



ΤΟΠΟΓΡΑΦΙΚΑ ΔΙΚΤΥΑ ΚΑΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΙ

Η ΣΥΝΟΡΘΩΣΗ ΤΩΝ ΟΡΙΖΟΝΤΙΩΝ ΔΙΚΤΥΩΝ

(Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΑΝΑΦΟΡΑΣ ΚΑΙ

Η ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΤΗΣ ΠΟΙΟΤΗΤΑΣ ΤΟΥ ΔΙΚΤΥΟΥ)

Βασίλης Δ. Ανδριτσάνος
Δρ. Αγρονόμος - Τοπογράφος Μηχανικός ΑΠΘ

3ο εξάμηνο

<http://eclass.uniwa.gr>

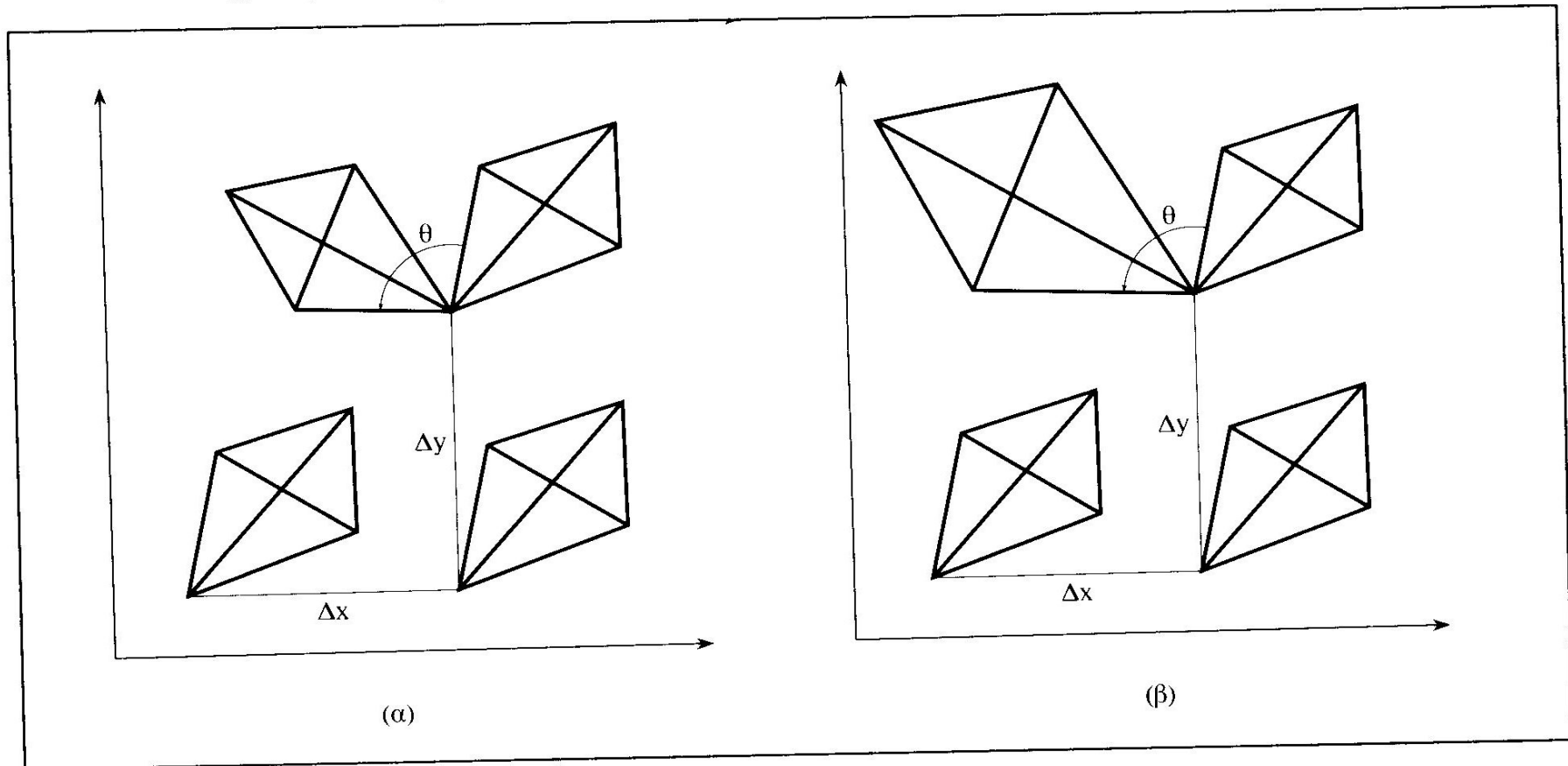
Τοπογραφικά Δίκτυα και Υπολογισμοί

**Παρουσιάσεις, Ασκήσεις, Σημειώσεις, Έντυπα,
Προδιαγραφές, Κανονισμοί, Αμοιβές**

Η ΑΔΥΝΑΜΙΑ ΒΑΘΜΟΥ ΣΤΑ ΟΡΙΖΟΝΤΙΑ ΔΙΚΤΥΑ

- Λύση του συστήματος των κανονικών εξισώσεων: περισσότερες παρατηρήσεις από τους αγνώστους
- **Αδυναμία γεωμετρικής μορφής:** αν μία κορυφή δεν περιέχεται σε καμία παρατήρηση τότε οι συντεταγμένες της είναι αδύνατο να προσεγγιστούν
- **Αδυναμία συστήματος αναφοράς:** η χρήση των συντεταγμένων ως αγνώστων παραμέτρων: οι συντεταγμένες προϋποθέτουν έναν ορισμό συστήματος αναφοράς κάτι το οποίο δεν προκύπτει από τις μετρήσεις
- Σε ένα οριζόντιο δίκτυο οι άγνωστες παράμετροι είναι κατά 3 ή 4 περισσότερες από τον παραμετρικό βαθμό του δικτύου (μικτά ή τριγωνομετρικά δίκτυα - βλ. Παρουσίαση 2)
- Για να αποκτήσουν οι συντεταγμένες φυσική οντότητα θα πρέπει να **οριστεί το σύστημα αναφοράς**

Η ΑΔΥΝΑΜΙΑ ΒΑΘΜΟΥ ΣΤΑ ΟΡΙΖΟΝΤΙΑ ΔΙΚΤΥΑ



Σχήμα 1. α) Με τις παρατηρήσεις των γωνιών και των πλευρών που έχουν γίνει στο δίκτυο, ορίστηκε το σχήμα του και το μέγεθός του. Το δίκτυο μπορεί να μετακινηθεί κατά Δx , παράλληλα προς τον άξονα των x , κατά Δy , παράλληλα προς τον άξονα y , και τέλος να στραφεί κατά γωνία $\Delta\theta$ γύρω από μία από τις κορυφές του χωρίς να αλλοιωθεί ούτε το σχήμα του ούτε το μέγεθός του. β) Ένα δίκτυο με το ορισμένο από τις παρατηρήσεις σχήμα μπορεί να υποστεί παράλληλες μεταθέσεις προς τους άξονες (κατά Δx και Δy), στροφή $\Delta\theta$ αλλά και μια μεγέθυνση ή σμίκρυνση) λ .

Η ΑΔΥΝΑΜΙΑ ΒΑΘΜΟΥ ΣΤΑ ΟΡΙΖΟΝΤΙΑ ΔΙΚΤΥΑ

- **Αδυναμία συστήματος αναφοράς:** ο πίνακας **A** δεν έχει πλήρη βαθμό, δηλ. παρουσιάζει στήλες που προκύπτουν από γραμμικό συνδυασμό άλλων στηλών
- Αποτέλεσμα: Μηδενική τιμή της ορίζουσας του πίνακα **N**: άπειρες λύσεις
- Ο άπειρος αριθμός λύσεων σχετίζεται με το *ότι το δίκτυο είναι δυνατό να τοποθετηθεί οπουδήποτε στο χώρο* (δεν έχει οριστεί το σύστημα αναφοράς): **πρόβλημα σχεδιασμού μηδενικής τάξης**
- **Αδυναμία βαθμού δικτύου:** α) αδυναμία γεωμετρικής μορφής (**configuration defect**) και β) αδυναμία του συστήματος αναφοράς (**datum defect**)
- Για να ξεπεραστεί το πρόβλημα και να είναι δυνατή η ύπαρξη λύσης (αντιστροφή του πίνακα **N**) πρέπει με κάποιον τρόπο να οριστεί το σύστημα αναφοράς του οριζόντιου δικτύου

ΣΥΣΤΗΜΑ ΑΝΑΦΟΡΑΣ ΚΑΙ ΑΝΕΞΑΡΤΗΤΑ ΔΙΚΤΥΑ

- Αυθαίρετος ορισμός του συστήματος αναφοράς
- Συνήθως “δεσμεύεται” ένας **ελάχιστος αριθμός** συντεταγμένων
- Δεσμεύονται 3 συντεταγμένες στην περίπτωση μικτού δικτύου και 4 στην περίπτωση τριγωνομετρικού δικτύου
- Οι άγνωστες παράμετροι ελαττώνονται και ισούνται πλέον με τον παραμετρικό βαθμό του δικτύου: δυνατότητα επίλυσης του δικτύου
- **Ελάχιστες δεσμεύσεις:** ορίζουν το σύστημα αναφοράς δίχως να αλλοιώνουν το σχήμα και το μέγεθος ή μόνο το σχήμα του δικτύου ανάλογα με τις παρατηρήσεις. Ο αριθμός τους είναι πάντοτε ίσος με την αδυναμία βαθμού του δικτύου

ΣΥΣΤΗΜΑ ΑΝΑΦΟΡΑΣ ΚΑΙ ΑΝΕΞΑΡΤΗΤΑ ΔΙΚΤΥΑ

- Υλοποίηση ελαχίστων δεσμεύσεων: απαλοιφή στηλών και σειρών του πίνακα \mathbf{N} , οι οποίες αναφέρονται στις συντεταγμένες που διατηρούνται σταθερές

$$\begin{bmatrix} \mathbf{N}_{11} & \mathbf{N}_{12} \\ \mathbf{N}_{12}^T & \mathbf{N}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_1 \\ \hat{\mathbf{x}}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_1 \\ \mathbf{u}_2 \end{bmatrix}$$

$$\hat{\mathbf{x}}_2 = \mathbf{0}$$

$$\hat{\mathbf{x}}_1 = \mathbf{N}_{11}^{-1} \mathbf{u}_1 \qquad \hat{\mathbf{C}}_{\hat{\mathbf{x}}} = \begin{bmatrix} \hat{\sigma}^2 \mathbf{N}_{11}^{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

ΕΛΕΥΘΕΡΑ ΔΙΚΤΥΑ

- Συνορθώνονται με την εφαρμογή **εσωτερικών δεσμεύσεων**
- Η λύση με εσωτερικές δεσμεύσεις οδηγεί σε πίνακα συμμεταβλητοτήτων των συντεταγμένων πρακτικά ανεξάρτητο από το σύστημα αναφοράς
- Για την αξιολόγηση της (εσωτερικής) ακρίβειας ενός δικτύου χρησιμοποιούνται δεσμεύσεις πρακτικά ανεξάρτητες από το σύστημα αναφοράς (**εσωτερικές δεσμεύσεις**)

$$\hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{N} + \mathbf{E}^T \mathbf{E})^{-1} \mathbf{u} \quad \hat{\mathbf{C}}_{\hat{\mathbf{x}}} = \hat{\sigma}^2 \mathbf{N}^+$$

- Ο πίνακας \mathbf{N}^+ ονομάζεται **ψευδοαντίστροφος πίνακας** και ισούται:

$$\mathbf{N}^+ = (\mathbf{N} + \mathbf{E}^T \mathbf{E})^{-1} - \mathbf{E}^T (\mathbf{E} \mathbf{E}^T)^{-2} \mathbf{E}$$

ΕΛΕΥΘΕΡΑ ΔΙΚΤΥΑ

- Οι εσωτερικές συντεταγμένες που προκύπτουν από τη λύση του ελεύθερου δικτύου προσαρμόζονται καλύτερα στις χρησιμοποιούμενες προσεγγιστικές και ικανοποιούν τη συνθήκη:

$$\sum_{i=1}^N (\delta x_i^2 + \delta y_i^2) = \sum_{i=1}^N \{ (x_i - x_i^o)^2 + (y_i - y_i^o)^2 \} = \mathbf{x}^T \mathbf{x} = \min$$

- Ο πίνακας \mathbf{E} είναι ένας βοηθητικός πίνακας $\mathbf{E} = [\mathbf{E}_1 \ \mathbf{E}_2 \ \dots \ \mathbf{E}_N]$

	γωνίες διευθύνσεις		γωνίες διευθύνσεις αποστάσεις		γωνίες διευθύνσεις αζιμούθια		γωνίες διευθύνσεις αποστάσεις αζιμούθια	
μετάθεση (Δx)	1	0	1	0	1	0	1	0
μετάθεση (Δy)	0	1	0	1	0	1	0	1
στροφή (θ)	y_i^o	$-x_i^o$	y_i^o	$-x_i^o$				
κλίμακα (λ)	x_i^o	y_i^o			x_i^o	y_i^o		

Η ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΤΗΣ ΠΟΙΟΤΗΤΑΣ ΤΩΝ ΟΡΙΖΟΝΤΙΩΝ ΔΙΚΤΥΩΝ

- Ποιότητα = αξιοπιστία + ακρίβεια
- Αξιοπιστία → Έλεγχος ύπαρξης χονδροειδών σφαλμάτων
- Προεπεξεργασία → δεν εξασφαλίζει την ανυπαρξία χονδροειδών σφαλμάτων.
- Γιατί:
 - α) Σφάλματα κέντρωσης και οριζοντίωσης δεν ανιχνεύονται κατά την προεπεξεργασία των γωνιομετρήσεων (συνόρθωση σταθμού)
 - β) Αγνόηση ατμοσφαιρικών επιδράσεων και γεωμετρικών αναγωγών στις μετρήσεις των αποστάσεων
 - γ) Σφάλματα που εντοπίζονται στη συνολική συνόρθωση λόγω της καλύτερης εσωτερικής αξιοπιστίας
 - δ) Λάθη πληκτρολόγησης μετά την προεπεξεργασία

ΑΞΙΟΠΙΣΤΙΑ

- Ένας αρχικός έλεγχος στα αποτελέσματα της συνολικής συνόρθωσης είναι ο έλεγχος της **a-posteriori** (εκ των υστέρων – μετά τη συνόρθωση) **μεταβλητότητας αναφοράς**

- Στα οριζόντια δίκτυα ελέγχεται η **μηδενική υπόθεση** έναντι της **εναλλακτικής**

$$H_0 : \hat{\sigma}^2 = \sigma_0^2 \quad H_a : \hat{\sigma}^2 > \sigma_0^2$$

- Στην περίπτωση των οριζόντιων δικτύων ισχύει $\sigma_0^2 = 1$

- Ελέγχεται η ποσότητα (μονόπλευρος έλεγχος):

$$\frac{\hat{\sigma}^2}{\sigma_0^2} = \frac{\hat{\sigma}^2}{1} = \hat{\sigma}^2 \leq F_{f, \infty}^{\alpha}$$

- Σε περίπτωση που δεν ισχύει η παραπάνω ανισότητα ισχύει η εναλλακτική υπόθεση για επίπεδο σημαντικότητας α (συνήθως 0.05) → ύπαρξη παρατηρήσεων με χονδροειδή ή συστηματικά σφάλματα → σάρωση δεδομένων

ΑΞΙΟΠΙΣΤΙΑ

- **Σάρωση δεδομένων** → Εξετάζεται αν η μία συγκεκριμένη παρατήρηση παρουσιάζει ή δεν παρουσιάζει χονδροειδές ή συστηματικό σφάλμα
- Υπολογίζεται η τυπική απόκλιση του σφάλματος της παρατήρησης

$$\hat{\sigma}(\hat{v}_i) = \hat{\sigma} \sqrt{(\mathbf{P}^{-1} - \mathbf{A}\mathbf{N}^g\mathbf{A}^T)_{ii}}$$

- (η τετραγωνική ρίζα του διαγώνιου στοιχείου του **πίνακα συμμεταβλητοτήτων των σφαλμάτων των παρατηρήσεων** που αντιστοιχεί στη συγκεκριμένη παρατήρηση)

$$\hat{\mathbf{C}}_{\hat{v}} = \hat{\sigma}^2 \{ \mathbf{P}^{-1} - \mathbf{A}\mathbf{N}^g\mathbf{A}^T \}$$

- Ο γεκινευμένος αντίστροφος του πίνακα των κανονικών εξισώσεων \mathbf{N}^g προκύπτει μετά την εφαρμογή των δεσμεύσεων (ελάχιστες ή εσωτερικές)

ΑΞΙΟΠΙΣΤΙΑ

- Υπολογίζεται το εσωτερικά και το εξωτερικά ομαλοποιημένο σφάλμα κάθε παρατήρησης ξεχωριστά:

$$r_i = \frac{\hat{V}_i}{\hat{\sigma}(\hat{V}_i)} \quad t_i = r_i \sqrt{\frac{f-1}{f-r_i^2}}$$

- Ελέγχεται η ποσότητα:

$$|t_i| \leq t_{f-1}^{\alpha/2}$$

- Απομακρύνονται οι ύποπτες παρατηρήσεις και επαναλαμβάνεται η συνόρθωση

ΑΚΡΙΒΕΙΑ

- Μελετάται η επίδραση των τυχαίων σφαλμάτων στα αποτελέσματα της συνόρθωσης
- Ο πίνακας των συμεταβλητοτήτων των διορθώσεων των προσεγγιστικών συντεταγμένων εκφράζει την ακρίβεια των συνορθωμένων συντεταγμένων των κορυφών του δικτύου

$$\hat{\mathbf{C}}_{\hat{\mathbf{x}}} = \hat{\sigma}^2 \mathbf{N}^g$$

- Ο πίνακας είναι συμμετρικός και έχει την αναλυτική δομή:

$$\begin{array}{ccccccc}
 & & \dots & \hat{x}_i & \hat{y}_i & \dots & \hat{x}_j & \hat{y}_j & \dots \\
 \vdots & & & & & & & & \\
 \hat{x}_i & \dots & \hat{\sigma}^2(\hat{x}_i) & & & & & & \\
 \hat{y}_i & \dots & \hat{\sigma}(\hat{y}_i, \hat{x}_i) & \hat{\sigma}^2(\hat{y}_i) & & & & & \\
 \vdots & & \vdots & \vdots & \ddots & & & & \\
 \hat{x}_j & \dots & \hat{\sigma}(\hat{x}_j, \hat{x}_i) & \hat{\sigma}(\hat{x}_j, \hat{y}_i) & \dots & \hat{\sigma}^2(\hat{x}_j) & & & \\
 \hat{y}_j & \dots & \hat{\sigma}(\hat{y}_j, \hat{x}_i) & \hat{\sigma}(\hat{y}_j, \hat{y}_i) & \dots & \hat{\sigma}(\hat{y}_j, \hat{x}_j) & \hat{\sigma}^2(\hat{y}_j) & & \\
 \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \ddots &
 \end{array}$$

ΑΠΟΛΥΤΗ ΕΛΛΕΙΨΗ ΣΦΑΛΜΑΤΟΣ

- Για κάθε κορυφή του δικτύου μπορεί να προσδιοριστεί η έλλειψη σφάλματος η οποία ορίζει στο επίπεδο (x,y) τη θέση του σημείου με συγκεκριμένη πιθανότητα.
- Υπολογίζονται ο μεγάλος, ο μικρός ημιάξονας και ο προσανατολισμός της έλλειψης σφάλματος

$$a = \hat{\sigma}_{\max} = \sqrt{\frac{1}{2}\{\hat{\sigma}^2(\hat{x}_i) + \hat{\sigma}^2(\hat{y}_i)\} + \sqrt{\frac{1}{4}\{\hat{\sigma}^2(\hat{x}_i) - \hat{\sigma}^2(\hat{y}_i)\}^2 + \{\hat{\sigma}(\hat{x}_i, \hat{y}_i)\}^2}}$$

$$b = \hat{\sigma}_{\min} = \sqrt{\frac{1}{2}\{\hat{\sigma}^2(\hat{x}_i) + \hat{\sigma}^2(\hat{y}_i)\} - \sqrt{\frac{1}{4}\{\hat{\sigma}^2(\hat{x}_i) - \hat{\sigma}^2(\hat{y}_i)\}^2 + \{\hat{\sigma}(\hat{x}_i, \hat{y}_i)\}^2}}$$

$$\psi = \frac{1}{2} \arctan \frac{2\hat{\sigma}(\hat{x}_i, \hat{y}_i)}{\hat{\sigma}^2(\hat{y}_i) - \hat{\sigma}^2(\hat{x}_i)}$$

ΕΞΑΡΤΗΣΗ ΚΑΙ ΕΝΤΑΞΗ ΔΙΚΤΥΟΥ

- Νέο δίκτυο πρέπει να αναφερθεί σε συγκεκριμένο σύστημα αναφοράς που ορίζεται από προϋπάρχον δίκτυο
- Κοινές κορυφές → σύνδεση των δύο δικτύων
- Όταν η πληροφορία που παρέχεται από το προϋπάρχον δίκτυο είναι η ακριβώς απαιτούμενη για τον ορισμό του συστήματος αναφοράς (συνόρθωση με ελάχιστες δεσμεύσεις) → **εξάρτηση** νέου δικτύου
- Γενικότερη περίπτωση → πλεονάζουσα πληροφορία → **ένταξη** του νέου δικτύου (συνόρθωση με πλεονάζουσες δεσμεύσεις)
- Στην πράξη θεωρούνται ως σταθερές οι συντεταγμένες των κοινών σημείων και ελέγχεται η αξιοπιστία τους εκ των υστέρων

ΒΗΜΑΤΑ ΕΛΕΓΧΟΥ ΔΙΚΤΥΟΥ

- Έλεγχος της ποιότητας των εργασιών πεδίου → συνόρθωση **ελεύθερου δικτύου ή δικτύου με ελάχιστες δεσμεύσεις**. Ανεξάρτητος έλεγχος από την επίδραση του συστήματος αναφοράς.
- Ολικός έλεγχος μεταβλητότητας αναφοράς (**F-test**) και σάρωση δεδομένων (**data snooping**) για την απομάκρυνση ύποπτων παρατηρήσεων
- Αξιολόγηση της ακρίβειας για τη λύση των ελάχιστων (εσωτερικών) δεσμεύσεων → **ελλείψεις σφάλματος**
- Ένταξη νέου δικτύου στο προϋπάρχον → λύση με **πλεονάζουσες δεσμεύσεις**
- Έλεγχος ένταξης - σταθερών σημείων (λύση με πλεονάζουσες (φ_H) σε σύγκριση με τη λύση με ελάχιστες δεσμεύσεις) και αξιολόγηση της ακρίβειας (ελλείψεις σφάλματος για τις πλεονάζουσες δεσμεύσεις)

$$\frac{f}{k} \frac{\hat{\varphi}_H - \hat{\varphi}}{\hat{\varphi}} \leq F_{k,f}^{\alpha}$$
$$\hat{\varphi}_H = \hat{\mathbf{v}}_H^T \mathbf{P} \hat{\mathbf{v}}_H$$
$$\hat{\varphi} = \hat{\mathbf{v}}^T \mathbf{P} \hat{\mathbf{v}}$$
$$k = f_H - f$$