



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΑΤΤΙΚΗΣ

ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

Τμήμα Μηχανικών Τοπογραφίας και Γεωπληροφορικής

ΤΟΠΟΓΡΑΦΙΚΑ ΔΙΚΤΥΑ ΚΑΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΙ

Η ΠΡΟΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΤΩΝ ΓΩΝΙΟΜΕΤΡΗΣΕΩΝ

Βασίλης Δ. Ανδριτσάνος

Δρ. Αγρονόμος - Τοπογράφος Μηχανικός ΑΠΘ

Αναπληρωτής Καθηγητής

Πανεπιστήμιο Δυτικής Αττικής

3ο εξάμηνο

<http://eclass.uniwa.gr>

Τοπογραφικά Δίκτυα και Υπολογισμοί

**Παρουσιάσεις, Ασκήσεις, Σημειώσεις, Έντυπα,
Προδιαγραφές, Κανονισμοί, Αμοιβές**

ΤΙ ΕΙΝΑΙ Η ΠΡΟΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ

- **Προετοιμασία** των πρωτογενών παρατηρήσεων έτσι ώστε να μορφοποιηθούν κατάλληλα για την εισαγωγή τους στον κυρίως αλγόριθμο συνόρθωσης
- **Αντικατάσταση** των πρωτογενών παρατηρήσεων με μία συνθετική συνοδευόμενη από τη μεταβλητότητά της
- **Μεταβλητότητα:** εξάρτηση από τις συνθήκες μέτρησης και την ικανότητα του παρατηρητή
- **Μετά την προεπεξεργασία:** Κάθε παρατήρηση διεύθυνσης συνοδεύεται από τη μεταβλητότητα αναφοράς για τη συγκεκριμένη στάση (σταθμό): **συνόρθωση σταθμού**

ΤΙ ΘΑ ΔΟΥΜΕ

- Ανάλυση των σφαλμάτων των γωνιομετρήσεων: αρχική εκτίμηση της μεταβλητότητας
- **“a -priori” τιμή:**
 - Σχεδιασμός παρατηρήσεων
 - Μετράει το όργανο με την ακρίβεια του κατασκευαστή;
 - Επιλογή του στοχαστικού μοντέλου (ισοβαρείς παρατηρήσεις;)
- **Ανάλυση:** θεωρητικές τιμές βάσει των οποίων ελέγχονται οι μεταβλητότητες που προκύπτουν από την προεπεξεργασία

ΣΦΑΛΜΑΤΑ ΓΩΝΙΟΜΕΤΡΗΣΕΩΝ

- **Συστηματικά σφάλματα:** κατασκευαστικές ατέλειες ή ατέλειες λόγω απορρύθμισης: απαλείφονται με ειδικές τεχνικές ή προσδιορίζεται μία εκτίμηση της ακρίβειάς τους
- **Τυχαία σφάλματα:** Απόδοση του οργάνου, παρατηρητής και ατμοσφαιρικές συνθήκες
- Σφάλματα γωνιομετρήσεων: σκόπευσης, ανάγνωσης κύκλου, οριζοντίωσης και κεντρωσης οργάνου και στόχων
- **Συνιστώσες μεταβλητότητας γωνιομετρήσεων:**

$$\sigma^2 = \sigma_p^2 + \sigma_r^2 + \sigma_L^2 + \sigma_c^2$$

ΣΦΑΛΜΑ ΣΚΟΠΕΥΣΗΣ

- **Σύνολο σφαλμάτων:** μεγέθυνση τηλεσκοπίου (M), σχεδιασμός στόχων, καιρικές συνθήκες (κακή ορατότητα, ατμοσφαιρική διάθλαση, ταλαντώσεις επισημάνσεων)

$$\sigma_p^2 = \frac{1}{S^2} \sigma_d^2 \rho^2$$

$$\rho^{cc} \approx 636619,77$$

- Μέγιστη ακρίβεια ανάλογα με τη μεγέθυνση

$$\sigma_p^2 = 10/M \quad (cc)$$

ΣΦΑΛΜΑ ΑΝΑΓΝΩΣΗΣ

- Στα ηλεκτρονικά θεοδόλιχα: απο **1 έως 2 cc** για υψηλής ακριβείας όργανα και από **10 - 20 cc** για μέσης ακριβείας όργανα
- Τα σφάλματα διαίρεσης του κύκλου είναι δυνατό να εκτιμηθούν κατά τη **διαδικασία βαθμονόμησης** του οργάνου
- Στην πράξη ελαχιστοποιούνται με τη μέτρηση σε **περιόδους**
- Η βαθμονόμηση έχει νόημα μόνο για εργασίες υψηλής ακριβείας (κατασκευαστές οργάνων)

ΣΦΑΛΜΑ ΟΡΙΖΟΝΤΙΩΣΗΣ

- Σχετίζεται με την υψομετρική διαφορά και την απόσταση ανάμεσα σε στάση και στόχους

$$\sigma_L^2 = \frac{\Delta h_j^2}{S_j^2} \sigma_\epsilon^2 \qquad \sigma_\epsilon^2 = 0,04v^2$$

- Η μεταβλητότητα σ_ϵ^2 εκφράζει την **ακρίβεια στην οριζοντίωση** (την ικανότητα τοποθέτησης της σωληνωτής αεροστάθμης στο κανονικό της σημείο)

ΣΦΑΛΜΑ ΚΕΝΤΡΩΣΗΣ

- Επιδρά στις παρατηρήσεις ως ένα σφάλμα θέσης του σημείου στάσης και του στόχου

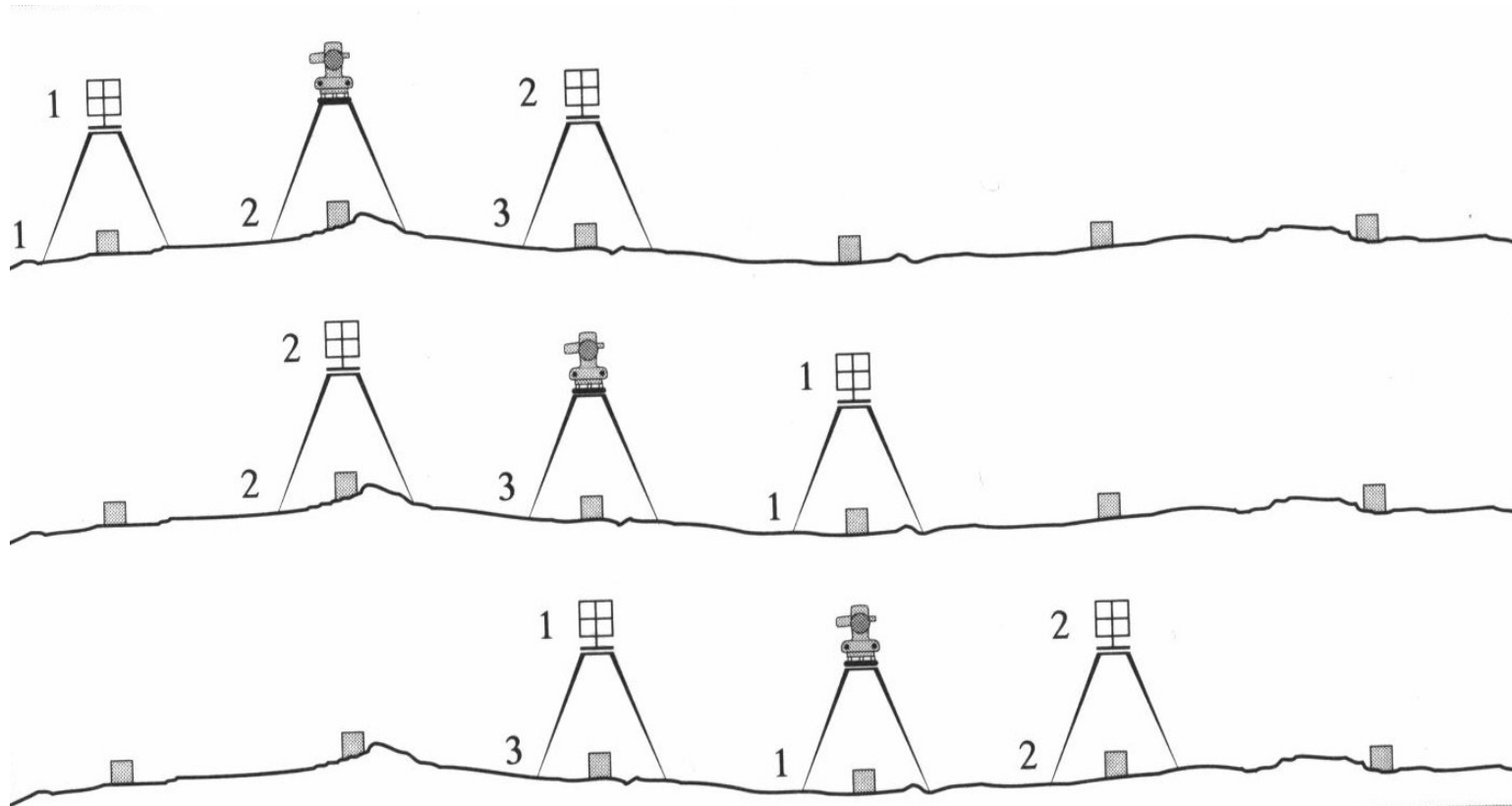
$$\sigma_c^2 = \frac{2}{S^2} \sigma_e^2 \rho^2$$

μηχανισμός κέντρωσης	σ_e
με λιναίη	1. mm/ m
οπτική	0.5 mm/ m
με ράβδο	0.5 mm/ m
εξαναγκασμένη	0.1 mm

- **Ελαχιστοποίηση του σφάλματος:** μηχανισμοί εξαναγκασμένης κέντρωσης (βάση κέντρωσης) ή μέτρηση με τη μέθοδο των τριών τριπόδων

Η ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΩΝ ΤΡΙΩΝ ΤΡΙΠΟΔΩΝ

- Χρησιμοποιείται στις μετρήσεις γωνιών **οδεύσεων ακριβείας** για την **ελαχιστοποίηση του σφαλμάτου κέντρωσης** στάσης και στόχου



Η ΜΕΤΑΒΛΗΤΟΤΗΤΑ ΤΩΝ ΔΙΕΥΘΥΝΣΕΩΝ

- Η εσωτερική ακρίβεια κατά τη **συνόρθωση ενός δικτύου** προέρχεται από το σύνολο των σφαλμάτων που αναλύθηκαν παραπάνω

$$\sigma_{\delta}^2 = \sigma_r^2 + \frac{1}{S^2} \sigma_d^2 + \frac{2}{S^2} \sigma_e^2 + \frac{\Delta h^2}{S^2} \sigma_{\epsilon}^2$$

- Είναι η αρχική μεταβλητότητα της κάθε μη συνορθωμένης παρατήρησης
- Η εσωτερική ακρίβεια κατά τη **συνόρθωση σταθμού** προέρχεται από το σφάλμα ανάγνωσης και το σφάλμα σκόπευσης

$$\sigma_{\delta}^2 = \sigma_r^2 + \frac{1}{S^2} \sigma_d^2$$

Η ΜΕΤΑΒΛΗΤΟΤΗΤΑ ΤΩΝ ΔΙΕΥΘΥΝΣΕΩΝ

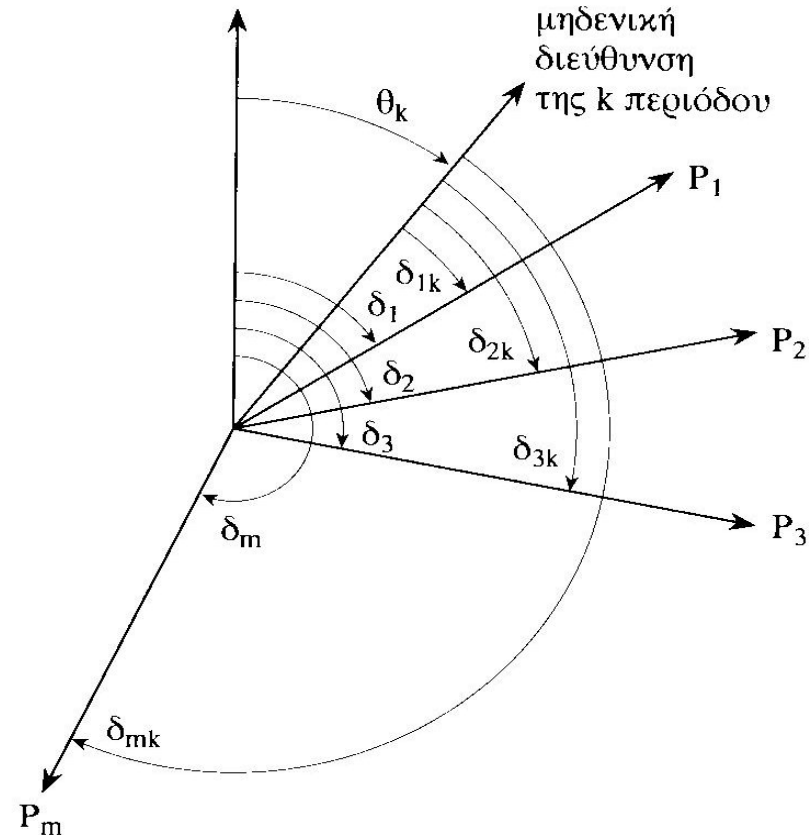
- Στα συνήθη τοπογραφικά δίκτυα ο όρος $1/S^2$ είναι πολύ μικρός
- Το σφάλμα σ_r^2 αποτελεί την *αρχική μεταβλητότητα* για το **στατιστικό έλεγχο** της συνόρθωσης σταθμού
- Οι μεταβλητότητες των παρατηρήσεων που θα εισαχθούν στο μηχανισμό της συνόρθωσης προκύπτουν από τη διαδικασία προεπεξεργασίας των γωνιομετρήσεων (**συνόρθωση σταθμού**)
- Σε περιπτώσεις δικτύων ακριβείας η *υπόθεση των ισοβαρών παρατηρήσεων* κατά τη συνόρθωση σταθμού παύει να ισχύει: **υπολογισμός συνιστωσών μεταβλητότητας**
- Υπάρχει δυνατότητα εκτίμησης των συνιστωσών μεταβλητότητας (ολικό σφάλμα γωνιομετρήσεων) μέσα από τη **διεύρυνση του μαθηματικού μοντέλου**

Η ΣΥΝΟΡΘΩΣΗ ΣΤΑΘΜΟΥ

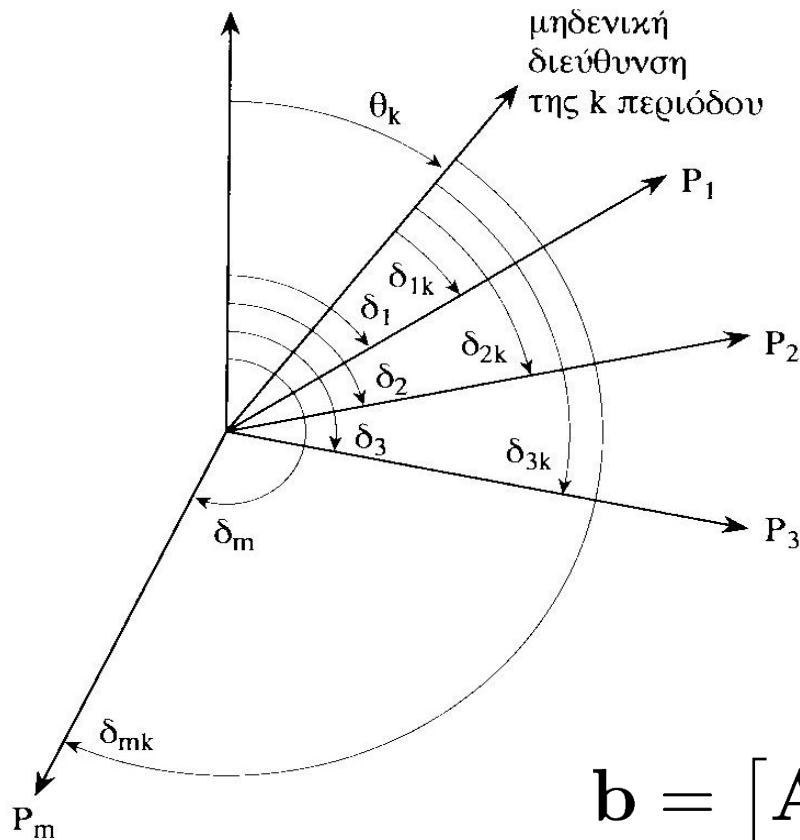
- Οι επαναλαμβανόμενες μετρήσεις σε **κάθε κορυφή (σταθμό)** αντικαθίστανται από μία “**συνθετική**” παρατήρηση με τη μεταβλητότητά της
- **Συνόρθωση σταθμού** → η διαδικασία συνόρθωσης των επαναλαμβανόμενων παρατηρήσεων κάθε σταθμού χωριστά ώστε να προκύψουν οι *τελικές παρατηρήσεις και τα βάρη τους* για τη γενικότερη συνόρθωση του δικτύου
- **Διαδικασία:** συνόρθωση σταθμού → παρατήρηση + μεταβλητότητα → συνόρθωση δικτύου → συντεταγμένες κορυφών → ακρίβειες: έλεγχος αξιοπιστίας αποτελεσμάτων
- Η διαδικασία διαχωρισμού σε δύο βήματα εφαρμόζεται μόνον όταν οι παρατηρήσεις θεωρηθούν ισοβαρείς μεταξύ τους: καλή προσέγγιση της τοπογραφικής πραγματικότητας → έλεγχος στα αποτελέσματα

Η ΣΥΝΟΡΘΩΣΗ ΣΤΑΘΜΟΥ

- m αριθμός διευθύνσεων σε r αριθμό περιόδων
- Παρατηρήσεις: $n = m \times r$



Η ΣΥΝΟΡΘΩΣΗ ΣΤΑΘΜΟΥ



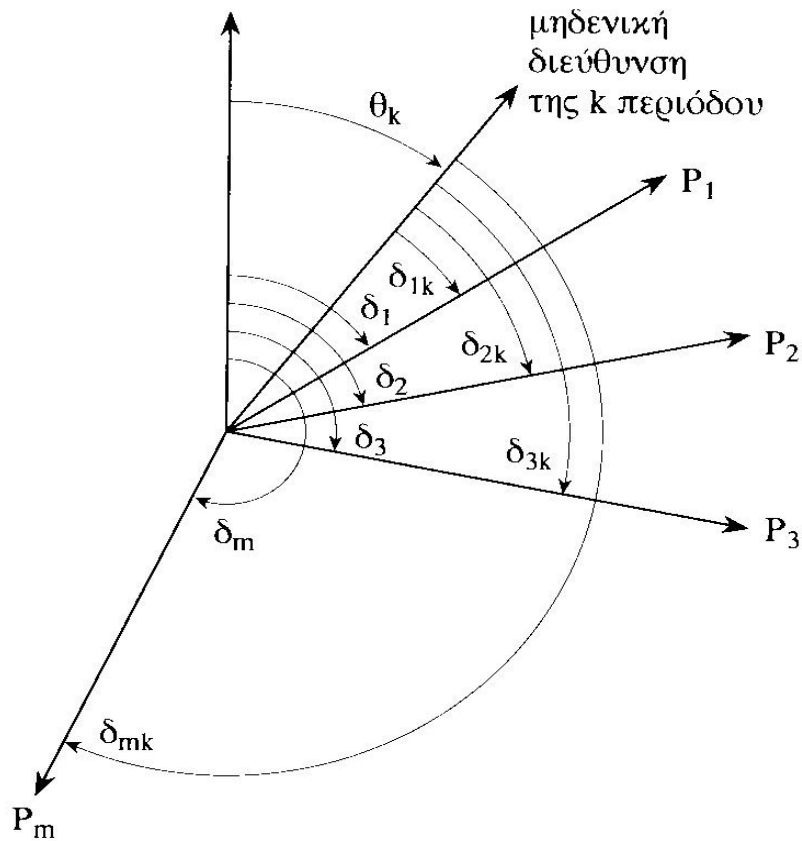
- **Γενικότερη περίπτωση:** διεύθυνση μηδενισμού αυθαίρετη σε κάθε περίοδο k
- r επιπλέον άγνωστες: θ γωνία προσανατολισμού για κάθε περίοδο

$$\delta_{ik}^b = \delta_i - \theta_k + v_{ik}$$

$$\mathbf{b} = [\mathbf{A} \quad \mathbf{B}] \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{z} \end{bmatrix} + \mathbf{v} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bz} + \mathbf{v}$$

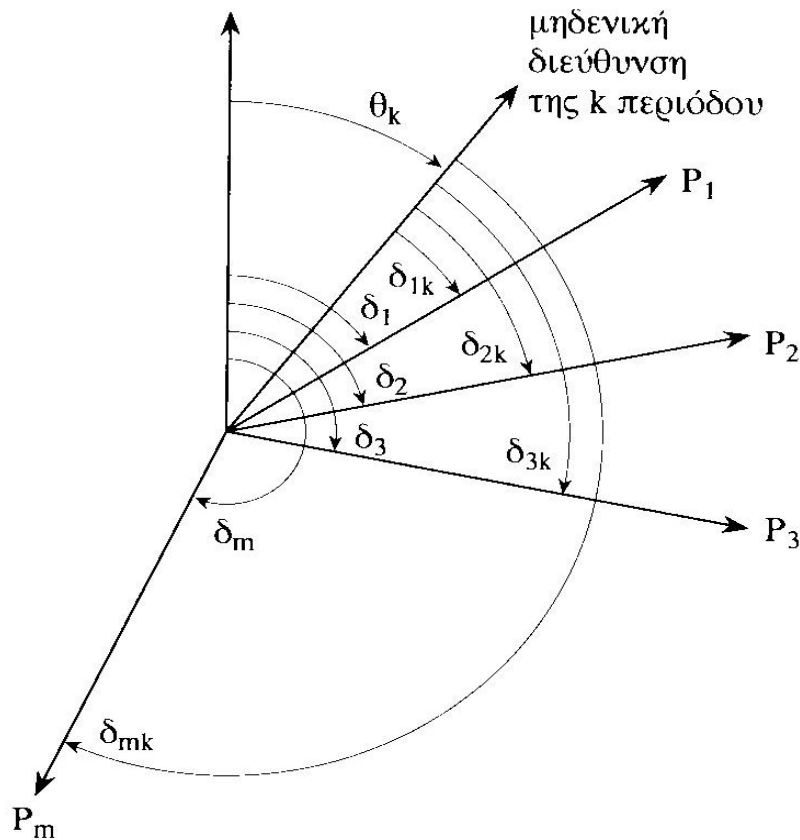
Η ΣΥΝΟΡΘΩΣΗ ΣΤΑΘΜΟΥ

- Το σύστημα των εξισώσεων παρατηρήσεων για πλήρεις περιόδους



		δ_1	δ_2	...	δ_m	θ_1	θ_2	...	θ_r				
1	1	1	0	...	0	-1	0	...	0		V_{11}		δ_{11}^b
2	2	0	1	...	0	-1	0	...	0		V_{21}		δ_{21}^b
...
m	m	0	0	...	1	-1	0	...	0		V_{m1}		δ_{m1}^b
m+1	1	1	0	...	0	0	-1	...	0		V_{12}		δ_{12}^b
m+2	2	0	1	...	0	0	-1	...	0		V_{22}		δ_{22}^b
...
2m	m	0	0	...	1	0	-1	...	0		V_{m2}		δ_{m2}^b
...
(-1)m+1	1	1	0	...	0	0	0	...	-1		V_{1r}		δ_{1r}^b
(-2)m+2	2	0	1	...	0	0	0	...	-1		V_{2r}		δ_{2r}^b
...
r m	m	0	0	...	1	0	0	...	-1		V_{mr}		δ_{mr}^b

Η ΣΥΝΟΡΘΩΣΗ ΣΤΑΘΜΟΥ

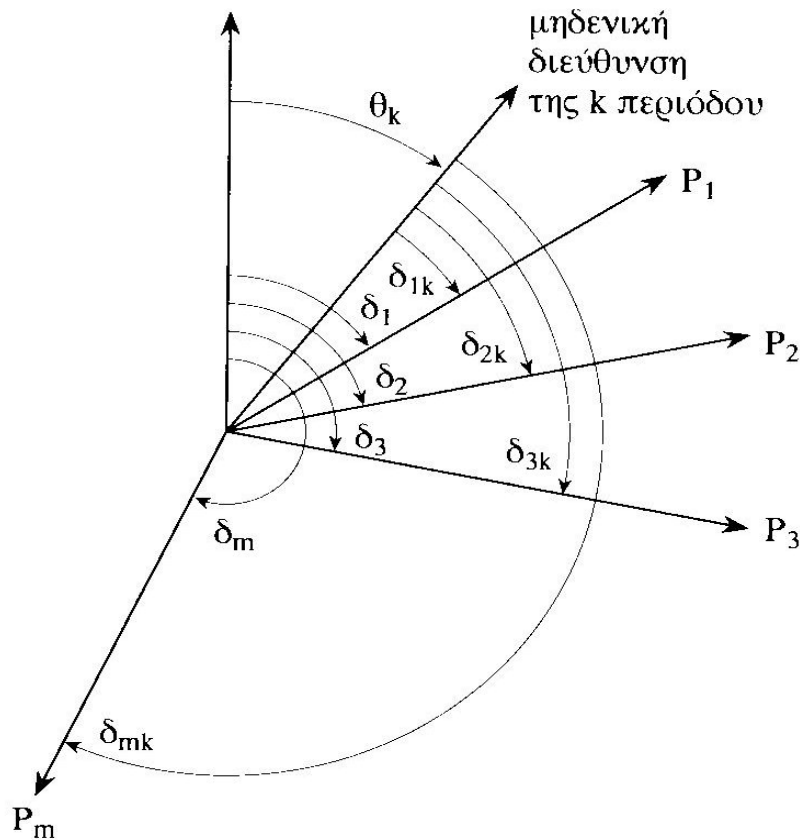


- Το σύστημα παρουσιάζει αδυναμία βαθμού ίση με τη μονάδα

$$\begin{bmatrix} \mathbf{N}_x & \mathbf{N}_{xz} \\ \mathbf{N}_{xz}^T & \mathbf{N}_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_x \\ \mathbf{u}_z \end{bmatrix}$$

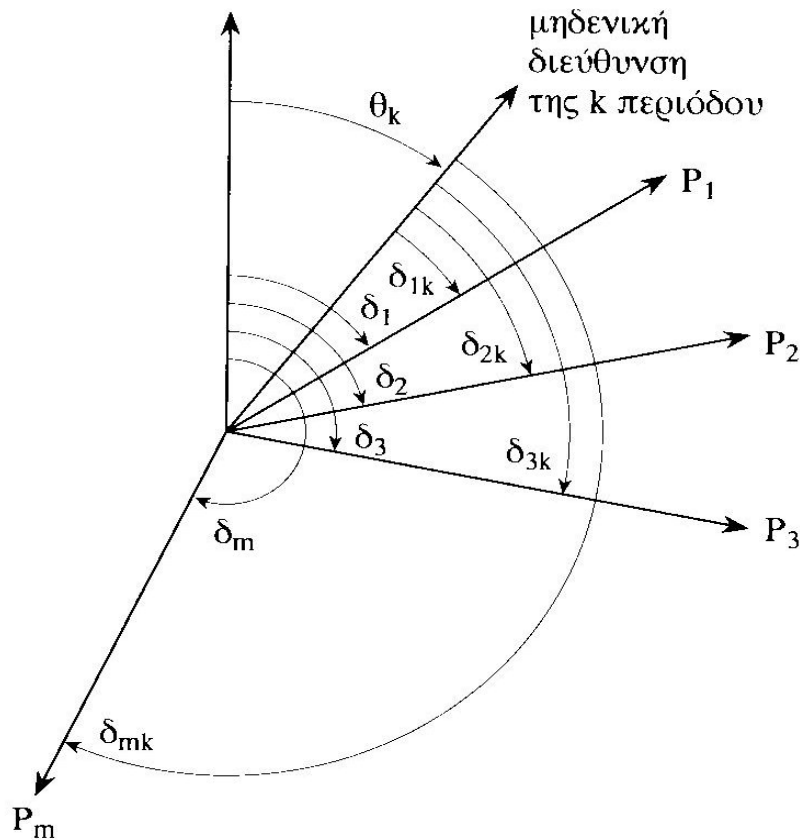
- Γιατί;
- (Σκεφτείτε ανάλογα με το σύστημα αναφοράς των συντεταγμένων στη συνόρθωση δικτύου...)

Η ΣΥΝΟΡΘΩΣΗ ΣΤΑΘΜΟΥ



- Για να αποκτήσουν οι διευθύνσεις φυσική οντότητα πρέπει να οριστεί η διεύθυνση αναφοράς ή η **μηδενική διεύθυνση**
- **1η επιλογή:** αυθαίρετη επιλογή μιας από τις διευθύνσεις ως απολύτως γνωστή
- *Με οποιονδήποτε τρόπο κι αν ορίσουμε τη μηδενική διεύθυνση στη συνόρθωση σταθμού των διευθύνσεων καταλήγουμε στα ίδια ακριβώς αποτελέσματα στη γενικότερη συνόρθωση του δικτύου*

Η ΣΥΝΟΡΘΩΣΗ ΣΤΑΘΜΟΥ



- Χρειαζόμαστε απλώς μία συνθήκη που να απλοποιεί τον αλγόριθμο και να αντιμετωπίζει την αδυναμία βαθμού του συστήματος

$$\theta_1 + \theta_2 + \dots + \theta_r = 0$$

$$\mathbf{h}^T \mathbf{z} = 0$$

$$\mathbf{h} = [1 \quad 1 \quad 1 \quad \dots \quad 1]^T$$

Η ΣΥΝΟΡΘΩΣΗ ΣΤΑΘΜΟΥ

- Η γενική λύση:

$$\hat{\mathbf{z}} = (\mathbf{N}_z - \mathbf{N}_{xz}^T \mathbf{N}_x^{-1} \mathbf{N}_{xz} + \mathbf{h}\mathbf{h}^T)^{-1} (\mathbf{u}_z - \mathbf{N}_{xz}^T \mathbf{N}_x^{-1} \mathbf{u}_x)$$

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{N}_x^{-1} \mathbf{u}_x - \mathbf{N}_x^{-1} \mathbf{N}_{xz} \hat{\mathbf{z}}$$

- Η εκτίμηση της μεταβλητότητας της μιας μη συνορθωμένης παρατήρησης:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\hat{\mathbf{v}}^T \hat{\mathbf{v}}}{n - m - r + 1}$$

$$\hat{\mathbf{v}} = \mathbf{b} - \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{B}\hat{\mathbf{z}}$$

Η ΣΥΝΟΡΘΩΣΗ ΣΤΑΘΜΟΥ

- Η λύση απλοποιείται όταν οι περίοδοι είναι πλήρεις

$$\hat{\delta}_i = \frac{1}{r} \sum_{k=1}^r \delta_{ik}^b, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$\hat{\theta}_k = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (\delta_{ik}^b - \hat{\delta}_i), \quad k = 1, 2, \dots, r$$

$$\hat{v}_{ik} = \delta_{ik}^b - \hat{\delta}_i - \hat{\theta}_k, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad k = 1, 2, \dots, r$$

Η ΣΥΝΟΡΘΩΣΗ ΣΤΑΘΜΟΥ

- Η μεταβλητότητα της κάθε μη συνορθωμένης παρατήρησης

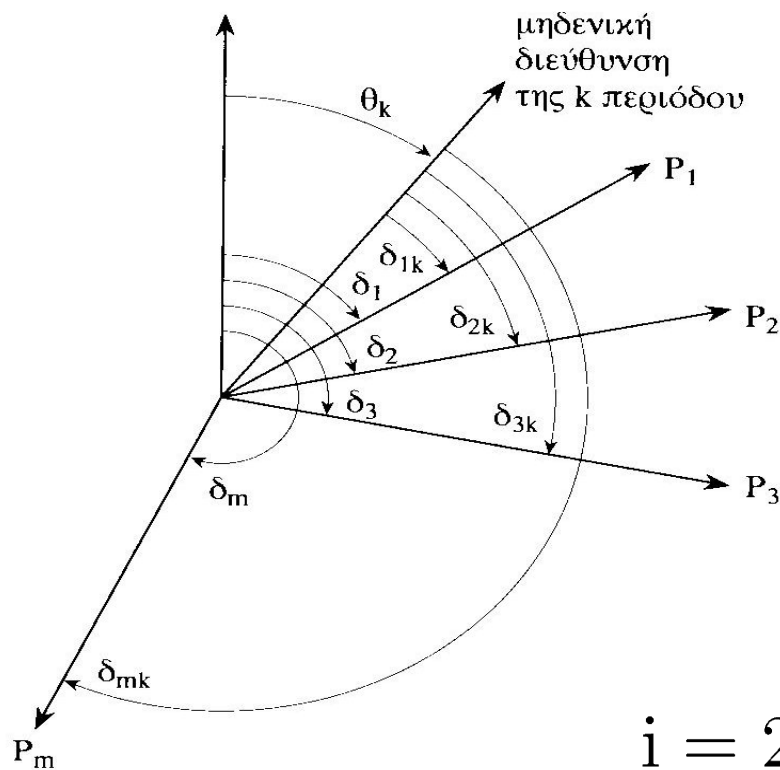
$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{(m-1)(r-1)} \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^r \hat{v}_{ik}^2$$

- Η μεταβλητότητα της κάθε συνορθωμένης διεύθυνσης (**σφάλμα σταθμού**)

$$\hat{\sigma}^2(\hat{\delta}) = \hat{\sigma}^2(\hat{\delta}_i) = \frac{\hat{\sigma}^2}{r}$$

Η ΣΥΝΟΡΘΩΣΗ ΣΤΑΘΜΟΥ

- Η διαδικασία της συνόρθωσης σταθμού απλοποιείται ακόμη περισσότερο στην περίπτωση **αναγωγής των παρατηρήσεων κάθε περιόδου σε μία διεύθυνση** (π.χ., στην αρχική διεύθυνση σκόπευσης)



$$\delta_{1k}^b = 0, \quad k = 1, 2, \dots, r$$

$$\hat{\delta}_1 = 0 \quad \hat{v}_{1k} = -\hat{\theta}_k$$

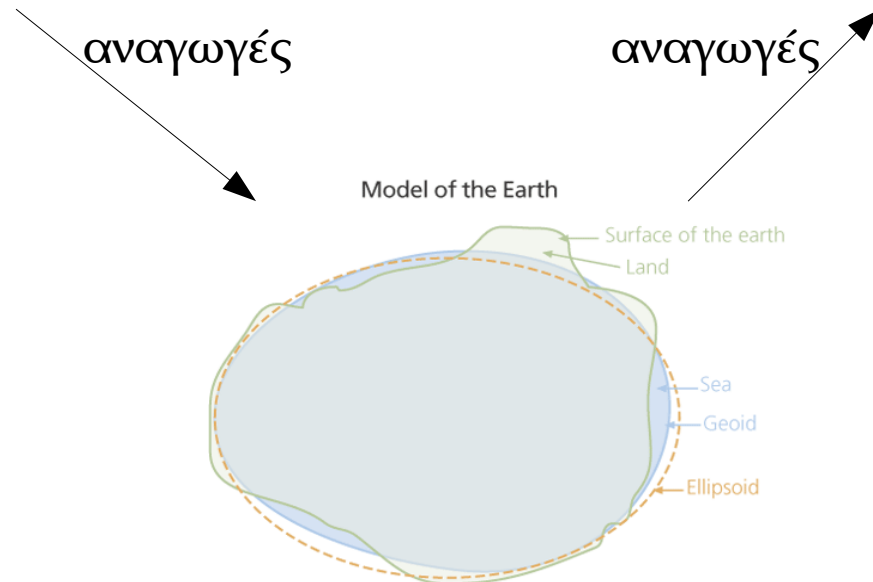
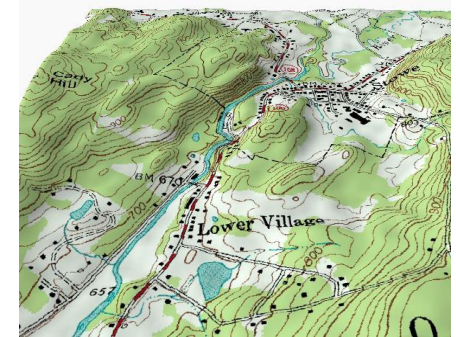
$$\hat{v}_{1k} = -\frac{1}{m} \sum_{i=2}^m (\delta_{ik}^b - \hat{\delta}_i)$$

$$\hat{v}_{ik} = \delta_{ik}^b - \hat{\delta}_i + \hat{v}_{1k}$$

$$i = 2, 3, \dots, m, \quad k = 1, 2, \dots, r$$

ΑΝΑΓΩΓΕΣ ΕΠΙΓΕΙΩΝ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΩΝ

Μεταφορά γεωδαιτικών παρατηρήσεων από το πεδίο στο χάρτη



ΑΝΑΓΩΓΕΣ ΕΠΙΓΕΙΩΝ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΩΝ

Διαδικασία επίλυσης επίγειων παρατηρήσεων

1. **Διορθώσεις** από την επίδραση του φυσικού περιβάλλοντος των μετρήσεων (π.χ., ατμοσφαιρικές διορθώσεις στις παρατηρήσεις EDM)
2. **Αναγωγές** των διορθωμένων παρατηρήσεων από το πεδίο των μετρήσεων **στο μοντέλο του ελλειψοειδούς**
3. **Αναγωγές** των παρατηρήσεων από το ελλειψοειδές **στο προβολικό επίπεδο του χάρτη**

ΑΝΑΓΩΓΗ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗΣ ΔΙΕΥΘΥΝΣΗΣ

Πρώτη φάση: από το φυσικό περιβάλλον στο ελλειψοειδές

$$\delta_{ij}^E = \delta_{ij} + (\eta_i \cos A_{ij} - \xi_i \sin A_{ij}) \cot \zeta_{ij}$$

Η έλλειψη πληροφορίας για την απόκλιση της κατακορύφου έχει ως αποτέλεσμα να αγνοείται η παραπάνω αναγωγή: κίνδυνος παραμόρφωσης σε δίκτυα με μεγάλες υψομετρικές διαφορές

Μεγάλη η σημασία της αποχής του γεωειδούς και της απόκλισης της κατακορύφου στις αναγωγές από τη γήινη επιφάνεια στο ελλειψοειδές:
ΓΕΩΔΑΙΣΙΑ (γεωδαιτικά δίκτυα)

ΑΝΑΓΩΓΗ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗΣ ΔΙΕΥΘΥΝΣΗΣ

Δεύτερη φάση: από το ελλειψοειδές στο προβολικό επίπεδο

$$\delta_{ij}^M = \delta_{ij}^E + \epsilon_{ij}$$

ϵ : γωνιακή διόρθωση τόξου-χορδής

Εξαρτάται από την εκάστοτε χρησιμοποιούμενη προβολή

ΑΝΑΓΩΓΗ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗΣ ΔΙΕΥΘΥΝΣΗΣ

1. Πλάγια ισαπέχουσα αζιμουθιακή προβολή (Προβολή Hatt)

$$\epsilon_{ij}^{\text{Hatt}} = -\frac{\tan \phi_o}{N_o} x - \frac{1 + 2 \tan^2 \phi_o + e'^2 \cos^2 \phi_o}{2N_o^2} xy$$

Η συγκεκριμένη αναγωγή θεωρείται αμελητέα στην πράξη γιατί δεν ξεπερνά στις πιο ακραίες περιπτώσεις τα **3cc**

ΑΝΑΓΩΓΗ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗΣ ΔΙΕΥΘΥΝΣΗΣ

2. Εγκάρσια Μερκατορική προβολή

$$\epsilon_{ij}^{TM3} = -0,26138469(N_j - N_i)(E'_j + 2E'_i)10^{-8} \quad (cc)$$

$$\epsilon_{ij}^{UTM} = -0,261541607(N_j - N_i)(E'_j + 2E'_i)10^{-8} \quad (cc)$$

$$\epsilon_{ij}^{TM87} = -0,261541607(N_j - N_i)(E'_j + 2E'_i)10^{-8} \quad (cc)$$

Η αναγωγή μπορεί να αγνοηθεί για **μήκη πλευρών < 2 km** ή για **απόσταση από τον κ.μ. της ζώνης < 80 km** και **μήκος πλευράς < 5 km**

Οι αναγωγές εφαρμόζονται στις εκτιμήσεις των διευθύνσεων που προκύπτουν από τη συνόρθωση σταθμού και όχι στις αρχικές παρατηρήσεις