ο αριθμός των κορυφών του δικτύου.
- v. Λάθος. Τα δίκτυα GPS αποτελούν δίκτυα τριών διαστάσεων.
- vi. Λάθος. Στα κατακόρυφα δίκτυα η αδυναμία βαθμού είναι 1.

2.

α) Οι μεταβλητότητες των μετρούμενων αποστάσεων υπολογίζονται ως εξής:

$$\begin{aligned}\sigma_{S_{P1}}^2 &= 1.5^2 + (1 \cdot 10^{-6} \cdot 273916.3)^2 \text{ cm}^2 = 2.325 \text{ cm}^2 \\ \sigma_{S_{P2}}^2 &= \phantom{1.5^2 + (1 \cdot 10^{-6} \cdot 273916.3)^2 \text{ cm}^2} = 2.4899 \text{ cm}^2 \\ \sigma_{S_{P3}}^2 &= \phantom{1.5^2 + (1 \cdot 10^{-6} \cdot 273916.3)^2 \text{ cm}^2} = 2.3686 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

Για να προχωρήσουμε στη λύση καταστρώνουμε το βοηθητικό πίνακα εύρεσης των στοιχείων του **A** και το **b**.

i	j	$x_j^o - x_P^o$ (m)	$y_j^o - y_P^o$ (m)	S_{Pj}^o (m)	$-\frac{x_j^o - x_P^o}{S_{Pj}^o}$	$-\frac{y_j^o - y_P^o}{S_{Pj}^o}$
P	1	2587.37	899.231	2739.179	-0.944579	-0.328285
P	2	1974.328	4482.153	4897.720	-0.403112	-0.915151
P	3	-2928.298	-1813.696	3444.477	0.850143	0.526552

Επομένως ο πίνακας **A** υπολογίζεται ως:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \\ A_{31} & A_{32} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.944579 & -0.328285 \\ -0.403112 & -0.915151 \\ 0.850143 & 0.526552 \end{bmatrix}$$

β) Ο πίνακας **N** των κανονικών εξισώσεων υπολογίζεται ως εξής:

$$\mathbf{N} = \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A} = \begin{bmatrix} N_{11} & N_{12} \\ N_{21} & N_{22} \end{bmatrix}$$

$$N_{11} = A_{11}^2 P_{11} + A_{21}^2 P_{22} + A_{31}^2 P_{33}$$

$$N_{12} = N_{21} = A_{11} A_{12} P_{11} + A_{21} A_{22} P_{22} + A_{31} A_{32} P_{33}$$

$$N_{22} = A_{12}^2 P_{11} + A_{22}^2 P_{22} + A_{32}^2 P_{33}$$

όπου

$$P_{11} = \frac{1}{\sigma_{SP1}^2}, P_{22} = \frac{1}{\sigma_{SP2}^2} \text{ και } P_{33} = \frac{1}{\sigma_{SP3}^2} \text{ τα βάρη των τριών παρατηρήσεων}$$

Μετά από τις πράξεις ο πίνακας \mathbf{N} υπολογίζεται:

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} 0.754153 & 0.470526 \\ 0.470526 & 0.499768 \end{bmatrix}$$

γ) Το δίκτυο του θέματος είναι ένα τριπλευρικό δίκτυο για το οποίο η αδυναμία βαθμού είναι 3. Τρεις λοιπόν είναι η ελάχιστες δεσμεύσεις που απαιτούνται για να υπάρχει λύση και να αντιστρέφεται ο πίνακας \mathbf{N} . Οι γνωστές συντεταγμένες του προβλήματος είναι 6, περισσότερες από τις τρεις που απαιτούνται για να υπάρχει λύση. Επομένως ο πίνακας \mathbf{N} αντιστρέφεται.

$$\mathbf{N}^{-1} = \begin{bmatrix} 3.213794 & -3.02575 \\ -3.02575 & 4.849638 \end{bmatrix}$$