

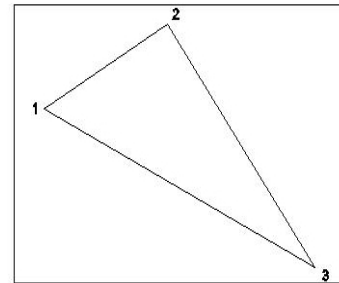


ΘΕΜΑΤΑ

1. Στο τρίγωνο του σκαριφήματος έχουν μετρηθεί τρεις απόστασεις ( $S_{13}^b = 1660.276$  m,  $S_{23}^b = 1353.773$  m,  $S_{12}^b = 781.119$  m) και δύο γωνίες ( $\omega_{123}^b = 59.7141$  g,  $\omega_{213}^b = 290.5227$  g) με γεωδαιτικό σταθμό ακριβείας 2" στις γωνιομετρήσεις και 5 mm και 2 rpm στις αποστάσεις. Στον πίνακα που ακολουθεί παρουσιάζονται οι συντεταγμένες των παραπάνω κορυφών. Με έντονα γράμματα αναγράφονται οι συντεταγμένες, οι οποίες θεωρούνται απολύτως γνωστές, ενώ με κανονική γραφή οι προσεγγιστικές τιμές των αγνώστων συντεταγμένων.

- Να υπολογιστεί ο πίνακας σχεδιασμού **A**, ο πίνακας των βαρών των παρατηρήσεων **P** και το διάνυσμα **b** στις κατάλληλες μονάδες για τη συνέχεια της επίλυσης.
- Να αιτιολογήσετε αν υπάρχει ή όχι αδυναμία βαθμού του συστήματος αναφοράς στη συγκεκριμένη εφαρμογή.
- Να αιτιολογηθεί αν, στην παρούσα μορφή, το δίκτυο μπορεί να αξιολογηθεί για την αξιοπιστία των παρατηρήσεών του. **(5 μονάδες)**

| Συντεταγμένες σημείων | x (m)          | y (m)           |
|-----------------------|----------------|-----------------|
| <b>1</b>              | <b>655.675</b> | <b>1022.530</b> |
| 2                     | 1341.50        | 1396.40         |
| 3                     | 2158.55        | 317.00          |



2. Μετά τη συνόρθωση ενός κατακόρυφου δικτύου με ελάχιστες δεσμεύσεις προέκυψε το διάνυσμα των εκτιμήσεων των σφαλμάτων των παρατηρήσεων και ο πίνακας (συμ)μεταβλητοτήτων των σφαλμάτων των παρατηρήσεων σύμφωνα με τα παρακάτω

$$\hat{v} = \begin{bmatrix} 0.002 \\ 0.001 \\ -0.005 \\ -0.007 \\ 0.008 \end{bmatrix} \text{ (m)} \quad \hat{C}_{\hat{v}} = \begin{bmatrix} 12.32 & & & & \\ & 13.21 & & & \\ & & 10.23 & & \\ & & & 15.43 & \\ & & & & 16.11 \end{bmatrix} \text{ (mm}^2\text{)}$$

Εάν οι βαθμοί ελευθερίας του προβλήματος είναι 4 να βρεθούν, εάν υπάρχουν, οι προβληματικές παρατηρήσεις στο δίκτυο για επίπεδο σημαντικότητας του ελέγχου  $\alpha = 0.05$ . **(3 μονάδες)**

3. Εξηγήστε την ύπαρξη σφαλμάτων γραμμικοποίησης στη συνόρθωση οριζοντίων δικτύων. Που οφείλονται και πως είναι δυνατό να αντιμετωπιστούν; **(2 μονάδες)**

$$r_i = \frac{\hat{v}_i}{\hat{\sigma}(\hat{v}_i)} \quad t_i = r_i \sqrt{\frac{f-1}{f-r_i^2}} \quad |t_i| \leq t_{f-1}^{\alpha/2}$$

|                | $X_i$   | $Y_i$   | $X_j$                                | $Y_j$                                | $X_k$                                | $Y_k$                                |
|----------------|---|---|--------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|
| $\delta_{ij}$  | $\frac{y_j^0 - y_i^0}{(S_{ij}^0)^2}$                                      | $\frac{x_i^0 - x_j^0}{(S_{ij}^0)^2}$                                      | $\frac{y_i^0 - y_j^0}{(S_{ij}^0)^2}$ | $\frac{x_j^0 - x_i^0}{(S_{ij}^0)^2}$ | 0                                    | 0                                    |
| $\omega_{ijk}$ | $\frac{y_j^0 - y_i^0}{(S_{ij}^0)^2} - \frac{y_k^0 - y_i^0}{(S_{ik}^0)^2}$ | $\frac{x_k^0 - x_i^0}{(S_{ik}^0)^2} - \frac{x_j^0 - x_i^0}{(S_{ij}^0)^2}$ | $\frac{y_i^0 - y_j^0}{(S_{ij}^0)^2}$ | $\frac{x_i^0 - x_j^0}{(S_{ij}^0)^2}$ | $\frac{y_k^0 - y_i^0}{(S_{ik}^0)^2}$ | $\frac{x_k^0 - x_i^0}{(S_{ik}^0)^2}$ |
| $S_{ij}$       | $\frac{x_j^0 - x_i^0}{S_{ij}^0}$  | $\frac{y_j^0 - y_i^0}{S_{ij}^0}$  | $\frac{x_i^0 - x_j^0}{S_{ij}^0}$     | $\frac{y_i^0 - y_j^0}{S_{ij}^0}$     | 0                                    | 0                                    |

$\int_{-\infty}^{\infty} f_v(t) dt = P(t \leq t_0^{\alpha}) = 1 - \alpha$

| $1 - \alpha$ | 0.750 | 0.900 | 0.950 | 0.975  | 0.990  | 0.995  | 0.999  | 0.9995 |
|--------------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $\alpha$     | 0.250 | 0.100 | 0.050 | 0.025  | 0.010  | 0.005  | 0.001  | 0.0005 |
| 1            | 1.000 | 3.078 | 6.314 | 12.706 | 31.821 | 63.657 | 318.31 | 636.62 |
| 2            | 0.816 | 1.886 | 2.920 | 4.303  | 6.965  | 9.925  | 22.326 | 31.598 |
| 3            | 0.765 | 1.538 | 2.353 | 3.182  | 4.541  | 6.841  | 10.213 | 12.924 |
| 4            | 0.741 | 1.533 | 2.132 | 2.776  | 3.747  | 4.604  | 7.173  | 8.610  |
| 5            | 0.727 | 1.476 | 2.015 | 2.571  | 3.365  | 4.032  | 5.893  | 6.869  |
| 6            | 0.718 | 1.440 | 1.943 | 2.447  | 3.143  | 3.707  | 5.208  | 5.959  |
| 7            | 0.711 | 1.415 | 1.895 | 2.365  | 2.998  | 3.439  | 4.785  | 5.408  |
| 8            | 0.706 | 1.397 | 1.860 | 2.306  | 2.936  | 3.355  | 4.501  | 5.041  |
| 9            | 0.703 | 1.383 | 1.833 | 2.262  | 2.821  | 3.260  | 4.297  | 4.781  |
| 10           | 0.700 | 1.372 | 1.812 | 2.228  | 2.764  | 3.169  | 4.144  | 4.587  |
| 11           | 0.697 | 1.363 | 1.796 | 2.201  | 2.718  | 3.106  | 4.025  | 4.437  |
| 12           | 0.695 | 1.356 | 1.782 | 2.179  | 2.681  | 3.055  | 3.930  | 4.318  |
| 13           | 0.694 | 1.350 | 1.771 | 2.160  | 2.650  | 3.012  | 3.852  | 4.221  |
| 14           | 0.692 | 1.345 | 1.761 | 2.145  | 2.624  | 2.977  | 3.787  | 4.140  |
| 15           | 0.691 | 1.341 | 1.753 | 2.131  | 2.602  | 2.947  | 3.733  | 4.073  |
| 16           | 0.690 | 1.337 | 1.746 | 2.120  | 2.583  | 2.921  | 3.686  | 4.015  |
| 17           | 0.689 | 1.333 | 1.740 | 2.110  | 2.567  | 2.898  | 3.646  | 3.955  |
| 18           | 0.688 | 1.330 | 1.734 | 2.101  | 2.552  | 2.878  | 3.610  | 3.922  |