



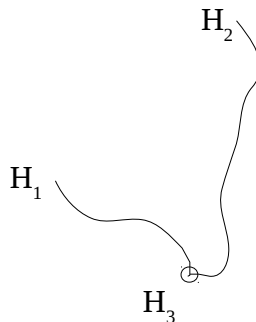
ΘΕΜΑΤΑ

1. Γιατί εμφανίζεται η αδυναμία καθορισμού του συστήματος αναφοράς κατά τη διαδικασία επίλυσης ενός δικτύου; Πώς εκφράζεται αυτή η αδυναμία στο μαθηματικό μοντέλο; **(1 μονάδα)**
2. Κατά τη μέτρηση ενός τριγωνομετρικού δικτύου 35 κορυφών μετρήθηκαν 130 γωνίες. Ποιές είναι οι διαστάσεις του διανύσματος **b** και του διανύσματος **v**; Πόσες είναι οι ελάχιστες συντεταγμένες που πρέπει να διατηρηθούν σταθερές για να είναι δυνατή η επίλυση του δικτύου; Αιτιολογήστε τις απαντήσεις σας. **(1 μονάδα)**
3. Να εξηγήσετε γιατί οι βαθμοί ελευθερίας σε μία συνόρθωση σταθμού διευθύνσεων είναι $(m-1)(r-1)$, όπου m είναι ο αριθμός των διευθύνσεων σε κάθε περίοδο και r ο αριθμός των περιόδων. **(1 μονάδα)**
4. Κατά τη διαδικασία προεπεξεργασίας 27 μετρήσεων αποστάσεων μίας πλευράς ενός δικτύου (συνόρθωση βάσης) υπολογίστηκε ο μέσος όρος της πλευράς ίσος με 2761.783 m και η εκ των υστέρων (a-posteriori) τυπική απόκλιση των μετρήσεων $\hat{\sigma} = \pm 0.009$ m. Εάν ο κατασκευαστής του οργάνου δίνει $a=2$ mm και $b=3$ ppm για την ακρίβεια στις μετρήσεις των αποστάσεων, να ελεγχθεί εάν το όργανο μέτρησε με την ακρίβεια του κατασκευαστή. Δίνεται το επίπεδο σημαντικότητας του ελέγχου $\alpha = 0.05$. **(2 μονάδες)**
5. Μετά τη συνόρθωση ενός κατακόρυφου δικτύου με ελάχιστες δεσμεύσεις προέκυψε το διάνυσμα των εκτιμήσεων των σφαλμάτων των παρατηρήσεων και ο πίνακας (συμ)μεταβλητοτήτων των σφαλμάτων των παρατηρήσεων σύμφωνα με τα παρακάτω

$$\hat{v} = \begin{bmatrix} 0.002 \\ 0.001 \\ -0.005 \\ -0.007 \\ 0.008 \end{bmatrix} \text{ (m)} \quad \hat{C}_{\hat{v}} = \begin{bmatrix} 12.32 & & & & \\ & 13.21 & & & \\ & & 10.23 & & \\ & & & 15.43 & \\ & & & & 16.11 \end{bmatrix} \text{ (mm}^2\text{)}$$

Εάν οι βαθμοί ελευθερίας του προβλήματος είναι 6 να βρεθούν, εάν υπάρχουν, οι προβληματικές παρατηρήσεις στο δίκτυο για επίπεδο σημαντικότητας του ελέγχου $\alpha = 0.01$. **(2 μονάδες)**

6. Στο κατακόρυφο δίκτυο του σχήματος μετρήθηκαν οι υψομετρικές διαφορές $\Delta H_{13}^b = -137.670$ m και $\Delta H_{32}^b = 73.998$ m. Εάν τα υψόμετρα των σημείων είναι γνωστά ($H_1 = 323.451$ m και $H_2 = 259.783$ m), να εκτιμηθεί το υψόμετρο του σημείου H_3 , καθώς και η ακρίβεια προσδιορισμού του. Δίνονται οι αποστάσεις της χωροστάθμησης $S_{13} = 317$ m και $S_{32} = 1243$ m. **(3 μονάδες)**

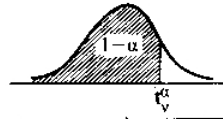


$$r_i = \frac{\hat{v}_i}{\hat{\sigma}(\hat{v}_i)}$$

$$t_i = r_i \sqrt{\frac{f-1}{f-r_i^2}}$$

$$|t_i| \leq t_{f-1}^{\alpha/2}$$

$$\int_{-\infty}^{t_0^{\alpha}} f_{v_1}(t) dt = P(t \leq t_0^{\alpha}) = 1 - \alpha$$

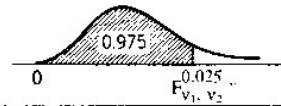


$1-\alpha$	0.750	0.900	0.950	0.975	0.990	0.995	0.999	0.9995
α	0.250	0.100	0.050	0.025	0.010	0.005	0.001	0.0005
$v = 1$	1.000	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	318.31	636.62
2	0.816	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	22.326	31.598
3	0.765	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	10.213	12.924
4	0.741	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	7.173	8.610
5	0.727	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	5.893	6.869
6	0.718	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.208	5.959
7	0.711	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	4.785	5.408
8	0.706	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	4.501	5.041
9	0.703	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.297	4.781
10	0.700	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.144	4.587
11	0.697	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.025	4.437
12	0.695	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	3.930	4.318
13	0.694	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	3.852	4.221
14	0.692	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	3.787	4.140
15	0.691	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	3.733	4.073
16	0.690	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	3.686	4.015
17	0.689	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.646	3.965
18	0.688	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.610	3.922

$$F_{n-1, \infty}^{1-\alpha/2} \leq \frac{\hat{\sigma}^2}{\sigma_0^2} \leq F_{n-1, \infty}^{\alpha/2}$$

$$F_{n,m}^{\alpha} = \frac{1}{F_{m,n}^{1-\alpha}}$$

$$1-\alpha = 0.975 \quad \alpha = 0.025$$



Πίνακας Γ5 (συνέχεια)

$v_1 \backslash v_2$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	α
1	647.8	789.5	864.2	899.6	921.8	937.1	948.2	956.7	963.3	968.6	976.7	984.9	993.1	997.2	1001	1006	1010	1014	1018
2	38.51	39.00	39.17	39.25	39.30	39.33	39.36	39.37	39.39	39.40	39.41	39.43	39.45	39.46	39.46	39.47	39.48	39.48	39.50
3	17.44	16.04	15.44	15.10	14.88	14.73	14.62	14.54	14.47	14.42	14.34	14.25	14.17	14.12	14.08	14.04	13.99	13.95	13.90
4	12.22	10.65	9.98	9.60	9.36	9.20	9.07	8.98	8.90	8.84	8.75	8.66	8.56	8.51	8.46	8.41	8.36	8.31	8.26
5	10.01	8.43	7.76	7.39	7.15	6.98	6.85	6.76	6.68	6.62	6.52	6.43	6.33	6.28	6.23	6.18	6.12	6.07	6.02
6	8.81	7.26	6.60	6.23	5.99	5.82	5.70	5.60	5.52	5.46	5.37	5.27	5.17	5.12	5.07	5.01	4.96	4.90	4.85
7	8.07	6.54	5.89	5.52	5.29	5.12	4.99	4.90	4.82	4.76	4.67	4.57	4.47	4.42	4.36	4.31	4.25	4.20	4.14
8	7.57	6.06	5.42	5.05	4.82	4.65	4.53	4.43	4.36	4.30	4.20	4.10	4.00	3.95	3.89	3.84	3.78	3.73	3.67
9	7.21	5.71	5.08	4.72	4.48	4.32	4.20	4.10	4.03	3.96	3.87	3.77	3.67	3.61	3.56	3.51	3.45	3.39	3.33
10	6.94	5.46	4.83	4.47	4.24	4.07	3.95	3.85	3.78	3.72	3.62	3.52	3.42	3.37	3.31	3.26	3.20	3.14	3.08
11	6.72	5.26	4.63	4.28	4.04	3.88	3.76	3.66	3.59	3.53	3.43	3.33	3.23	3.17	3.12	3.06	3.00	2.94	2.88
12	6.55	5.10	4.47	4.12	3.88	3.73	3.61	3.51	3.44	3.37	3.28	3.18	3.07	3.02	2.96	2.91	2.85	2.79	2.72
13	6.41	4.97	4.35	4.00	3.77	3.60	3.48	3.39	3.31	3.25	3.15	3.05	2.95	2.89	2.84	2.78	2.72	2.66	2.60
14	6.30	4.86	4.24	3.89	3.66	3.50	3.38	3.29	3.21	3.15	3.05	2.95	2.84	2.79	2.73	2.67	2.61	2.55	2.49
15	6.20	4.77	4.15	3.80	3.58	3.41	3.29	3.20	3.12	3.06	2.96	2.86	2.76	2.70	2.64	2.59	2.52	2.46	2.40
16	6.12	4.69	4.08	3.73	3.50	3.34	3.22	3.12	3.05	2.99	2.89	2.79	2.68	2.63	2.57	2.51	2.45	2.38	2.32
17	6.04	4.62	4.01	3.66	3.44	3.28	3.16	3.06	2.98	2.92	2.82	2.72	2.62	2.56	2.50	2.44	2.38	2.32	2.25
18	5.98	4.56	3.95	3.61	3.38	3.22	3.10	3.01	2.93	2.87	2.77	2.67	2.56	2.50	2.44	2.38	2.32	2.26	2.19
19	5.92	4.51	3.90	3.56	3.33	3.17	3.05	2.96	2.88	2.82	2.72	2.62	2.51	2.45	2.39	2.33	2.27	2.20	2.13
20	5.87	4.46	3.86	3.51	3.29	3.13	3.01	2.91	2.84	2.77	2.68	2.57	2.46	2.41	2.35	2.29	2.22	2.16	2.09
21	5.83	4.42	3.82	3.48	3.25	3.09	2.97	2.87	2.80	2.73	2.64	2.53	2.42	2.37	2.31	2.25	2.18	2.11	2.04
22	5.79	4.38	3.78	3.44	3.22	3.05	2.93	2.84	2.76	2.70	2.60	2.50	2.39	2.33	2.27	2.21	2.14	2.08	2.00
23	5.75	4.35	3.75	3.41	3.18	3.02	2.90	2.81	2.73	2.67	2.57	2.47	2.36	2.30	2.24	2.18	2.11	2.04	1.97
24	5.72	4.32	3.72	3.38	3.16	2.99	2.87	2.78	2.70	2.64	2.54	2.44	2.33	2.27	2.21	2.15	2.08	2.01	1.94
25	5.69	4.29	3.69	3.35	3.13	2.97	2.85	2.75	2.68	2.61	2.51	2.41	2.30	2.24	2.18	2.12	2.05	1.98	1.91
26	5.66	4.27	3.67	3.33	3.10	2.94	2.82	2.73	2.65	2.59	2.49	2.39	2.28	2.22	2.16	2.09	2.03	1.95	1.88
27	5.63	4.24	3.65	3.31	3.08	2.92	2.80	2.71	2.63	2.57	2.47	2.36	2.25	2.19	2.13	2.07	2.00	1.93	1.85
28	5.61	4.22	3.63	3.29	3.06	2.90	2.78	2.69	2.61	2.55	2.45	2.34	2.23	2.17	2.11	2.05	1.98	1.91	1.83
29	5.59	4.20	3.61	3.27	3.04	2.88	2.76	2.67	2.59	2.53	2.43	2.32	2.21	2.15	2.09	2.03	1.96	1.89	1.81
30	5.57	4.18	3.59	3.25	3.03	2.87	2.75	2.65	2.57	2.51	2.41	2.31	2.20	2.14	2.07	2.01	1.94	1.87	1.79
40	5.42	4.05	3.46	3.13	2.90	2.74	2.62	2.53	2.45	2.39	2.29	2.18	2.07	2.01	1.94	1.88	1.80	1.72	1.64
60	5.29	3.93	3.34	3.01	2.79	2.63	2.51	2.41	2.33	2.27	2.17	2.06	1.94	1.88	1.82	1.74	1.67	1.58	1.48
120	5.15	3.80	3.23	2.89	2.67	2.52	2.39	2.30	2.22	2.16	2.05	1.94	1.82	1.76	1.69	1.61	1.53	1.43	1.31
α	5.02	3.69	3.12	2.79	2.57	2.41	2.29	2.19	2.11	2.05	1.94	1.83	1.71	1.64	1.57	1.48	1.39	1.27	1.00