

ΘΕΜΑΤΑ

1. Με τη βοήθεια ηλεκτρονικού σταθμού ακρίβειας 2 mm και 3 ppm στις αποστάσεις και 15 cc στις γωνιομετρήσεις μετρήθηκαν μία απόσταση και δύο γωνίες από ένα άγνωστο σημείο P προς τρία τριγωνομετρικά (1, 2, 3), όπως παρουσιάζονται στον πίνακα που ακολουθεί και στο σχήμα 1.
 - i. Να υπολογιστεί ο πίνακας σχεδιασμού **A** και ο πίνακας των βαρών των παρατηρήσεων **P**.
 - ii. Να δικαιολογηθούν οι διαστάσεις του διανύσματος **u**, καθώς και του πίνακα των κανονικών εξισώσεων **N** και να εξηγηθεί γιατί είναι/δεν είναι δυνατή η αντιστροφή του.
 - iii. Να εξηγηθεί και να αιτιολογηθεί το είδος των δεσμεύσεων που ακολουθήθηκε στο συγκεκριμένο πρόβλημα συνόρθωσης.

Παρατηρήσεις		Σημεία	x (m)	y (m)
S_{P1}^b	1472.48 m	1	3658.79	69691.05
ω_{P23}^b	59.3967 g	2	1204.33	71473.44
ω_{P21}^b	281.8025 g	3	1593.15	74595.41
		Προσεγγ. P	3450.1	71148.7

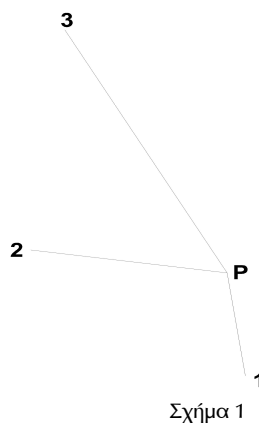
(4 μονάδες)

2. Με τη βοήθεια χωροβάτη ακρίβειας 2 mm / km διπλής χωροστάθμησης μετρήθηκε ο βρόγχος μεταξύ τριών σημείων ($H_1 = 24.382$ m, $H_2 = 37.528$ m και $H_3^o = 3.6$ m). Οι παρατηρήσεις των υψομετρικών διαφορών, καθώς επίσης και οι αποστάσεις των χωροσταθμικών οδεύσεων είναι: $\Delta h_{12}^b = 13.152$ m ($S_{12} = 382$ m), $\Delta h_{23}^b = -33.844$ m ($S_{23} = 478$ m) και $\Delta h_{31}^b = 20.697$ m ($S_{31} = 324$ m).
 - i. Να ελεγχθεί το σφάλμα κλεισίματος του βρόγχου για επίπεδο σημαντικότητας του ελέγχου $\alpha = 0.05$.
 - ii. Να βρεθεί το μέγιστο επιτρεπόμενο σφάλμα κλεισίματος για το ίδιο επίπεδο σημαντικότητας στο συγκεκριμένο βρόγχο.
 - iii. Να υπολογιστεί η εκτίμηση του υψομέτρου για το σημείο 3, καθώς και η εκτίμηση της μεταβλητότητας αναφοράς μετά τη συνόρθωση (a-posteriori μεταβλητότητα).
 - iv. Να ελεγχθεί αν ο χωροβάτης μέτρησε με την ακρίβεια που δίνει ο κατασκευαστής του οργάνου για επίπεδο σημαντικότητας ελέγχου $\alpha = 0.05$.

(4 μονάδες)

3. Να αναφερθείτε στα είδη των τοπογραφικών δικτύων ανάλογα με τη διάστασή τους.

(2 μονάδες)



$1-\alpha$	α	z^α	$z^{\alpha/2}$
.50	.50	.000	.674
.60	.40	.253	.842
.70	.30	.524	1.036
.80	.20	.842	1.282
.90	.10	1.282	1.645
.95	.05	1.645	1.960
.99	.01	2.326	2.576
.999	.001	3.090	3.291
.9999	.0001	3.719	3.891

Πίνακας ΓΣ (συνέχεια)

$$F_{n,m}^\alpha = \frac{1}{F_{m,n}^{1-\alpha}}$$

$$1-\alpha = 0.975 \quad \alpha = 0.025$$



$v_1 \backslash v_2$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
1	647.8	799.5	864.2	899.6	921.8	937.1	948.2	956.7	963.3	968.6	976.7	984.9	993.1	997.2	1001	1006	1010	1014	1018
2	38.51	39.00	39.17	39.25	39.30	39.33	39.36	39.37	39.39	39.40	39.41	39.43	39.45	39.46	39.46	39.47	39.48	39.49	39.50
3	17.44	16.04	15.44	15.10	14.88	14.73	14.62	14.54	14.47	14.42	14.34	14.25	14.17	14.12	14.08	14.04	13.99	13.95	13.90
4	12.22	10.65	9.98	9.60	9.36	9.20	9.07	8.98	8.90	8.84	8.75	8.66	8.56	8.51	8.46	8.41	8.36	8.31	8.26
5	10.01	8.43	7.76	7.39	7.15	6.98	6.85	6.76	6.68	6.62	6.52	6.43	6.33	6.28	6.23	6.18	6.12	6.07	6.02
6	8.81	7.26	6.60	6.23	5.99	5.82	5.70	5.60	5.52	5.46	5.37	5.27	5.17	5.12	5.07	5.01	4.96	4.90	4.85
7	8.07	6.54	5.89	5.52	5.29	5.12	4.99	4.90	4.82	4.76	4.67	4.57	4.47	4.42	4.36	4.31	4.25	4.20	4.14
8	7.57	6.06	5.42	5.05	4.82	4.65	4.53	4.43	4.36	4.30	4.20	4.10	4.00	3.95	3.89	3.84	3.78	3.73	3.67
9	7.21	5.71	5.08	4.72	4.48	4.32	4.20	4.10	4.03	3.96	3.87	3.77	3.67	3.61	3.56	3.51	3.45	3.39	3.33
10	6.94	5.46	4.83	4.47	4.24	4.07	3.95	3.85	3.78	3.72	3.62	3.52	3.42	3.37	3.31	3.26	3.20	3.14	3.08
11	6.72	5.26	4.63	4.28	4.04	3.88	3.76	3.66	3.59	3.53	3.43	3.33	3.23	3.17	3.12	3.06	3.00	2.94	2.88
12	6.55	5.10	4.47	4.12	3.88	3.73	3.61	3.51	3.44	3.37	3.28	3.18	3.07	3.02	2.96	2.91	2.85	2.79	2.72
13	6.41	4.97	4.35	4.00	3.77	3.60	3.48	3.39	3.31	3.25	3.15	3.05	2.95	2.89	2.84	2.78	2.72	2.66	2.60
14	6.30	4.86	4.24	3.89	3.66	3.50	3.38	3.29	3.21	3.15	3.05	2.95	2.84	2.79	2.73	2.67	2.61	2.55	2.49
15	6.20	4.77	4.15	3.80	3.58	3.41	3.29	3.20	3.12	3.06	2.96	2.86	2.76	2.70	2.64	2.59	2.52	2.46	2.40
16	6.12	4.69	4.08	3.73	3.50	3.34	3.22	3.12	3.05	2.99	2.89	2.79	2.68	2.63	2.57	2.51	2.45	2.38	2.32
17	6.04	4.62	4.01	3.66	3.44	3.28	3.16	3.06	2.98	2.92	2.82	2.72	2.62	2.56	2.50	2.44	2.38	2.32	2.25
18	5.98	4.56	3.95	3.61	3.38	3.22	3.10	3.01	2.93	2.87	2.77	2.67	2.56	2.50	2.44	2.38	2.32	2.26	2.19
19	5.92	4.51	3.90	3.56	3.33	3.17	3.05	2.96	2.88	2.82	2.72	2.62	2.51	2.45	2.39	2.33	2.27	2.20	2.13
20	5.87	4.46	3.86	3.51	3.29	3.13	3.01	2.91	2.84	2.77	2.68	2.57	2.46	2.41	2.35	2.29	2.22	2.16	2.09
21	5.83	4.42	3.82	3.48	3.25	3.09	2.97	2.87	2.80	2.73	2.64	2.53	2.42	2.37	2.31	2.25	2.18	2.11	2.04
22	5.79	4.38	3.78	3.44	3.22	3.05	2.93	2.84	2.76	2.70	2.60	2.50	2.39	2.33	2.27	2.21	2.14	2.08	2.00
23	5.75	4.35	3.75	3.41	3.18	3.02	2.90	2.81	2.73	2.67	2.57	2.47	2.36	2.30	2.24	2.18	2.11	2.04	1.97
24	5.72	4.32	3.72	3.38	3.15	2.99	2.87	2.78	2.70	2.64	2.54	2.44	2.33	2.27	2.21	2.15	2.08	2.01	1.94
25	5.69	4.29	3.69	3.35	3.13	2.97	2.85	2.75	2.68	2.61	2.51	2.41	2.30	2.24	2.18	2.12	2.05	1.98	1.91
26	5.66	4.27	3.67	3.33	3.10	2.94	2.82	2.73	2.65	2.59	2.49	2.39	2.28	2.22	2.16	2.09	2.03	1.95	1.88
27	5.63	4.24	3.65	3.31	3.08	2.92	2.80	2.71	2.63	2.57	2.47	2.36	2.25	2.19	2.13	2.07	2.00	1.93	1.85
28	5.61	4.22	3.63	3.29	3.06	2.90	2.78	2.69	2.61	2.55	2.45	2.34	2.23	2.17	2.11	2.05	1.98	1.91	1.83
29	5.59	4.20	3.61	3.27	3.04	2.88	2.76	2.67	2.59	2.53	2.43	2.32	2.21	2.15	2.09	2.03	1.96	1.89	1.81
30	5.57	4.18	3.59	3.25	3.03	2.87	2.75	2.65	2.57	2.51	2.41	2.31	2.20	2.14	2.07	2.01	1.94	1.87	1.79
40	5.42	4.05	3.46	3.13	2.90	2.74	2.62	2.53	2.45	2.39	2.29	2.18	2.07	2.01	1.94	1.88	1.80	1.72	1.64
60	5.29	3.93	3.34	3.01	2.79	2.63	2.51	2.41	2.33	2.27	2.17	2.06	1.94	1.88	1.82	1.74	1.67	1.58	1.48
120	5.15	3.80	3.23	2.89	2.67	2.52	2.39	2.30	2.22	2.16	2.05	1.94	1.82	1.76	1.69	1.61	1.53	1.43	1.31
∞	5.02	3.69	3.12	2.79	2.57	2.41	2.29	2.19	2.11	2.05	1.94	1.83	1.71	1.64	1.57	1.48	1.39	1.27	1.00

	X_i	Y_i	X_j	Y_j	X_k	Y_k
δ_{ij}	$-\frac{y_j^0 - y_i^0}{(S_{ij}^0)^2}$	$\frac{x_j^0 - x_i^0}{(S_{ij}^0)^2}$	$\frac{y_j^0 - y_i^0}{(S_{ij}^0)^2}$	$-\frac{x_j^0 - x_i^0}{(S_{ij}^0)^2}$	0	0
ω_{ijk}	$\frac{y_j^0 - y_i^0}{(S_{ij}^0)^2} - \frac{y_k^0 - y_i^0}{(S_{ik}^0)^2}$	$\frac{x_k^0 - x_i^0}{(S_{ik}^0)^2} - \frac{x_j^0 - x_i^0}{(S_{ij}^0)^2}$	$-\frac{y_j^0 - y_i^0}{(S_{ij}^0)^2}$	$\frac{x_j^0 - x_i^0}{(S_{ij}^0)^2}$	$\frac{y_k^0 - y_i^0}{(S_{ik}^0)^2}$	$-\frac{x_k^0 - x_i^0}{(S_{ik}^0)^2}$
S_{ij}	$-\frac{x_j^0 - x_i^0}{S_{ij}^0}$	$-\frac{y_j^0 - y_i^0}{S_{ij}^0}$	$\frac{x_j^0 - x_i^0}{S_{ij}^0}$	$\frac{y_j^0 - y_i^0}{S_{ij}^0}$	0	0

$$\sigma_w = \sigma_o \sqrt{L}$$

$$|z| = \left| \frac{w}{\sigma_w} \right| \leq z^{\alpha/2}$$

$$F_{f,\infty}^{1-\alpha/2} \leq \frac{\hat{\sigma}^2}{\sigma_o^2} \leq F_{f,\infty}^{\alpha/2}$$