



ΘΕΜΑΤΑ

1. Κατά την προεπεξεργασία παρατηρήσεων διευθύνσεων σε συνόρθωση σταθμού εκτιμήθηκε η μεταβλητότητα της κάθε μη συνορθωμένης παρατήρησης ίση με $\hat{\sigma}^2 = 8.552 \text{ cc}^2$. Να πραγματοποιηθεί ο έλεγχος ύπαρξης χονδροειδών σφαλμάτων στις παρατηρήσεις για επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 0.05$, όταν ο αριθμός των διευθύνσεων που μετρήθηκαν είναι $m = 15$ και οι περίοδοι $r = 6$. Όλες οι μετρήσεις των διευθύνσεων πραγματοποιήθηκαν με γεωδαιτικό σταθμό ακρίβειας 2 cc. **(2.5 μονάδες)**

2. Για τον προσδιορισμό των συντεταγμένων ενός σημείου P μετρήθηκαν με ηλεκτρομαγνητικό όργανο ακρίβειας 2 cm + 2 ppm οι αποστάσεις S_{P1} , S_{P2} και S_{P3} από το σημείο P προς τρία τριγωνομετρικά γνωστών συντεταγμένων. Οι προσεγγιστικές συντεταγμένες του P, οι συντεταγμένες των τριγωνομετρικών, καθώς επίσης και οι παρατηρήσεις των αποστάσεων (οι οποίες θεωρούνται ασυσχέτιστες μεταξύ τους) δίνονται στον πίνακα που ακολουθεί:

i	x_i (m)	y_i (m)	S_{pi} (m)
1	698.412	1005.089	4122.109
2	5482.768	8503.223	4897.717
3	6095.810	4920.301	2739.177
προσεγγ. P	3508.441	4021.071	

α) Να προσδιοριστούν οι μεταβλητότητες των μετρούμενων αποστάσεων.

β) Να υπολογιστεί το διάνυσμα των ανηγμένων παρατηρήσεων **b**.

γ) Να υπολογιστεί ο πίνακας σχεδιασμού **A**.

Οι πίνακες να υπολογιστούν στις κατάλληλες μονάδες για τη συνέχεια της συνόρθωσης.

(5 μονάδες)

3. Μετά τη συνόρθωση ενός οριζοντίου δικτύου και ελέγχοντας την ύπαρξη χονδροειδών σφαλμάτων στις παρατηρήσεις, προέκυψαν τα εξωτερικά ομαλοποιημένα σφάλματα για τις παρακάτω παρατηρήσεις:

Παρατήρηση	Εξωτερικά ομαλοποιημένο σφάλμα
1	-1.232
2	2.681
3	2.146
4	-2.762
5	-1.781
6	-0.687
7	1.891
8	-0.039
9	2.212
10	-1.521

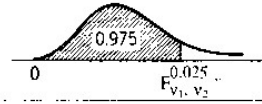
Να εντοπιστούν οι πιθανές ύποπτες παρατηρήσεις για επίπεδο σημαντικότητας του ελέγχου $\alpha = 0.05$ και βαθμούς ελευθερίας 10. **(1.5 μονάδα)**

4. Να αναφερθείτε στους στατιστικούς ελέγχους προεπεξεργασίας των υψομετρικών διαφορών. **(1 μονάδα)**

Πίνακας ΓΣ (συνέχεια)

$$F_{n,m}^{\alpha} = \frac{1}{F_{m,n}^{1-\alpha}}$$

$$1-\alpha = 0.975 \quad \alpha = 0.025$$



v ₁ \ v ₂	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
1	647.8	799.5	864.2	899.6	921.8	937.1	948.2	956.7	963.3	968.6	976.7	984.9	993.1	997.2	1001	1006	1010	1014	1018
2	38.51	39.00	39.17	39.25	39.30	39.33	39.36	39.37	39.39	39.40	39.41	39.43	39.45	39.46	39.46	39.47	39.48	39.49	39.50
3	17.44	16.04	15.44	15.10	14.88	14.73	14.62	14.54	14.47	14.42	14.34	14.25	14.17	14.12	14.08	14.04	13.99	13.95	13.90
4	12.22	10.65	9.98	9.60	9.36	9.20	9.07	8.98	8.90	8.84	8.75	8.66	8.56	8.51	8.46	8.41	8.36	8.31	8.26
5	10.01	8.43	7.76	7.39	7.15	6.98	6.85	6.76	6.68	6.62	6.52	6.43	6.33	6.28	6.23	6.18	6.12	6.07	6.02
6	8.81	7.26	6.60	6.23	5.99	5.82	5.70	5.60	5.52	5.46	5.37	5.27	5.17	5.12	5.07	5.01	4.96	4.90	4.85
7	8.07	6.54	5.89	5.52	5.29	5.12	4.99	4.90	4.82	4.76	4.67	4.57	4.47	4.42	4.36	4.31	4.25	4.20	4.14
8	7.57	6.06	5.42	5.05	4.82	4.65	4.53	4.43	4.36	4.30	4.20	4.10	4.00	3.95	3.89	3.84	3.78	3.73	3.67
9	7.21	5.71	5.08	4.72	4.48	4.32	4.20	4.10	4.03	3.96	3.87	3.77	3.67	3.61	3.56	3.51	3.45	3.39	3.33
10	6.94	5.46	4.83	4.47	4.24	4.07	3.95	3.85	3.78	3.72	3.62	3.52	3.42	3.37	3.31	3.26	3.20	3.14	3.08
11	6.72	5.26	4.63	4.28	4.04	3.88	3.76	3.66	3.59	3.53	3.43	3.33	3.23	3.17	3.12	3.06	3.00	2.94	2.88
12	6.55	5.10	4.47	4.12	3.88	3.73	3.61	3.51	3.44	3.37	3.28	3.18	3.07	3.02	2.96	2.91	2.85	2.79	2.72
13	6.41	4.97	4.35	4.00	3.77	3.60	3.48	3.39	3.31	3.25	3.15	3.05	2.95	2.89	2.84	2.78	2.72	2.66	2.60
14	6.30	4.86	4.24	3.89	3.66	3.50	3.38	3.29	3.21	3.15	3.05	2.95	2.85	2.79	2.73	2.67	2.61	2.55	2.49
15	6.20	4.77	4.15	3.80	3.58	3.41	3.29	3.20	3.12	3.06	2.96	2.86	2.76	2.70	2.64	2.59	2.52	2.46	2.40
16	6.12	4.69	4.08	3.73	3.50	3.34	3.22	3.12	3.05	2.99	2.89	2.79	2.68	2.63	2.57	2.51	2.45	2.38	2.32
17	6.04	4.62	4.01	3.66	3.44	3.28	3.16	3.06	2.98	2.92	2.82	2.72	2.62	2.56	2.50	2.44	2.38	2.32	2.26
18	5.98	4.56	3.95	3.61	3.38	3.22	3.10	3.01	2.93	2.87	2.77	2.67	2.56	2.50	2.44	2.38	2.32	2.26	2.19
19	5.92	4.51	3.90	3.56	3.33	3.17	3.05	2.96	2.88	2.82	2.72	2.62	2.51	2.45	2.39	2.33	2.27	2.20	2.13
20	5.87	4.46	3.86	3.51	3.29	3.13	3.01	2.91	2.84	2.77	2.68	2.57	2.46	2.41	2.35	2.29	2.22	2.16	2.09
21	5.83	4.42	3.82	3.48	3.25	3.09	2.97	2.87	2.80	2.73	2.64	2.53	2.42	2.37	2.31	2.25	2.18	2.11	2.04
22	5.79	4.38	3.78	3.44	3.22	3.05	2.93	2.84	2.76	2.70	2.60	2.50	2.39	2.33	2.27	2.21	2.14	2.08	2.00
23	5.75	4.35	3.75	3.41	3.18	3.02	2.90	2.81	2.73	2.67	2.57	2.47	2.36	2.30	2.24	2.18	2.11	2.04	1.97
24	5.72	4.32	3.72	3.38	3.15	2.99	2.87	2.78	2.70	2.64	2.54	2.44	2.33	2.27	2.21	2.15	2.08	2.01	1.94
25	5.69	4.29	3.69	3.35	3.13	2.97	2.85	2.75	2.68	2.61	2.51	2.41	2.30	2.24	2.18	2.12	2.05	1.98	1.91
26	5.66	4.27	3.67	3.33	3.10	2.94	2.82	2.73	2.65	2.59	2.49	2.39	2.28	2.22	2.16	2.09	2.03	1.95	1.88
27	5.63	4.24	3.65	3.31	3.08	2.92	2.80	2.71	2.63	2.57	2.47	2.36	2.25	2.19	2.13	2.07	2.00	1.93	1.85
28	5.61	4.22	3.63	3.29	3.06	2.90	2.78	2.69	2.61	2.55	2.45	2.34	2.23	2.17	2.11	2.05	1.98	1.91	1.83
29	5.59	4.20	3.61	3.27	3.04	2.88	2.76	2.67	2.59	2.53	2.43	2.32	2.21	2.15	2.09	2.03	1.96	1.89	1.81
30	5.57	4.18	3.59	3.25	3.03	2.87	2.75	2.65	2.57	2.51	2.41	2.31	2.20	2.14	2.07	2.01	1.94	1.87	1.79
40	5.42	4.05	3.46	3.13	2.90	2.74	2.62	2.53	2.45	2.39	2.29	2.18	2.07	2.01	1.94	1.88	1.80	1.72	1.64
60	5.29	3.93	3.34	3.01	2.79	2.63	2.51	2.41	2.33	2.27	2.17	2.06	1.94	1.88	1.82	1.74	1.67	1.58	1.48
120	5.15	3.80	3.23	2.89	2.67	2.52	2.39	2.30	2.22	2.16	2.05	1.94	1.82	1.76	1.69	1.61	1.53	1.43	1.31
∞	5.02	3.68	3.12	2.79	2.57	2.41	2.29	2.19	2.11	2.05	1.94	1.83	1.71	1.64	1.57	1.48	1.39	1.27	1.00

v	α								
	0.750	0.900	0.950	0.975	0.990	0.995	0.999	0.9995	0.9995
1	1.000	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	318.31	636.62	
2	0.818	1.888	2.920	4.303	6.965	9.925	22.326	31.598	
3	0.785	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	10.213	12.924	
4	0.761	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	7.173	8.610	
5	0.727	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	5.893	6.869	
6	0.718	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.208	5.959	
7	0.711	1.415	1.895	2.365	2.989	3.499	4.785	5.408	
8	0.706	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	4.501	5.041	
9	0.703	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.297	4.781	
10	0.700	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.144	4.587	
11	0.697	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.025	4.437	
12	0.695	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	3.930	4.318	
13	0.694	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	3.852	4.221	
14	0.692	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	3.787	4.140	
15	0.691	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	3.733	4.073	
16	0.690	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	3.686	4.015	
17	0.689	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.646	3.955	
18	0.688	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.610	3.922	
19	0.688	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.579	3.883	
20	0.687	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.552	3.850	
21	0.686	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.527	3.819	
22	0.686	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.505	3.792	
23	0.685	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.485	3.767	
24	0.685	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.467	3.745	
25	0.684	1.316	1.708	2.060	2.486	2.787	3.450	3.725	
26	0.684	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.435	3.707	
27	0.684	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.421	3.690	
28	0.683	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.408	3.674	
29	0.683	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.396	3.658	
30	0.683	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.385	3.646	
40	0.681	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.307	3.551	
60	0.679	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	3.232	3.460	
120	0.677	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617	3.160	3.373	
∞	0.674	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.090	3.291	

Τιμές του t_f^α για διάφορες τιμές του συντελεστή εμπιστοσύνης 1-α και των βαθμών ελευθερίας v.

$$F_{f,\infty}^{1-\alpha/2} \leq \frac{\hat{\sigma}^2}{\sigma_o^2} \leq F_{f,\infty}^{\alpha/2}$$

$$|t_i| \leq t_{f-1}^{\alpha/2}$$

	X _i	Y _i	X _j	Y _j	X _k	Y _k
δ _{ij}	$\frac{y_i^0 - y_j^0}{(S_{ij}^0)^2}$	$\frac{x_j^0 - x_i^0}{(S_{ij}^0)^2}$	$\frac{y_i^0 - y_j^0}{(S_{ij}^0)^2}$	$\frac{x_j^0 - x_i^0}{(S_{ij}^0)^2}$	0	0
ω _{ijk}	$\frac{y_j^0 - y_i^0}{(S_{ij}^0)^2} - \frac{y_k^0 - y_i^0}{(S_{ik}^0)^2}$	$\frac{x_k^0 - x_i^0}{(S_{ik}^0)^2} - \frac{x_j^0 - x_i^0}{(S_{ij}^0)^2}$	$\frac{y_j^0 - y_i^0}{(S_{ij}^0)^2}$	$\frac{x_j^0 - x_i^0}{(S_{ij}^0)^2}$	$\frac{y_k^0 - y_i^0}{(S_{ik}^0)^2}$	$\frac{x_k^0 - x_i^0}{(S_{ik}^0)^2}$
S _{ij}	$\frac{x_i^0 - x_j^0}{S_{ij}^0}$	$\frac{y_i^0 - y_j^0}{S_{ij}^0}$	$\frac{x_i^0 - x_j^0}{S_{ij}^0}$	$\frac{y_i^0 - y_j^0}{S_{ij}^0}$	0	0