



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΑΤΤΙΚΗΣ

ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

Τμήμα Μηχανικών Τοπογραφίας και Γεωπληροφορικής

# **ΤΟΠΟΓΡΑΦΙΚΑ ΔΙΚΤΥΑ ΚΑΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΙ**

## **ΟΙ ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ ΤΩΝ ΑΠΟΣΤΑΣΕΩΝ - ΠΡΟΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ**

**Βασίλης Δ. Ανδριτσάνος**

Δρ. Αγρονόμος - Τοπογράφος Μηχανικός ΑΠΘ

Αναπληρωτής Καθηγητής

Πανεπιστήμιο Δυτικής Αττικής

3ο εξάμηνο

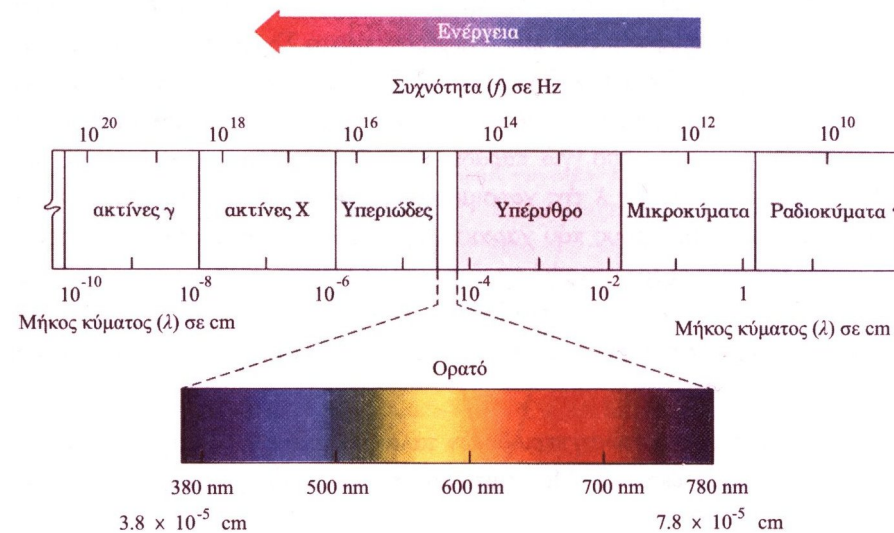
**<http://eclass.uniwa.gr>**

## **Τοπογραφικά Δίκτυα και Υπολογισμοί**

**Παρουσιάσεις, Ασκήσεις, Σημειώσεις, Έντυπα,  
Προδιαγραφές, Κανονισμοί, Αμοιβές**

## ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΑ ΟΡΓΑΝΑ ΑΠΟΣΤΑΣΕΩΝ (EDM)

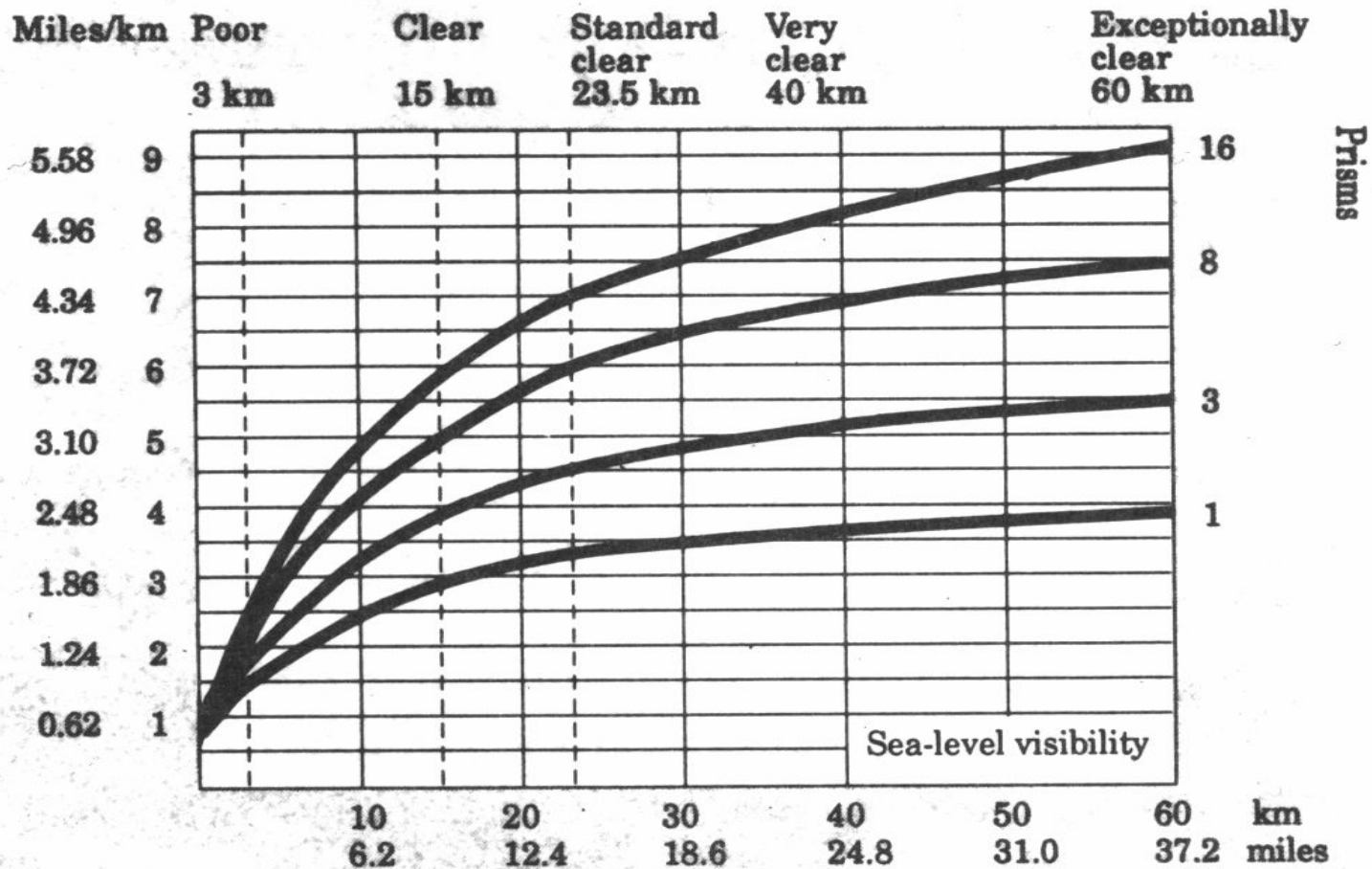
- Χωρίζονται ανάλογα με τη συχνότητα του φέροντος κύματος σε **όργανα μικροκυμάτων** και **ηλεκτροοπτικά όργανα**



- Χρήση ανακλαστήρα: αριθμός πρισμάτων ανάλογος με την απόσταση

# ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΑ ΟΡΓΑΝΑ ΑΠΟΣΤΑΣΕΩΝ (EDM)

## Range/Visibility



## ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΑ ΟΡΓΑΝΑ ΑΠΟΣΤΑΣΕΩΝ (EDM)

- Ηλεκτροοπτικά όργανα **μέσης ακρίβειας**:
  - Μικρής εμβέλειας (μερικά km)
  - Μεγάλης εμβέλειας (έως 50 km)
- Ηλεκτροοπτικά όργανα **υψηλής ακρίβειας**:
  - Μονοχρωματικά (μικρής εμβέλειας)
  - Διχρωματικά (1 - 15 km)
  - Τριχρωματικά (15 - 60 km): αντικατάσταση από GPS

## ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ ΑΠΟΣΤΑΣΗΣ

- **Πρωτογενής παρατήρηση:** κεκλιμένη απόσταση
- Επαναλαμβανόμενες μετρήσεις: ατμοσφαιρικές διορθώσεις
- Μέσος όρος: τελική παρατήρηση για την κεκλιμένη απόσταση μεταξύ δύο σημείων
- Αρχικός έλεγχος αξιοπιστίας παρατήρησης
  - αν κάποια μέτρηση διαφέρει από το μέσο όρο περισσότερο από  $z^{\alpha/2} \sigma / \sqrt{n}$  (έλεγχος  $2\sigma_x - 3\sigma_x$ )

$1-\alpha$	$\alpha$	$z^{\alpha}$	$z^{\alpha/2}$
.50	.50	.000	.674
.60	.40	.253	.842
.70	.30	.524	1.036
.80	.20	.842	1.282
.90	.10	1.282	1.645
.95	.05	1.645	1.960
.99	.01	2.326	2.576
.999	.001	3.090	3.291
.9999	.0001	3.719	3.891

## ΑΚΡΙΒΕΙΑ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ

- Πρόβλημα: η μεταβλητότητα των παρατηρήσεων αποστάσεων που θα συμμετέχει στη διαδικασία της συνόρθωσης
- Συνήθως οι κατασκευαστές οργάνων δίνουν έναν αριθμό εκατοστών ή χιλιοστών +/- έναν αριθμό μερών στο εκατομμύριο (ppm)
- π.χ., ακρίβεια  $\pm a$  cm και  $b$  ppm
- $\pm 1$  cm και 3 ppm: για μέτρηση απόστασης 5 km η ακρίβεια είναι  
$$1 \text{ cm} + 3 \times 10^{-6} \times 500000 \text{ cm} = 1 \text{ cm} + 1.5 \text{ cm} = \pm 2.5 \text{ cm}$$
- Αποδεικνύεται ότι η παραπάνω περιγραφή δεν ανταποκρίνεται στην πραγματικότητα
- Ανάλυση των σφαλμάτων των μετρήσεων και εφαρμογή του νόμου μετάδοσης για την εύρεση της ακρίβειας στη μέτρηση

## ΣΦΑΛΜΑΤΑ ΤΗΣ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗΣ ΜΕΤΡΗΣΗΣ

- **Εσωτερικά σφάλματα του οργάνου:** ατέλειες στην κατασκευή ή απορρύθμιση → βαθμονόμηση: η εκτίμηση των σφαλμάτων αυτών από μετρήσεις
- **Σφάλματα του περιβάλλοντος των μετρήσεων** (π.χ., ατμοσφαιρική διάθλαση): συστηματικό και τυχαίο μέρος: ειδικές τεχνικές και διορθώσεις
- **Σφάλματα γεωμετρικών αναγωγών:** μεγάλη η σημασία τους στη μέτρηση των αποστάσεων
- **Προσωπικά σφάλματα του παρατηρητή** (π.χ., σφάλμα κέντρωσης)

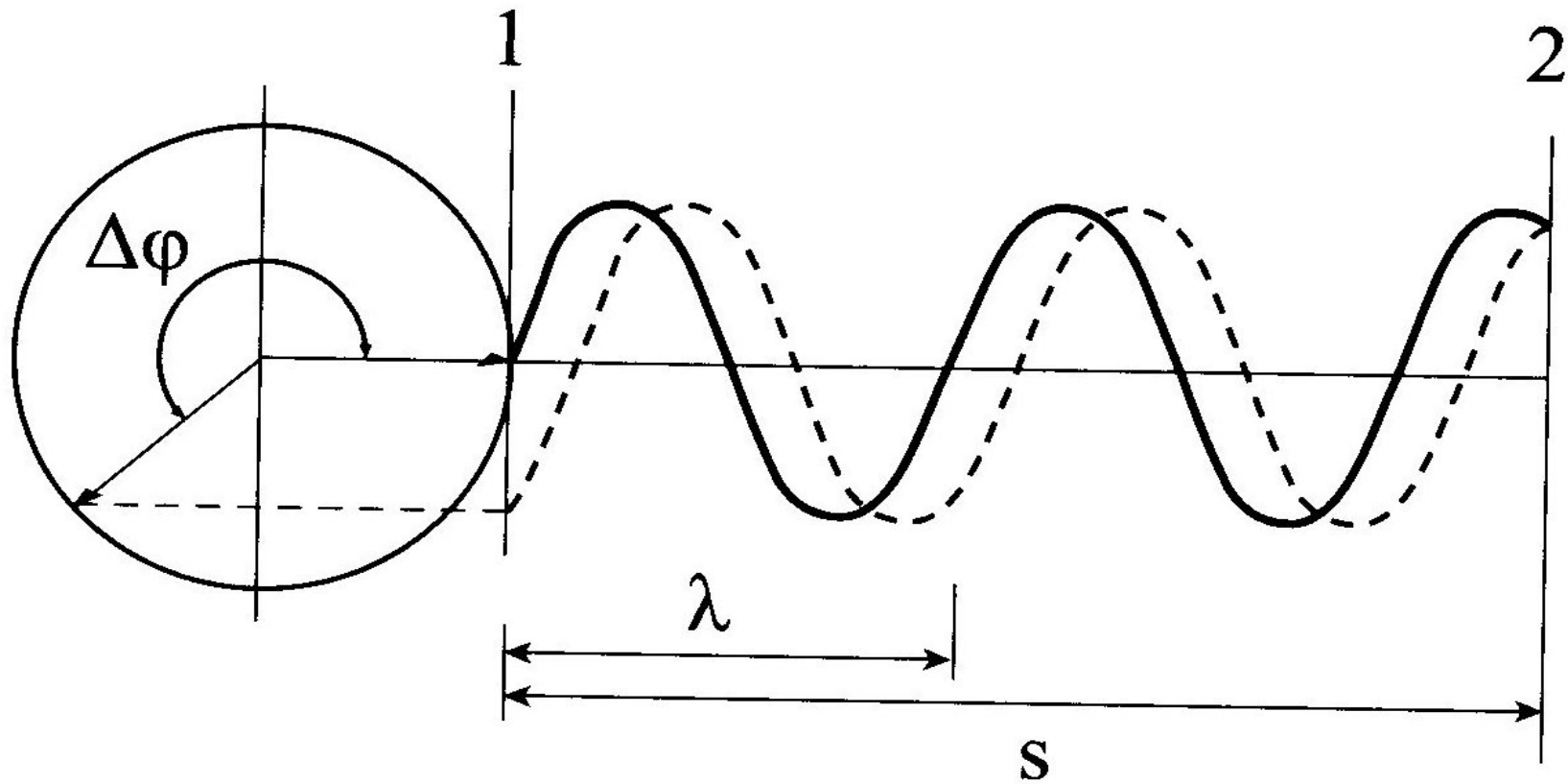
## ΣΦΑΛΜΑΤΑ ΤΗΣ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗΣ ΜΕΤΡΗΣΗΣ

$$S = \frac{\lambda}{2} \left( m + \frac{\theta}{2\pi} \right)$$

- $\lambda$ : μήκος διαμορφωμένου κύματος
- $m$ : ακέραιος αριθμός μηκών κύματος
- $\theta$ : διαφορά φάσης ανάμεσα στο εκπεμπόμενο και το κύμα που επιστρέφει

$$\sigma_S^2 = \left\{ \frac{1}{2} \left( m + \frac{\theta}{2\pi} \right) \right\}^2 \sigma_\lambda^2 + \frac{\lambda^2}{(4\pi)^2} \sigma_\theta^2$$

# ΣΦΑΛΜΑΤΑ ΤΗΣ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗΣ ΜΕΤΡΗΣΗΣ



## ΕΣΩΤΕΡΙΚΑ ΣΦΑΛΜΑΤΑ

- Σχετίζονται με το **μήκος  $\lambda$** , τη **διαφορά φάσης  $\theta$**  και τη θέση του ηλεκτρονικού κέντρου σε σχέση με το μηχανικό
  - **Σφάλμα κλίμακας** (συστηματικό γραμμικό ως προς την απόσταση)
  - **Προσθετική σταθερά** (συστηματικό - σταθερό σφάλμα)
  - **Κυκλικό σφάλμα** (περιοδικό)
  - **Λοιπά συστηματικά σφάλματα μη γραμμικά** ως προς την απόσταση και **μη περιοδικά**
- Η προσθετική σταθερά και τα συστηματικά μη γραμμικά ως προς την απόσταση σφάλματα: **σφάλματα μηδενός**

## ΕΣΩΤΕΡΙΚΑ ΣΦΑΛΜΑΤΑ - ΣΦΑΛΜΑ ΚΛΙΜΑΚΑΣ

$$\lambda = \frac{c_0}{nf}$$

- Συστηματικός χαρακτήρας: η συχνότητα  $f$  του διαμορφωμένου κύματος  $\lambda$  δε συμφωνεί απόλυτα με την τιμή σχεδίασης του οργάνου
- Συστηματικός χαρακτήρας: απόκλιση του δείκτη διάθλασης  $n$  από τις ιδανικές εργαστηριακές συνθήκες

$$\sigma_{\lambda}^2 = \frac{\lambda^2}{f^2} \sigma_f^2 + \frac{\lambda^2}{n^2} \sigma_n^2$$

- Η τιμή  $\sigma_f$  είναι μία τυπική τιμή του οργάνου

## ΕΣΩΤΕΡΙΚΑ ΣΦΑΛΜΑΤΑ - ΚΥΚΛΙΚΟ

- $\sigma_{\theta}$ : ακρίβεια στη μέτρηση της διαφοράς φάσης μεταξύ των κυμάτων εκπομπής και επιστροφής
- Σφάλματα στη μέτρηση: τυχαίο αλλά και συστηματικό χαρακτήρα: **κυκλικό σφάλμα**
- Αναλύεται με τη βοήθεια συγκεκριμένης οικογένειας συναρτήσεων που ονομάζονται *αρμονικές συναρτήσεις*

$$e_i = \sum_{h=1}^r \alpha_h \cos \left( \frac{2\pi h}{\lambda} S_i \right) + \sum_{h=1}^r \beta_h \sin \left( \frac{2\pi h}{\lambda} S_i \right)$$

$$\sigma^2(e_i) = \sigma_e^2 = \sum_{h=1}^r \sigma_h^2$$

## ΣΦΑΛΜΑΤΑ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΟΣ - ΑΤΜ. ΔΙΑΘΛΑΣΗ

$$C_1 = D' \frac{n_{st} - n}{n}$$

$$\lambda = \lambda_{st} \frac{n}{n_{st}}$$

- Διόρθωση λόγω μεταβολής του δείκτη διάθλασης
- Οι κατασκευστές δίνουν συνήθως τον τύπο υπολογισμού της διόρθωσης συναρτήσει της απόστασης  $D'$ , της θερμοκρασίας  $t$ , της τάσης των υδρατμών  $e$  και της ατμοσφαιρικής πίεσης  $p$ 
  - $1^\circ\text{C}$  μεταβάλλει την απόσταση κατά 1 ppm
  - 2.5 mmHg στην πίεση μεταβάλλει την απόσταση κατά 1 ppm

$$C_1 = - \frac{1.5026e10^{-5}}{273.2 + t} D'$$

## ΣΦΑΛΜΑΤΑ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΟΣ - ΑΤΜ. ΔΙΑΘΛΑΣΗ

- Διόρθωση λόγω της καμπυλότητας του διαμορφωμένου κύματος και του διαφορετικού δείκτη διάθλασης στο σημείο στάσης και ανακλαστήρα

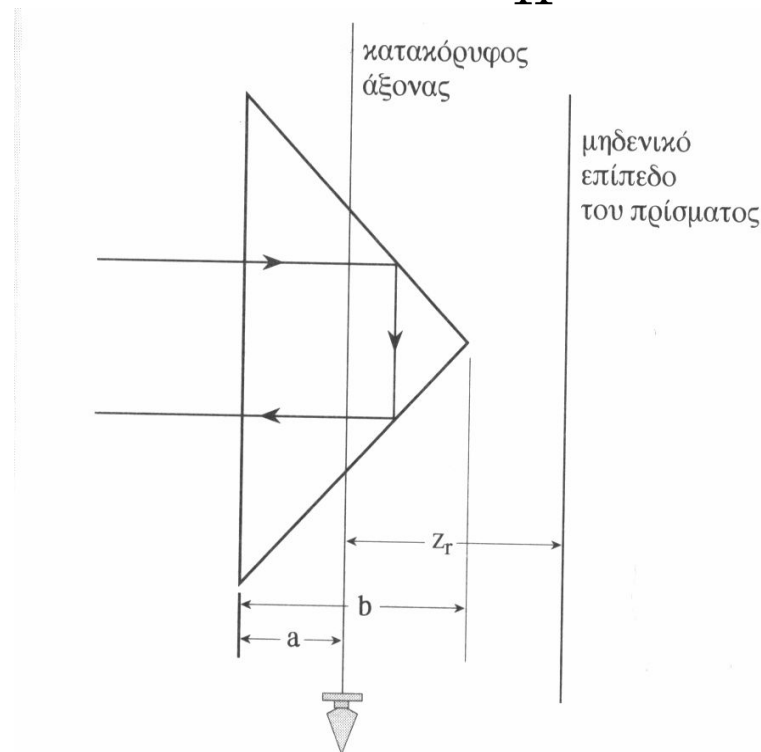
$$C_2 = \left( \frac{1 - k}{R} \right)^2 \frac{(D')^3}{24} - \frac{(D')^3}{24R^2}$$

- Το μέγεθος της διόρθωσης ποικίλλει ανάλογα με τις ατμοσφαιρικές συνθήκες που επικρατούν
- Μπορεί να φτάσει και τα 4 ppm (3 km - 1.2 cm)
- Συνήθως χρησιμοποιείται:  $k = 0.13$  για καθαρό ουρανό  
 $k = 0.20$  για συννεφιά  
 $k = 0.30$  για νύχτες με ξαστεριά

## ΥΠΟΛΟΙΠΑ ΣΦΑΛΜΑΤΑ

- Προσθετική σταθερά του ανακλαστήρα

$$z_r = b - \frac{n_g^{st}}{n^{st}} a$$



## ΥΠΟΛΟΙΠΑ ΣΦΑΛΜΑΤΑ

- Σφάλμα κλίσης ανακλαστήρα: ασήμαντο για κλίσεις έως  $20^\circ$
- Σφάλματα κέντρωσης οργάνου και ανακλαστήρα

$$\sigma_c^2 = 2\sigma_e^2$$

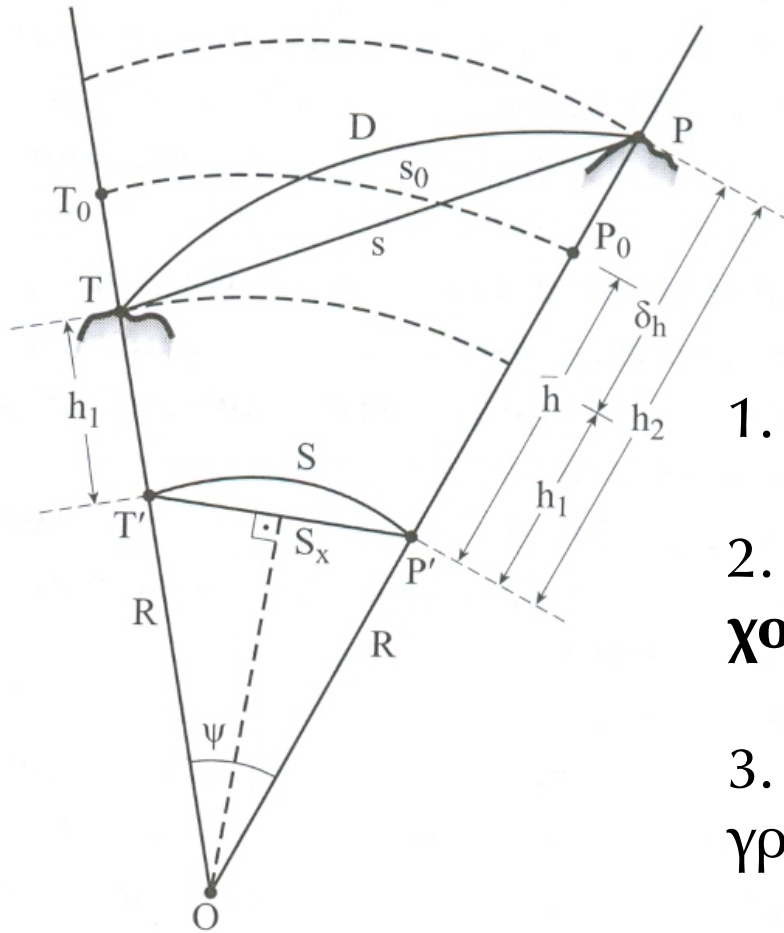
μηχανισμός κέντρωσης	$\sigma_e$	
με λιναίη	1.	mm/ m
οπτική	0.5	mm/ m
με ράβδο	0.5	mm/ m
εξαναγκασμένη	0.1	mm

## ΑΝΑΓΩΓΕΣ ΕΠΙΓΕΙΩΝ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΩΝ

Διαδικασία επίλυσης επίγειων παρατηρήσεων

1. **Διορθώσεις** από την επίδραση του φυσικού περιβάλλοντος των μετρήσεων (π.χ., ατμοσφαιρικές διορθώσεις στις παρατηρήσεις EDM)
2. **Αναγωγές** των διορθωμένων παρατηρήσεων από το πεδίο των μετρήσεων **στο μοντέλο του ελλειψοειδούς**
3. **Αναγωγές** των παρατηρήσεων από το ελλειψοειδές **στο προβολικό επίπεδο του χάρτη**

# ΑΝΑΓΩΓΗ ΑΠΟΣΤΑΣΗΣ



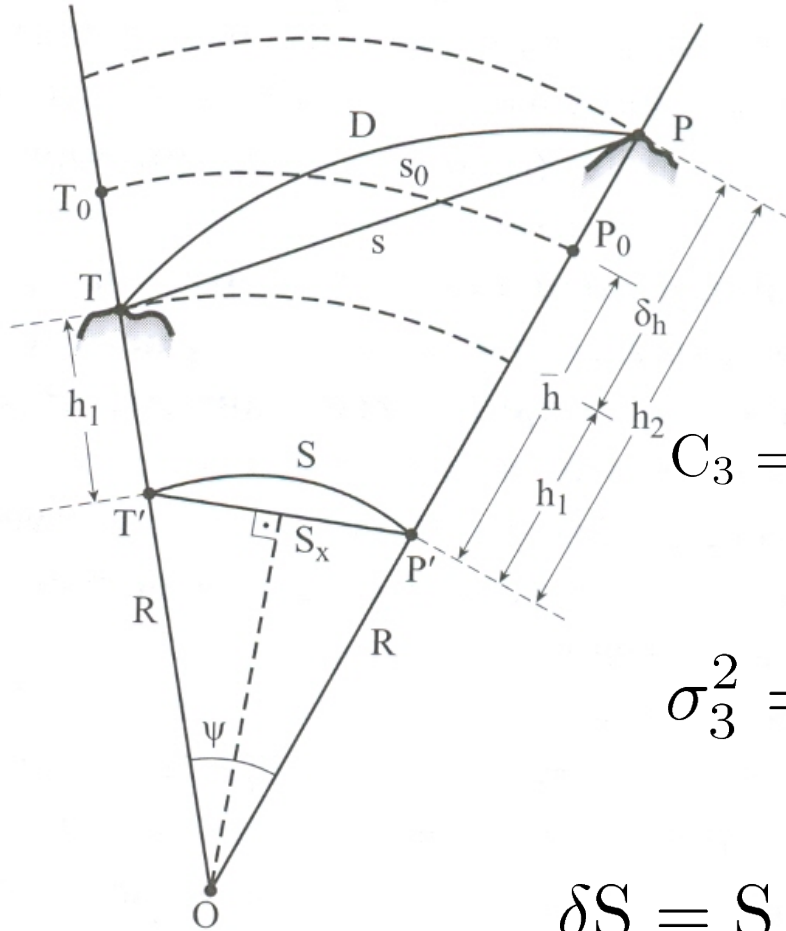
$$S = s + \delta S_o + \delta S_x + \delta S$$

1. Αναγωγή λόγω κλίσης

2. Αναγωγή λόγω υψομέτρου ή στη χορδή

3. Αναγωγή στο τόξο της γεωδαισιακής γραμμής

## ΑΝΑΓΩΓΗ ΑΠΟΣΤΑΣΗΣ



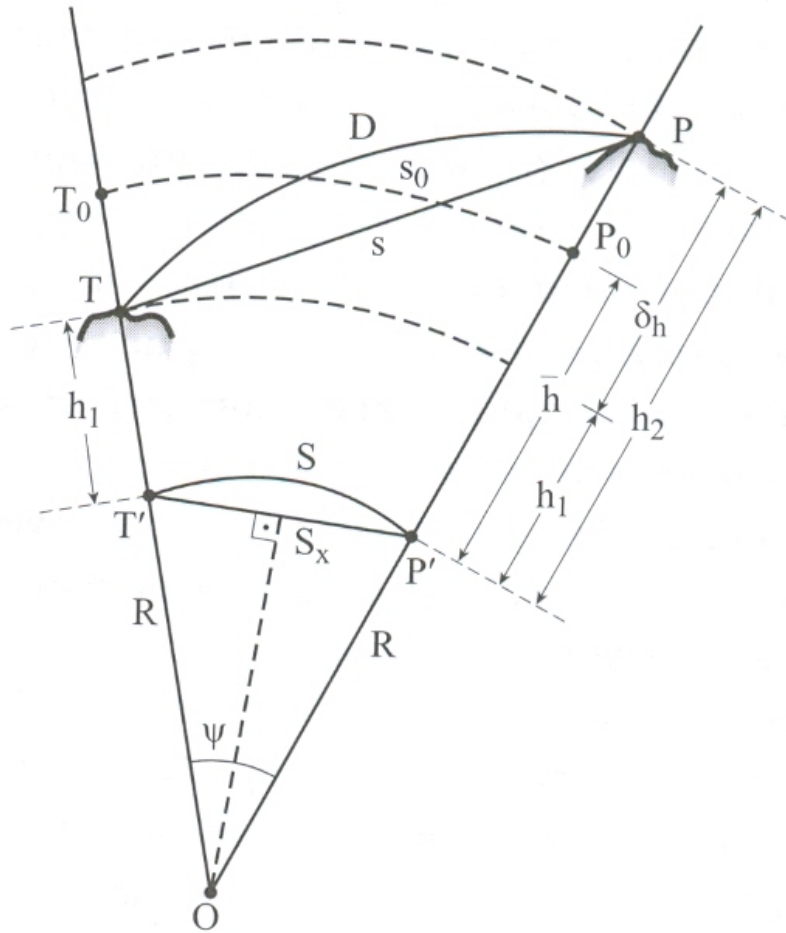
$$\delta S_o = s_o - s = \sqrt{s^2 - \delta h^2} - s$$

$$C_3 = \delta S_x = S_x - s_o = \frac{s_o}{\sqrt{\left(1 + \frac{h_1}{R}\right) \left(1 + \frac{h_2}{R}\right)}} - s_o$$

$$\sigma_3^2 = \frac{1}{S_x^2} \Delta H^2 \sigma_{\Delta H}^2$$

$$\delta S = S - S_x = 2R \arcsin \left( \frac{S_x}{2R} \right) - S_x$$

## ΑΝΑΓΩΓΗ ΑΠΟΣΤΑΣΗΣ



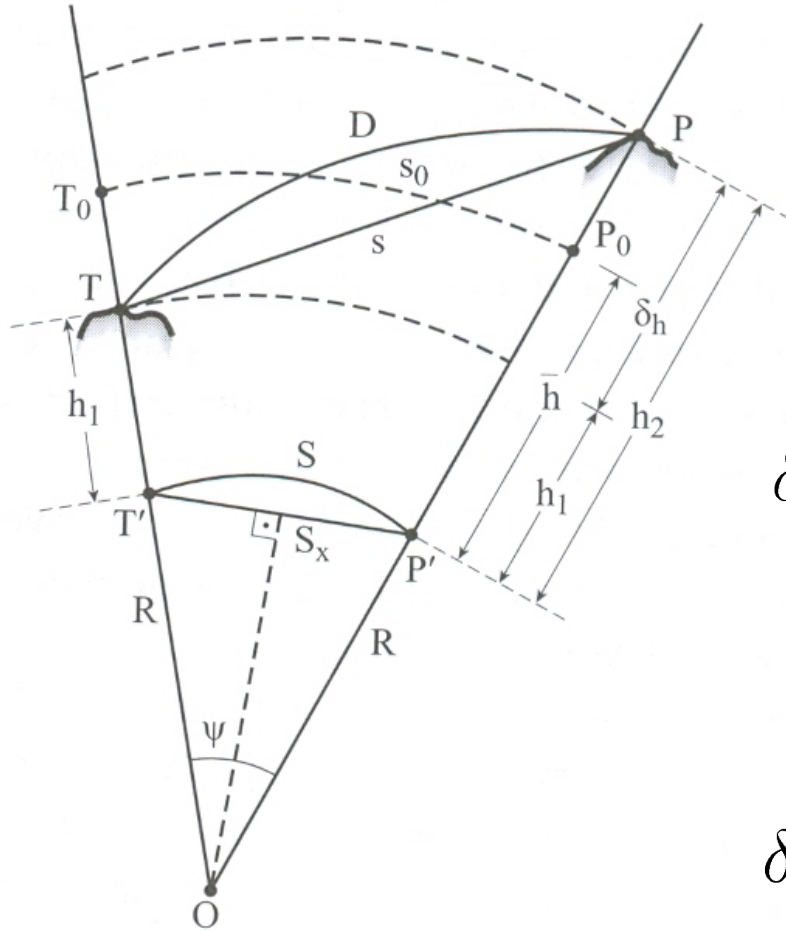
Όταν αγνοείται η αποχή του γεωειδούς αντί για τα γεωμετρικά υψόμετρα είναι δυνατό να χρησιμοποιηθούν τα ορθομετρικά

$$C_3 = \sqrt{\frac{s^2 - \Delta H^2}{\left(1 + \frac{H_1}{R}\right) \left(1 + \frac{H_2}{R}\right)}} - s$$

$$\Delta H = H_2 - H_1$$

$$\sigma_3^2 = \frac{1}{S_x^2} \Delta H^2 \sigma_{\Delta H}^2$$

# ΑΝΑΓΩΓΗ ΑΠΟΣΤΑΣΗΣ



Για αποστάσεις < 10 km

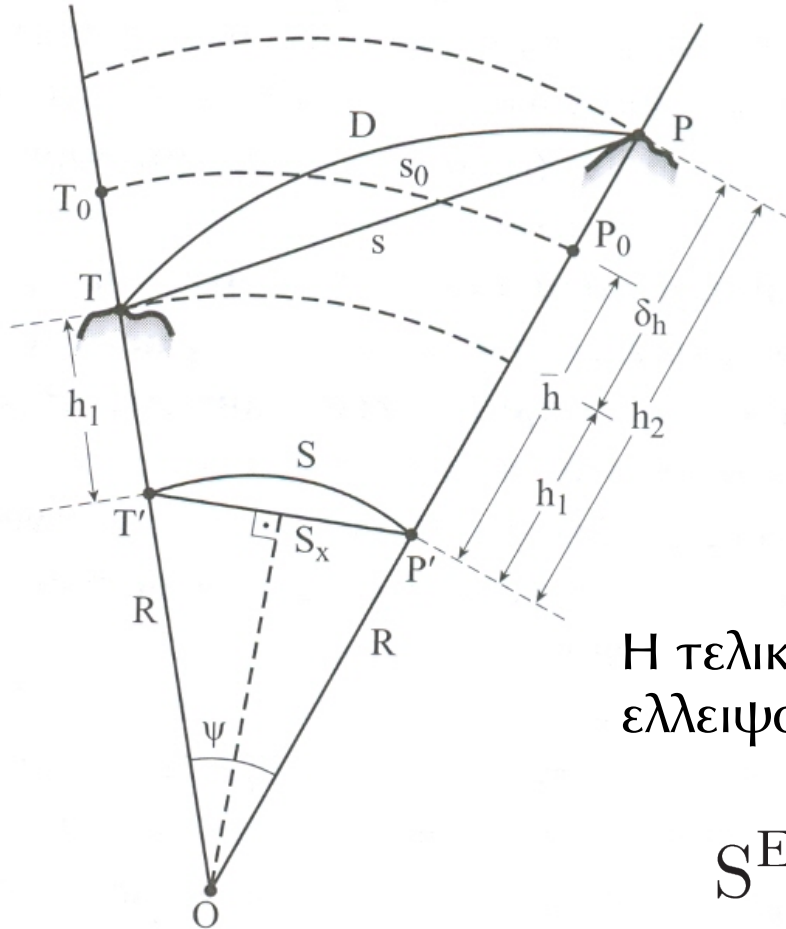
$$\delta S_o = s_o - s = \sqrt{s^2 - \delta h^2} - s$$

$$\delta S_x = S_x - s_o = \left(1 - \frac{\bar{h}}{R}\right) s_o - s_o$$

$$\bar{h} = \frac{h_1 + h_2}{2}$$

$$\delta S = S - S_x \approx 0$$

## ΑΝΑΓΩΓΗ ΑΠΟΣΤΑΣΗΣ



Όταν η αποχή του γεωειδούς δεν είναι γνωστή τότε χρησιμοποιείται

$$C_4 = \frac{s^3}{24R^2}$$

Η τελική παρατήρηση της απόστασης πάνω στο ελλειψοειδές δίνεται από:

$$S^{\text{ΕΕΠ}} = s + C_3 + C_4$$

# ΑΝΑΓΩΓΕΣ ΣΤΟ ΠΡΟΒΟΛΙΚΟ ΕΠΙΠΕΔΟ

Η σύνδεση μεταξύ του μήκους της γεωδαισιακής γραμμής και της προβολής της στο προβολικό επίπεδο πραγματοποιείται μέσω του **συντελεστή αναγωγής απόστασης** ή **συντελεστή κλίμακας γραμμής**

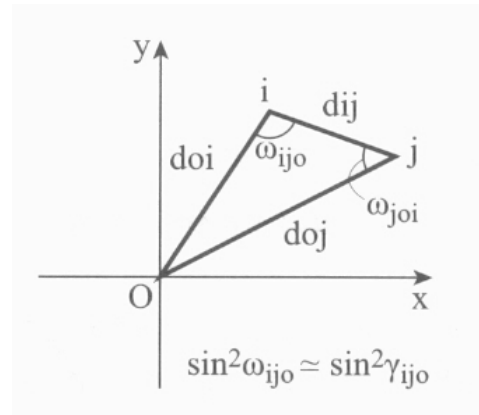
$$S_{ij}^{MAP} = m_{ij} S_{ij}^{ΕΕΠ}$$

## ΑΝΑΓΩΓΗ ΑΠΟΣΤΑΣΗΣ ΣΤΗ HATT

Σύμφωνα με τις εξισώσεις απεικόνισης της Hatt (ισαπέχουσα αζιμουθιακή προβολή) οι γραμμές που δε διέρχονται από το κέντρο του φύλλου υφίστανται αλλοιώσεις (παραμορφώσεις)

$$S_{ij}^{Hatt} = \left( 1 + \frac{d_{oi}^2}{6\bar{R}^2} \sin^2 \gamma_{ijo} \right) S_{ij} = \left( 1 + \frac{d_{oj}^2}{6\bar{R}^2} \sin^2 \gamma_{joi} \right) S_{ij}$$

$$\gamma_{ijo} \approx \omega_{ijo}, \gamma_{joi} \approx \omega_{joi} \quad \bar{R} = \sqrt{MN}, \phi_o$$



## ΤΑΞΗ ΜΕΓΕΘΟΥΣ ΑΝΑΓΩΓΗΣ ΑΠΟΣΤΑΣΗΣ ΣΤΗ HATT

*Μέγιστες παραμορφώσεις όταν η απόσταση είναι κάθετη προς τη διεύθυνση από το κέντρο*

Για  $S = 2 \text{ km}$   $\Delta S = 1 \text{ cm}$ , για  $S = 10 \text{ km}$   $\Delta S = 5 \text{ cm}$

*Για συνήθεις εφαρμογές της Hatt (απλοί τριγωνισμοί, αποτυπώσεις) η αναγωγή από το ΕΕΠ στο προβολικό επίπεδο μπορεί να αγνοείται, όχι όμως στα γεωδαιτικά δίκτυα*

**Οι αναγωγές γωνιών, διευθύνσεων και αζιμουθίου δεν υπερβαίνουν το 1 arcsec και κρίνονται αμελητέες**

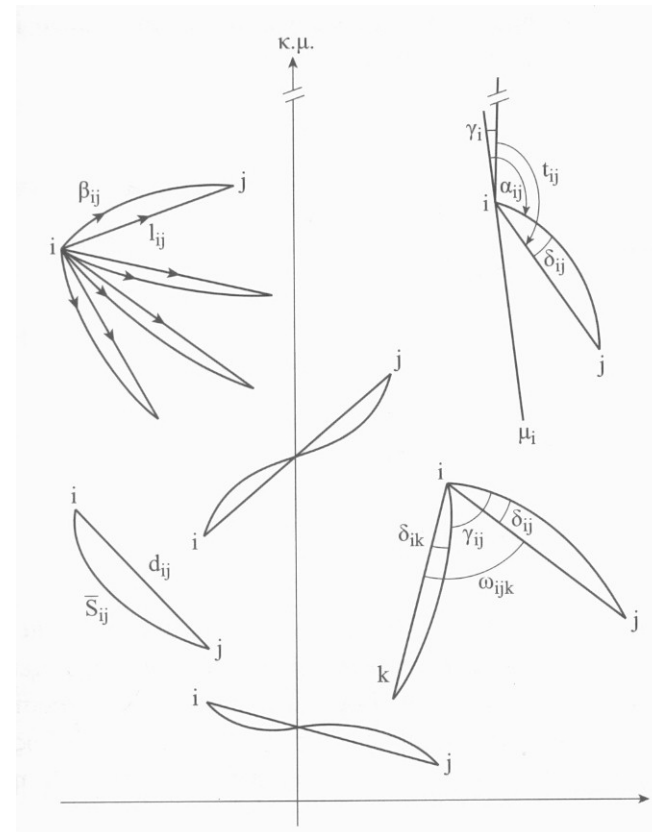
# ΑΝΑΓΩΓΗ ΑΠΟΣΤΑΣΗΣ ΣΤΗΝ ΤΜ

$$S_{ij}^{TM87} = m_{ij} S_{ij}^{E\epsilon\Pi}$$

$$m_{ij} = m_o \left( \frac{\mathcal{E}'^2_u}{6m_o R_m^2} \right)$$

$$\mathcal{E}'^2_u = \mathcal{E}'^2_i + \mathcal{E}'_i \mathcal{E}'_j + \mathcal{E}'^2_j$$

$$\mathcal{E}' = \mathcal{E} - \mathcal{E}_o$$

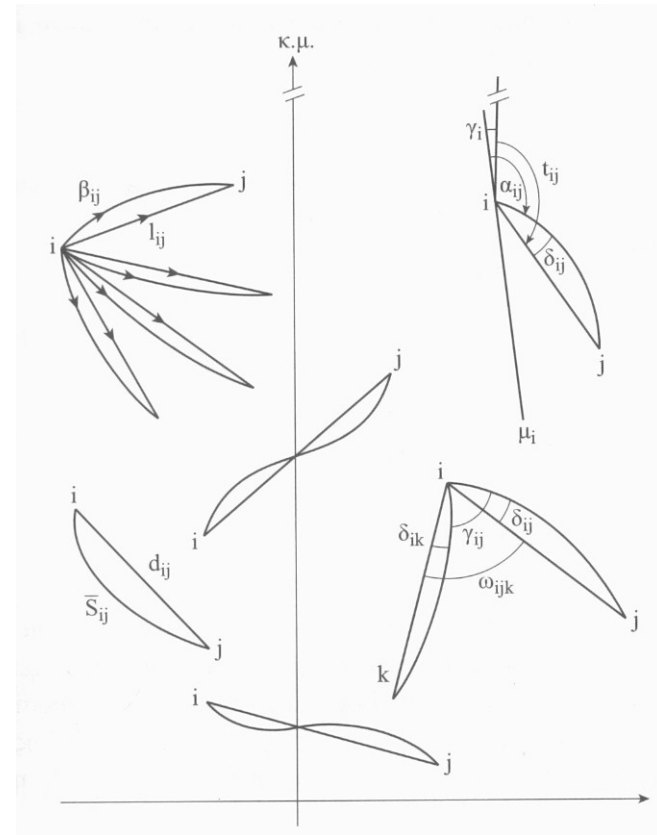


# ΑΝΑΓΩΓΗ ΑΠΟΣΤΑΣΗΣ ΣΤΗΝ ΤΜ

Όταν είναι γνωστή μία μέση τετμημένη για την περιοχή

$$m_{ij} = m_o \left( 1 + \frac{\mathcal{E}'_m}{2m_o^2 R_m^2} \right)$$

$$\mathcal{E}'_m = \mathcal{E}_m - \mathcal{E}_o$$



## ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΑΝΑΓΩΓΩΝ ΤΩΝ ΚΛΑΣΙΚΩΝ ΕΠΙΓΕΙΩΝ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ

1. Επίγειες μετρήσεις (αποστάσεις, διευθύνσεις, γωνίες, αζιμούθια)
2. Διορθώσεις των μετρήσεων λόγω του φυσικού περιβάλλοντος των μετρήσεων (μετεωρολογικά δεδομένα)
3. Αναγωγές από το έδαφος στην επιφάνεια αναφοράς (ελλειψοειδές, τοπογραφικό επίπεδο)
4. Συνόρθωση στην επιφάνεια αναφοράς ή
4. Αναγωγές από την επιφάνεια αναφοράς στο προβολικό επίπεδο του χάρτη
5. Συνόρθωση παρατηρήσεων στο προβολικό επίπεδο
6. Επίλυση δικτύου και υπολογισμός των τελικών προβολικών συντεταγμένων

## Η ΜΕΤΑΒΛΗΤΟΤΗΤΑ ΤΗΣ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗΣ ΤΗΣ ΑΠΟΣΤΑΣΗΣ

$$\sigma_o^2 = (\sigma_z^2 + \sigma_e^2 + \sigma_c^2) + \left(\frac{1}{f^2}\sigma_f^2 + \frac{1}{n_s t^2}\sigma_n^2\right)S^2 + \frac{\Delta H^2}{S^2}\sigma_{\Delta H}^2$$

$$\sigma_o^2 = a^2 + b^2S^2 + \frac{\Delta H^2}{S^2}\sigma_{\Delta H}^2$$

Οι συντελεστές  $a$ ,  $b$  δίνονται από τους κατασκευαστές των οργάνων, οι οποίοι συνήθως δίνουν και τη λανθασμένη μορφή για τη μεταβλητότητα:

$$\sigma_o^2 = (a + bS)^2$$

Οι τιμές των συντελεστών είναι δυνατό να προκύψουν με διεύρυνση του μαθηματικού μοντέλου και εισαγωγή τους στις άγνωστες παραμέτρους

## Η ΠΡΟΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΤΩΝ ΑΠΟΣΤΑΣΕΩΝ

1. Οι αρχικές μετρήσεις των αποστάσεων (πολλαπλές μετρήσεις) διορθώνονται από την επίδραση του διαφορετικού συντελεστή διάθλασης και της καμπυλότητας της οπτικής ακτινοβολίας (ατμοσφαιρικές διορθώσεις  $C_1$  και  $C_2$ )

2. Στις διορθωμένες ατμοσφαιρικά κεκλιμένες αποστάσεις  $S_i$  υπολογίζεται ο μέσος όρος και μία εκτίμηση της μεταβλητότητας από τις μετρήσεις

$$\hat{S} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n S_i$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (S_i - \hat{S})^2$$

## Η ΠΡΟΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΤΩΝ ΑΠΟΣΤΑΣΕΩΝ

3. Η μεταβλητότητα  $\sigma^2$  που υπολογίζεται συγκρίνεται με την αντίστοιχη του κατασκευαστή  $\sigma_0^2$  βάσει του ελέγχου της κατανομής F για συγκεκριμένο επίπεδο σημαντικότητας (συνήθως  $\alpha = 0.05$ )

$$F_{n-1, \infty}^{1-\alpha/2} \leq \frac{\hat{\sigma}^2}{\sigma_0^2} \leq F_{n-1, \infty}^{\alpha/2}$$

4. Σε περίπτωση αποτυχίας του ελέγχου μεταβλητότητας υπάρχει υπόνοια ύπαρξης χονδροειδούς σφάλματος. Ελέγχονται κατόπιν μία προς μία οι παρατηρήσεις (**σάρωση δεδομένων**) σύμφωνα με:

$$|S_i - \hat{S}| \leq \frac{\sqrt{n-1}}{\sqrt{n}} \sigma_0 z^{\alpha/2}$$

5. Η παρατήρηση που δεν ικανοποιεί την ανισότητα είναι ύποπτη για χονδροειδές ή συστηματικό σφάλμα

## Η ΠΡΟΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΤΩΝ ΑΠΟΣΤΑΣΕΩΝ

6. Απομακρύνονται οι ύποπτες παρατηρήσεις και επαναλαμβάνονται οι έλεγχοι. Ο τελικός μέσος όρος υπολογίζεται από τις εναπομείνουσες παρατηρήσεις

7. Ακολουθούν οι αναγωγές στο ΕΕΠ και στο προβολικό επίπεδο του χάρτη, στο οποίο θα πραγματοποιηθεί η τελική συνόρθωση

$$S_{\text{ΕΕΠ}}^b = \hat{S} + C_3 + C_4$$

$$S_{\text{ΜΑΡ}}^b = m_{ij} S_{\text{ΕΕΠ}}^b$$