

## ΘΕΜΑΤΑ

1. Με τη βοήθεια ηλεκτρονικού σταθμού ακρίβειας 1 cm και 2 ppm στις αποστάσεις και 7" στις γωνιομετρήσεις μετρήθηκαν τρεις γωνίες από τρία γνωστά τριγωνομετρικά προς ένα άγνωστο σημείο P, όπως παρουσιάζονται στον πίνακα που ακολουθεί και στο σχήμα 1.

- Να υπολογιστεί ο πίνακας σχεδιασμού **A**, το διάνυσμα των ανηγμένων παρατηρήσεων **b** και ο πίνακας των βαρών των παρατηρήσεων **P** στις κατάλληλες μονάδες για τη συνέχεια της συνόρθωσης.
- Να δικαιολογηθούν οι διαστάσεις του διανύσματος **u**, καθώς και του πίνακα των κανονικών εξισώσεων **N** και να εξηγηθεί γιατί είναι/δεν είναι δυνατή η αντιστροφή του.
- Να εξηγηθεί και να αιτιολογηθεί το είδος των δεσμεύσεων που ακολουθήθηκε στο συγκεκριμένο πρόβλημα συνόρθωσης.

Παρατηρήσεις		Σημεία	x (m)	y (m)
$\omega_{1P2}^b$	67.3119 g	1	2788.169	-1098.450
$\omega_{21P}^b$	68.9538 g	2	5020.534	-4671.337
$\omega_{32P}^b$	94.3045 g	3	7799.530	-4458.283
$\omega_{2P3}^b$	61.7311 g	Προσεγγ. P	7203.33	-899.93

(6 μονάδες)

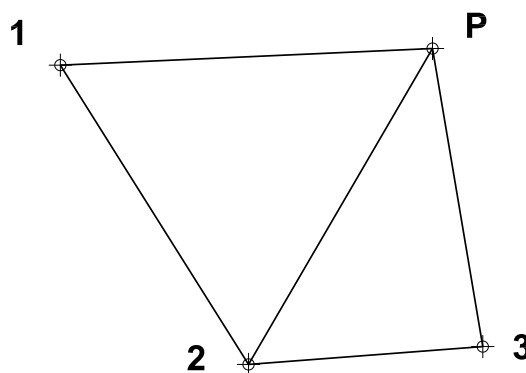
2. Ποια είναι η διαφορά μεταξύ της ένταξης και της εξάρτησης ενός δικτύου σε ένα προϋπάρχον;

(1 μονάδα)

3. Με τη βοήθεια χωροβάτη μεταβλητότητας  $4 \text{ mm}^2 / \text{km}$  διπλής χωροστάθμησης μετρήθηκε ο βρόγχος μεταξύ τριών σημείων ( $H_1 = 24.382 \text{ m}$ ,  $H_2 = 37.528 \text{ m}$  και προσεγγιστική τιμή του αγνώστου υψομέτρου  $H_3^0 = 3.6 \text{ m}$ ). Οι παρατηρήσεις των υψομετρικών διαφορών, καθώς επίσης και οι αποστάσεις των χωροσταθμικών οδεύσεων είναι:  $\Delta h_{12}^b = 13.152 \text{ m}$  ( $S_{12} = 382 \text{ m}$ ),  $\Delta h_{23}^b = -33.844 \text{ m}$  ( $S_{23} = 478 \text{ m}$ ) και  $\Delta h_{31}^b = 20.697 \text{ m}$  ( $S_{31} = 324 \text{ m}$ ).

- Να ελεγχθεί το σφάλμα κλεισίματος του βρόγχου για επίπεδο σημαντικότητας του ελέγχου  $\alpha = 0.05$ .
- Να βρεθεί το μέγιστο επιτρεπόμενο σφάλμα κλεισίματος για το ίδιο επίπεδο σημαντικότητας στο συγκεκριμένο βρόγχο.
- Μετά τη συνόρθωση η εκ των υστέρων μεταβλητότητα (a-posteriori) υπολογίστηκε σε  $0.13 \text{ cm}^2 / \text{km}$ . Να ελεγχθεί αν ο χωροβάτης μέτρησε με την ακρίβεια που δίνει ο κατασκευαστής του οργάνου για επίπεδο σημαντικότητας ελέγχου  $\alpha = 0.05$ .

(3 μονάδες)



Σχήμα 1

$1-\alpha$	$\alpha$	$z^\alpha$	$z^{\alpha/2}$
.50	.50	.000	.674
.60	.40	.253	.842
.70	.30	.524	1.036
.80	.20	.842	1.282
.90	.10	1.282	1.645
.95	.05	1.645	1.960
.99	.01	2.326	2.576
.999	.001	3.090	3.291
.9999	.0001	3.719	3.891

$$\sigma_w = \sigma_o \sqrt{L}$$

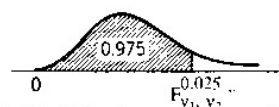
$$|z| = \left| \frac{W}{\sigma_w} \right| \leq z^{\alpha/2}$$

$$F_{f,\infty}^{1-\alpha/2} \leq \frac{\hat{\sigma}^2}{\sigma_o^2} \leq F_{f,\infty}^{\alpha/2}$$

Πίνακας Γ5 (συνέχεια)

$$F_{n,m}^\alpha = \frac{1}{F_{m,n}^{1-\alpha}}$$

$$1-\alpha = 0.975 \quad \alpha = 0.025$$



$v_1 \backslash v_2$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	$\infty$
1	647.8	799.5	864.2	899.6	921.8	937.1	948.2	956.7	963.3	968.6	976.7	984.9	993.1	997.2	1001	1006	1010	1014	1018
2	38.51	39.00	39.17	39.25	39.30	39.33	39.36	39.37	39.39	39.40	39.41	39.43	39.45	39.46	39.46	39.47	39.48	39.49	39.50
3	17.44	16.04	15.44	15.10	14.88	14.73	14.62	14.54	14.47	14.42	14.34	14.25	14.17	14.12	14.08	14.04	13.99	13.95	13.90
4	12.22	10.65	9.98	9.60	9.36	9.20	9.07	8.98	8.90	8.84	8.75	8.66	8.56	8.51	8.46	8.41	8.36	8.31	8.26
5	10.01	8.43	7.76	7.39	7.15	6.98	6.85	6.76	6.68	6.62	6.52	6.43	6.33	6.28	6.23	6.18	6.12	6.07	6.02
6	8.81	7.26	6.60	6.23	5.99	5.82	5.70	5.60	5.52	5.46	5.37	5.27	5.17	5.12	5.07	5.01	4.96	4.90	4.85
7	8.07	6.54	5.89	5.52	5.29	5.12	4.99	4.90	4.82	4.76	4.67	4.57	4.47	4.42	4.36	4.31	4.25	4.20	4.14
8	7.57	6.06	5.42	5.05	4.82	4.65	4.53	4.43	4.36	4.30	4.20	4.10	4.00	3.95	3.89	3.84	3.78	3.73	3.67
9	7.21	5.71	5.08	4.72	4.48	4.32	4.20	4.10	4.03	3.96	3.87	3.77	3.67	3.61	3.56	3.51	3.45	3.39	3.33
10	6.94	5.46	4.83	4.47	4.24	4.07	3.95	3.85	3.78	3.72	3.62	3.52	3.42	3.37	3.31	3.26	3.20	3.14	3.08
11	6.72	5.26	4.63	4.28	4.04	3.88	3.76	3.66	3.59	3.53	3.43	3.33	3.23	3.17	3.12	3.06	3.00	2.94	2.88
12	6.55	5.10	4.47	4.12	3.88	3.73	3.61	3.51	3.44	3.37	3.28	3.18	3.07	3.02	2.96	2.91	2.85	2.79	2.72
13	6.41	4.97	4.35	4.00	3.77	3.60	3.48	3.39	3.31	3.25	3.15	3.05	2.95	2.89	2.84	2.78	2.72	2.66	2.60
14	6.30	4.86	4.24	3.89	3.66	3.50	3.38	3.29	3.21	3.15	3.05	2.95	2.84	2.79	2.73	2.67	2.61	2.55	2.49
15	6.20	4.77	4.15	3.80	3.58	3.41	3.29	3.20	3.12	3.06	2.96	2.86	2.76	2.70	2.64	2.59	2.52	2.46	2.40
16	6.12	4.69	4.08	3.73	3.50	3.34	3.22	3.12	3.05	2.99	2.89	2.79	2.68	2.63	2.57	2.51	2.45	2.38	2.32
17	6.04	4.62	4.01	3.66	3.44	3.28	3.16	3.06	2.98	2.92	2.82	2.72	2.62	2.56	2.50	2.44	2.38	2.32	2.25
18	5.98	4.56	3.95	3.61	3.38	3.22	3.10	3.01	2.93	2.87	2.77	2.67	2.56	2.50	2.44	2.38	2.32	2.26	2.19
19	5.92	4.51	3.90	3.56	3.33	3.17	3.05	2.96	2.88	2.82	2.72	2.62	2.51	2.45	2.39	2.33	2.27	2.20	2.13
20	5.87	4.46	3.86	3.51	3.29	3.13	3.01	2.91	2.84	2.77	2.68	2.57	2.46	2.41	2.35	2.29	2.22	2.16	2.09
21	5.83	4.42	3.82	3.48	3.25	3.09	2.97	2.87	2.80	2.73	2.64	2.53	2.42	2.37	2.31	2.25	2.18	2.11	2.04
22	5.79	4.38	3.78	3.44	3.22	3.05	2.93	2.84	2.76	2.70	2.60	2.50	2.39	2.33	2.27	2.21	2.14	2.08	2.00
23	5.75	4.35	3.75	3.41	3.18	3.02	2.90	2.81	2.73	2.67	2.57	2.47	2.36	2.30	2.24	2.18	2.11	2.04	1.97
24	5.72	4.32	3.72	3.38	3.15	2.99	2.87	2.78	2.70	2.64	2.54	2.44	2.33	2.27	2.21	2.15	2.08	2.01	1.94
25	5.69	4.29	3.69	3.35	3.13	2.97	2.85	2.75	2.68	2.61	2.51	2.41	2.30	2.24	2.18	2.12	2.05	1.98	1.91
26	5.66	4.27	3.67	3.33	3.10	2.94	2.82	2.73	2.65	2.59	2.49	2.39	2.28	2.22	2.16	2.09	2.03	1.95	1.88
27	5.63	4.24	3.65	3.31	3.08	2.92	2.80	2.71	2.63	2.57	2.47	2.36	2.25	2.19	2.13	2.07	2.00	1.93	1.85
28	5.61	4.22	3.63	3.29	3.06	2.90	2.78	2.69	2.61	2.55	2.45	2.34	2.23	2.17	2.11	2.05	1.98	1.91	1.83
29	5.59	4.20	3.61	3.27	3.04	2.88	2.76	2.67	2.59	2.53	2.43	2.32	2.21	2.15	2.09	2.03	1.96	1.89	1.81
30	5.57	4.18	3.59	3.25	3.03	2.87	2.75	2.65	2.57	2.51	2.41	2.31	2.20	2.14	2.07	2.01	1.94	1.87	1.79
40	5.42	4.05	3.46	3.13	2.90	2.74	2.62	2.53	2.45	2.39	2.29	2.18	2.07	2.01	1.94	1.88	1.80	1.72	1.64
60	5.29	3.93	3.34	3.01	2.79	2.63	2.51	2.41	2.33	2.27	2.17	2.06	1.94	1.88	1.82	1.74	1.67	1.58	1.48
120	5.15	3.80	3.23	2.89	2.67	2.52	2.39	2.30	2.22	2.16	2.05	1.94	1.82	1.76	1.69	1.61	1.53	1.43	1.31
$\infty$	5.02	3.69	3.12	2.78	2.57	2.41	2.29	2.19	2.11	2.05	1.94	1.83	1.71	1.64	1.57	1.48	1.39	1.27	1.00

	$X_i$	$Y_i$	$X_j$	$Y_j$	$X_k$	$Y_k$
$\delta_{ij}$	$-\frac{y_i^0 - y_i^0}{(S_{ij}^0)^2}$	$\frac{x_j^0 - x_i^0}{(S_{ij}^0)^2}$	$\frac{y_j^0 - y_i^0}{(S_{ij}^0)^2}$	$-\frac{x_j^0 - x_i^0}{(S_{ij}^0)^2}$	0	0
$\omega_{ijk}$	$\frac{y_j^0 - y_i^0}{(S_{ij}^0)^2} - \frac{y_k^0 - y_i^0}{(S_{ik}^0)^2}$	$\frac{x_k^0 - x_i^0}{(S_{ik}^0)^2} - \frac{x_j^0 - x_i^0}{(S_{ij}^0)^2}$	$-\frac{y_j^0 - y_i^0}{(S_{ij}^0)^2}$	$\frac{x_j^0 - x_i^0}{(S_{ij}^0)^2}$	$\frac{y_k^0 - y_i^0}{(S_{ik}^0)^2}$	$-\frac{x_k^0 - x_i^0}{(S_{ik}^0)^2}$
$S_{ij}$	$-\frac{x_j^0 - x_i^0}{S_{ij}^0}$	$-\frac{y_j^0 - y_i^0}{S_{ij}^0}$	$\frac{x_j^0 - x_i^0}{S_{ij}^0}$	$\frac{y_j^0 - y_i^0}{S_{ij}^0}$	0	0