



## ΘΕΜΑΤΑ

1. Με τη βοήθεια ηλεκτρονικού σταθμού ακρίβειας 2 cm και 3 ppm στις αποστάσεις και 5" στις γωνιομετρήσεις μετρήθηκαν μία απόσταση και δύο γωνίες από ένα άγνωστο σημείο P προς τρία τριγωνομετρικά (1, 2, 3), όπως παρουσιάζονται στον πίνακα που ακολουθεί και στο σχήμα 1.
- Να υπολογιστεί ο πίνακας σχεδιασμού **A**, το διάνυσμα των ανηγμένων παρατηρήσεων **b** και ο πίνακας των βαρών των παρατηρήσεων **P** στις κατάλληλες μονάδες για τη συνέχεια της συνόρθωσης.
  - Να δικαιολογηθούν οι διαστάσεις του διανύσματος **u**, καθώς και του πίνακα των κανονικών εξισώσεων **N** και να εξηγηθεί γιατί είναι/δεν είναι δυνατή η αντιστροφή του.
  - Να εξηγηθεί και να αιτιολογηθεί το είδος των δεσμεύσεων που ακολουθήθηκε στο συγκεκριμένο πρόβλημα συνόρθωσης.

Παρατηρήσεις		Σημεία	x (m)	y (m)
$S_{P1}^b$	1472.48 m	1	3658.79	69691.05
$\omega_{P23}^b$	59.3967 g	2	1204.33	71473.44
$\omega_{P21}^b$	281.8025 g	3	1593.15	74595.41
		Προσεγγ. P	3450.1	71148.7

(5 μονάδες)

2. Εξηγήστε την ύπαρξη σφαλμάτων γραμμικόποίησης στη συνόρθωση οριζοντίων δικτύων. Που οφείλονται και πως είναι δυνατό να αντιμετωπιστούν;

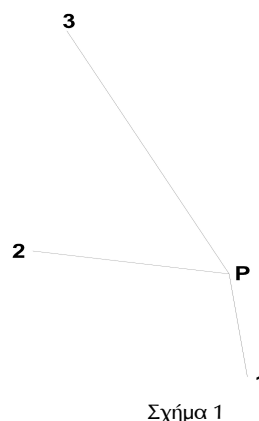
(2 μονάδες)

3. Να εξηγήσετε γιατί οι βαθμοί ελευθερίας σε μία συνόρθωση σταθμού διευθύνσεων είναι  $(m-1)(r-1)$ , όπου m είναι ο αριθμός των διευθύνσεων σε κάθε περίοδο και r ο αριθμός των περιόδων.

(1 μονάδα)

4. Κατά τη διαδικασία προεπεξεργασίας 33 μετρήσεων αποστάσεων μίας πλευράς ενός δικτύου (συνόρθωση βάσης) υπολογίστηκε ο μέσος όρος της πλευράς ίσος με 1352.791 m και η εκ των υστέρων (a-posteriori) τυπική απόκλιση των μετρήσεων  $\hat{\sigma} = \pm 0.007$  m. Εάν ο κατασκευαστής του οργάνου δίνει  $a=5$ mm και  $b=3$ ppm για την ακρίβεια στις μετρήσεις των αποστάσεων, να ελεγχθεί εάν το όργανο μέτρησε με την ακρίβεια του κατασκευαστή. Δίνεται το επίπεδο σημαντικότητας του ελέγχου  $\alpha = 0.05$

(2 μονάδες)

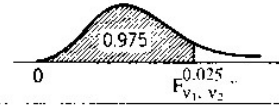


$$F_{n-1, \infty}^{1-\alpha/2} \leq \frac{\hat{\sigma}^2}{\sigma_0^2} \leq F_{n-1, \infty}^{\alpha/2}$$

Πίνακας Γ5 (συνέχεια)

$$F_{n,m}^{\alpha} = \frac{1}{F_{m,n}^{1-\alpha}}$$

$$1-\alpha = 0.975 \quad \alpha = 0.025$$



$v_1 \backslash v_2$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	$\infty$
1	647.8	799.5	864.2	899.6	921.8	937.1	948.2	956.7	963.3	968.6	976.7	984.9	993.1	997.2	1001	1006	1010	1014	1018
2	38.51	39.00	39.17	39.25	39.30	39.33	39.36	39.37	39.39	39.40	39.41	39.43	39.45	39.46	39.46	39.47	39.48	39.49	39.50
3	17.44	16.04	15.44	15.10	14.88	14.73	14.62	14.54	14.47	14.42	14.34	14.25	14.17	14.12	14.08	14.04	13.99	13.95	13.90
4	12.22	10.65	9.98	9.60	9.36	9.20	9.07	8.98	8.90	8.84	8.75	8.66	8.56	8.51	8.46	8.41	8.36	8.31	8.26
5	10.01	8.43	7.76	7.39	7.15	6.98	6.85	6.76	6.68	6.62	6.52	6.43	6.33	6.28	6.23	6.18	6.12	6.07	6.02
6	8.81	7.26	6.60	6.23	5.99	5.82	5.70	5.60	5.52	5.46	5.37	5.27	5.17	5.12	5.07	5.01	4.96	4.90	4.85
7	8.07	6.54	5.89	5.52	5.29	5.12	4.99	4.90	4.82	4.76	4.67	4.57	4.47	4.42	4.36	4.31	4.25	4.20	4.14
8	7.57	6.06	5.42	5.05	4.82	4.65	4.53	4.43	4.36	4.30	4.20	4.10	4.00	3.95	3.89	3.84	3.78	3.73	3.67
9	7.21	5.71	5.08	4.72	4.48	4.32	4.20	4.10	4.03	3.96	3.87	3.77	3.67	3.61	3.56	3.51	3.45	3.39	3.33
10	6.94	5.46	4.83	4.47	4.24	4.07	3.95	3.85	3.78	3.72	3.62	3.52	3.42	3.37	3.31	3.26	3.20	3.14	3.08
11	6.72	5.26	4.63	4.28	4.04	3.88	3.76	3.66	3.59	3.53	3.43	3.33	3.23	3.17	3.12	3.06	3.00	2.94	2.88
12	6.55	5.10	4.47	4.12	3.88	3.73	3.61	3.51	3.44	3.37	3.28	3.18	3.07	3.02	2.96	2.91	2.85	2.79	2.72
13	6.41	4.97	4.35	4.00	3.77	3.60	3.48	3.39	3.31	3.25	3.15	3.05	2.95	2.89	2.84	2.78	2.72	2.66	2.60
14	6.30	4.86	4.24	3.89	3.66	3.50	3.38	3.29	3.21	3.15	3.05	2.95	2.84	2.79	2.73	2.67	2.61	2.55	2.49
15	6.20	4.77	4.15	3.80	3.58	3.41	3.29	3.20	3.12	3.06	2.96	2.86	2.76	2.70	2.64	2.59	2.52	2.46	2.40
16	6.12	4.69	4.08	3.73	3.50	3.34	3.22	3.12	3.05	2.99	2.89	2.79	2.68	2.63	2.57	2.51	2.45	2.38	2.32
17	6.04	4.62	4.01	3.66	3.44	3.28	3.16	3.06	2.98	2.92	2.82	2.72	2.62	2.56	2.50	2.44	2.38	2.32	2.25
18	5.98	4.56	3.95	3.61	3.38	3.22	3.10	3.01	2.93	2.87	2.77	2.67	2.56	2.50	2.44	2.38	2.32	2.26	2.19
19	5.92	4.51	3.90	3.56	3.33	3.17	3.05	2.96	2.88	2.82	2.72	2.62	2.51	2.45	2.39	2.33	2.27	2.20	2.13
20	5.87	4.46	3.86	3.51	3.29	3.13	3.01	2.91	2.84	2.77	2.68	2.57	2.46	2.41	2.35	2.29	2.22	2.16	2.09
21	5.83	4.42	3.82	3.48	3.25	3.09	2.97	2.87	2.80	2.73	2.64	2.53	2.42	2.37	2.31	2.25	2.18	2.11	2.04
22	5.79	4.38	3.78	3.44	3.22	3.05	2.93	2.84	2.76	2.70	2.60	2.50	2.39	2.33	2.27	2.21	2.14	2.08	2.00
23	5.75	4.35	3.75	3.41	3.18	3.02	2.90	2.81	2.73	2.67	2.57	2.47	2.36	2.30	2.24	2.18	2.11	2.04	1.97
24	5.72	4.32	3.72	3.38	3.15	2.99	2.87	2.78	2.70	2.64	2.54	2.44	2.33	2.27	2.21	2.15	2.08	2.01	1.94
25	5.69	4.29	3.69	3.35	3.13	2.97	2.85	2.75	2.68	2.61	2.51	2.41	2.30	2.24	2.18	2.12	2.05	1.98	1.91
26	5.66	4.27	3.67	3.33	3.10	2.94	2.82	2.73	2.65	2.59	2.49	2.39	2.28	2.22	2.16	2.09	2.03	1.95	1.88
27	5.63	4.24	3.65	3.31	3.08	2.92	2.80	2.71	2.63	2.57	2.47	2.36	2.25	2.19	2.13	2.07	2.00	1.93	1.85
28	5.61	4.22	3.63	3.29	3.06	2.90	2.78	2.69	2.61	2.55	2.45	2.34	2.23	2.17	2.11	2.05	1.98	1.91	1.83
29	5.59	4.20	3.61	3.27	3.04	2.88	2.76	2.67	2.59	2.53	2.43	2.32	2.21	2.15	2.09	2.03	1.96	1.89	1.81
30	5.57	4.18	3.59	3.25	3.03	2.87	2.75	2.65	2.57	2.51	2.41	2.31	2.20	2.14	2.07	2.01	1.94	1.87	1.79
40	5.42	4.05	3.46	3.13	2.90	2.74	2.62	2.53	2.45	2.39	2.29	2.18	2.07	2.01	1.94	1.88	1.80	1.72	1.64
60	5.29	3.93	3.34	3.01	2.79	2.63	2.51	2.41	2.33	2.27	2.17	2.06	1.94	1.88	1.82	1.74	1.67	1.58	1.48
120	5.15	3.80	3.23	2.89	2.67	2.52	2.39	2.30	2.22	2.16	2.05	1.94	1.82	1.76	1.69	1.61	1.53	1.43	1.31
$\infty$	5.02	3.69	3.12	2.79	2.57	2.41	2.29	2.19	2.11	2.05	1.94	1.83	1.71	1.64	1.57	1.48	1.39	1.27	1.00

	$X_i$	$Y_i$	$X_j$	$Y_j$	$X_k$	$Y_k$
$\delta_{ij}$	$-\frac{y_j^0 - y_i^0}{(S_{ij}^0)^2}$	$\frac{x_j^0 - x_i^0}{(S_{ij}^0)^2}$	$\frac{y_j^0 - y_i^0}{(S_{ij}^0)^2}$	$-\frac{x_j^0 - x_i^0}{(S_{ij}^0)^2}$	0	0
$\omega_{ijk}$	$\frac{y_j^0 - y_i^0}{(S_{ij}^0)^2} - \frac{y_k^0 - y_i^0}{(S_{ik}^0)^2}$	$\frac{x_k^0 - x_i^0}{(S_{ik}^0)^2} - \frac{x_j^0 - x_i^0}{(S_{ij}^0)^2}$	$-\frac{y_j^0 - y_i^0}{(S_{ij}^0)^2}$	$\frac{x_j^0 - x_i^0}{(S_{ij}^0)^2}$	$\frac{y_k^0 - y_i^0}{(S_{ik}^0)^2}$	$-\frac{x_k^0 - x_i^0}{(S_{ik}^0)^2}$
$S_{ij}$	$-\frac{x_j^0 - x_i^0}{S_{ij}^0}$	$-\frac{y_j^0 - y_i^0}{S_{ij}^0}$	$\frac{x_j^0 - x_i^0}{S_{ij}^0}$	$\frac{y_j^0 - y_i^0}{S_{ij}^0}$	0	0