



ΛΥΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

1. i) Για τον υπολογισμό του πίνακα σχεδιασμού **A** καταστρώνεται ο ακόλουθος βοηθητικός πίνακας βάσει των συνδυασμών των σημείων που μετέχουν στις παρατηρήσεις:

i	j	$x_j^o - x_i^o$ (m)	$y_j^o - y_i^o$ (m)	S_{ij}^o (m)	α_{ij}^o (grad)
1	3	339.067	-1130.727	1180.470	181.4531
1	2	1231.481	-311.265	1270.209	115.7609
2	3	-892.414	-819.462	1211.578	252.7113

Επομένως ο πίνακας **A** υπολογίζεται ως (η σειρά των παρατηρήσεων και των αγνώστων παραμέτρων ακολουθεί την εκφώνηση):

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\frac{x_3^o - x_1^o}{S_{13}^o} & -\frac{y_3^o - y_1^o}{S_{13}^o} \\ \left(\frac{y_2^o - y_1^o}{(S_{12}^o)^2} - \frac{y_3^o - y_1^o}{(S_{13}^o)^2}\right)\rho & \left(\frac{x_3^o - x_1^o}{(S_{13}^o)^2} - \frac{x_2^o - x_1^o}{(S_{12}^o)^2}\right)\rho \\ \frac{y_1^o - y_2^o}{(S_{21}^o)^2}\rho & -\frac{x_1^o - x_2^o}{(S_{21}^o)^2}\rho \\ -\frac{y_1^o - y_3^o}{(S_{31}^o)^2}\rho & \frac{x_1^o - x_3^o}{(S_{31}^o)^2}\rho \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.287230 & 0.957862 \\ 3.937511 & -3.310103 \\ 1.228174 & 4.859118 \\ -5.165686 & -1.549015 \end{bmatrix}$$

Για τον υπολογισμό του πίνακα των βαρών των παρατηρήσεων υπολογίζεται η μεταβλητότητα της παρατήρησης της απόστασης βάσει της ακρίβειας του οργάνου.

$$\sigma_{S_{13}}^2 = 0.2^2 + (1.5 \cdot 10^{-6} \cdot 118053.0)^2 \text{cm}^2 = 0.0714 \text{cm}^2,$$

ενώ η μεταβλητότητα των γωνιακών παρατηρήσεων είναι: $\sigma_{\omega}^2 = 15^2 \text{cc}^2$

Η αναλυτική μορφή του πίνακα των βαρών είναι:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} P_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & P_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & P_{44} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{0.0714} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{225} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{225} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{225} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14.0056 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0044 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0044 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0044 \end{bmatrix}$$

- ii) Το διάνυσμα των ανηγμένων παρατηρήσεων **b** υπολογίζεται ως:

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} S_{13}^b - S_{13}^o \\ \omega_{123}^b - \omega_{123}^o \\ \omega_{231}^b - \omega_{231}^o \\ \omega_{312}^b - \omega_{312}^o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ -9 \\ 49 \\ -42 \end{bmatrix} \text{ (cc/cm)}$$

όπου

$$\omega_{123}^o = \alpha_{13}^o - \alpha_{12}^o = 65.6922g$$

$$\omega_{231}^o = \alpha_{21}^o - \alpha_{23}^o = 63.0496g$$

$$\omega_{312}^o = \alpha_{32}^o - \alpha_{31}^o = 71.2582g$$

iii) Το δίκτυο της άσκησης είναι ένα μικτό δίκτυο (μετρήσεις αποστάσεων και γωνιών) και η αδυναμία βαθμού είναι 3. Επομένως, με τρεις συντεταγμένες σταθερές (ελάχιστες δεσμεύσεις) έχουμε την επίλυση του συγκεκριμένου δικτύου. Στο παράδειγμα δόθηκαν 4 συντεταγμένες σταθερές (μία παραπάνω από τις ελάχιστες) και η λύση που θα προκύψει είναι μία **λύση πλεοναζουσών δεσμεύσεων**.

iv) Σύμφωνα με την εκφώνηση ισχύει:

$$\hat{\sigma}_{x_1}^2 = 0.1933cm^2$$

$$\hat{\sigma}_{y_1}^2 = 0.1850cm^2$$

$$\hat{\sigma}_{x_1 y_1} = 0.0885cm^2$$

Με την εφαρμογή των εξισώσεων υπολογίζονται τα στοιχεία της έλλειψης σφάλματος.

$$a = 0.527cm$$

$$b = 0.317cm$$

$$\psi = 51.4915g$$

2.

i) Υπολογίζεται το σφάλμα κλεισίματος του κλειστού βρόχου:

$$w = \sum \Delta h^b = \Delta h_{12} + \Delta h_{23} + \Delta h_{34} - \Delta h_{14} = -0.003 = -3mm$$

Ισχύει:

$$\sigma_w = \sigma_o \sqrt{L_{12} + L_{23} + L_{34} + L_{14}} = 2\sqrt{17.175km} = 8.288mm$$

$$|z| = \left| \frac{w}{\sigma_w} \right| = 0.362 < z^{a/2} = 1.96,$$

επομένως οι παρατηρήσεις του συγκεκριμένου βρόχου δεν είναι ύποπτες για την παρουσία χονδροειδούς σφάλματος, σύμφωνα με το δεδομένο επίπεδο σημαντικότητας του ελέγχου.

ii) Το μέγιστο επιτρεπόμενο σφάλμα υπολογίζεται ως:

$$1.96 = \frac{w_{max}}{8.288} \Rightarrow w_{max} = 16.24mm$$

3.

Θεωρητική