



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΑΤΤΙΚΗΣ

ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΤΟΠΟΓΡΑΦΙΑΣ ΚΑΙ ΓΕΩΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ

Μεταπτυχιακό Πρόγραμμα «Γεωχωρικές Τεχνολογίες»

**Ψηφιακή Επεξεργασία Εικόνας**

Εισηγητής  
Αναστάσιος Κεσίδης

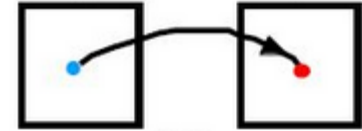


# Σημειακή επεξεργασία και μετασχηματισμοί

# Κατηγορίες μετασχηματισμού εικόνων

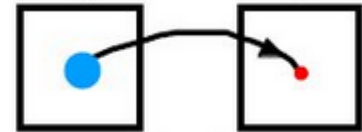
## ➤ Σημειακοί μετασχηματισμοί

Η τιμή ενός pixel στην τελική εικόνα εξαρτάται μόνο από την τιμή του pixel **στην ίδια θέση** στην αρχική εικόνα



## ➤ Τοπικοί μετασχηματισμοί

Η τιμή ενός pixel στην τελική εικόνα εξαρτάται από τις τιμές των pixel σε μια **γειτονία** της αρχικής εικόνας



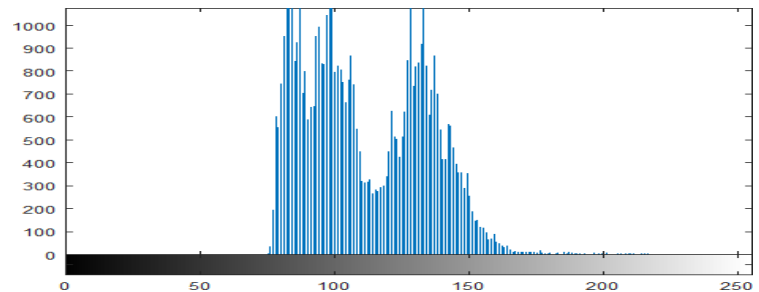
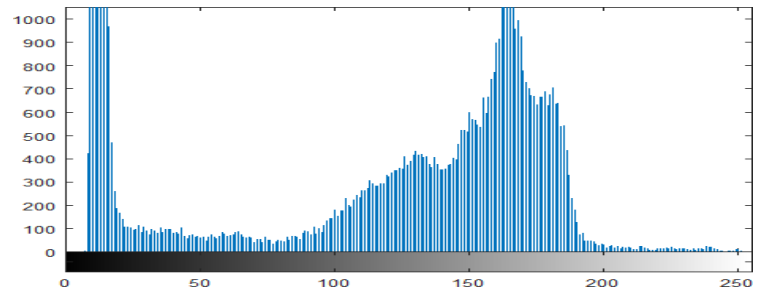
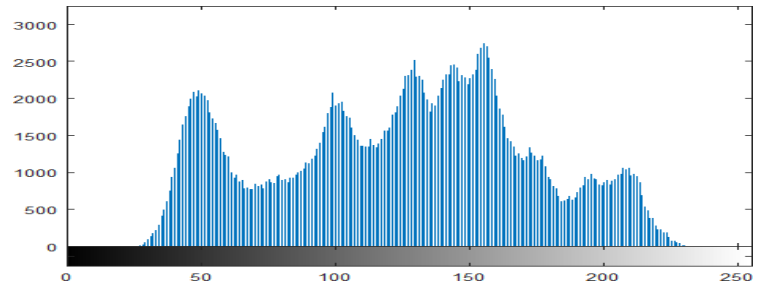
## ➤ Συνολικοί μετασχηματισμοί

Η τιμή ενός pixel στην τελική εικόνα εξαρτάται από τις τιμές **όλων** των pixel της αρχικής εικόνας



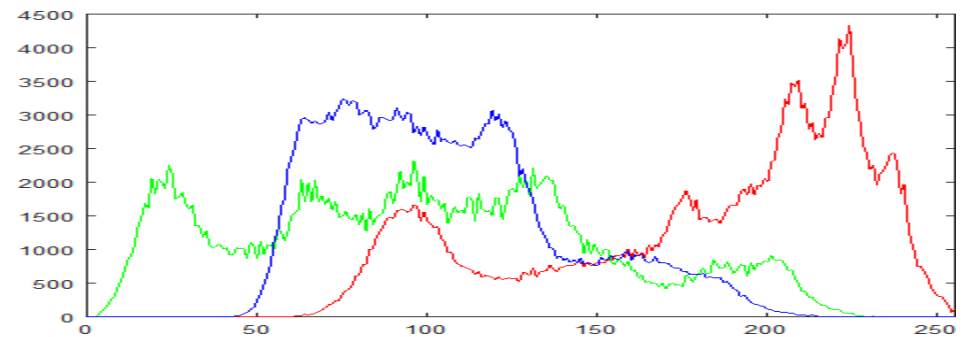
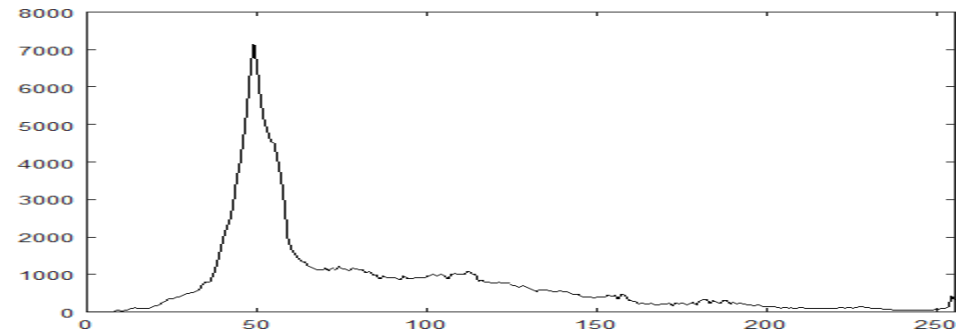
# Ιστόγραμμα

- Κατανομή του πλήθους των pixels της εικόνας ανά τιμή φωτεινότητας.



# Ιστόγραμμα

- Οι κορυφές στις grayscale εικόνες αντιστοιχούν σε τιμές gray με μεγάλη πυκνότητα τιμών.
- Ομοίως και στις RGB εικόνες για κάθε χρωματική μπάντα ξεχωριστά.



# Ιστόγραμμα

Για μια grayscale εικόνα  $I$  διαστάσεων  $(R \times C)$  με graylevel τιμές

$$I(u, v) \in [0, L - 1]$$

η  $i$ -οστή τιμή του ιστογράμματος είναι

$$h(i) = \#\{(u, v) \mid I(u, v) = i\} \text{ για } 0 \leq i \leq L - 1$$

Είναι

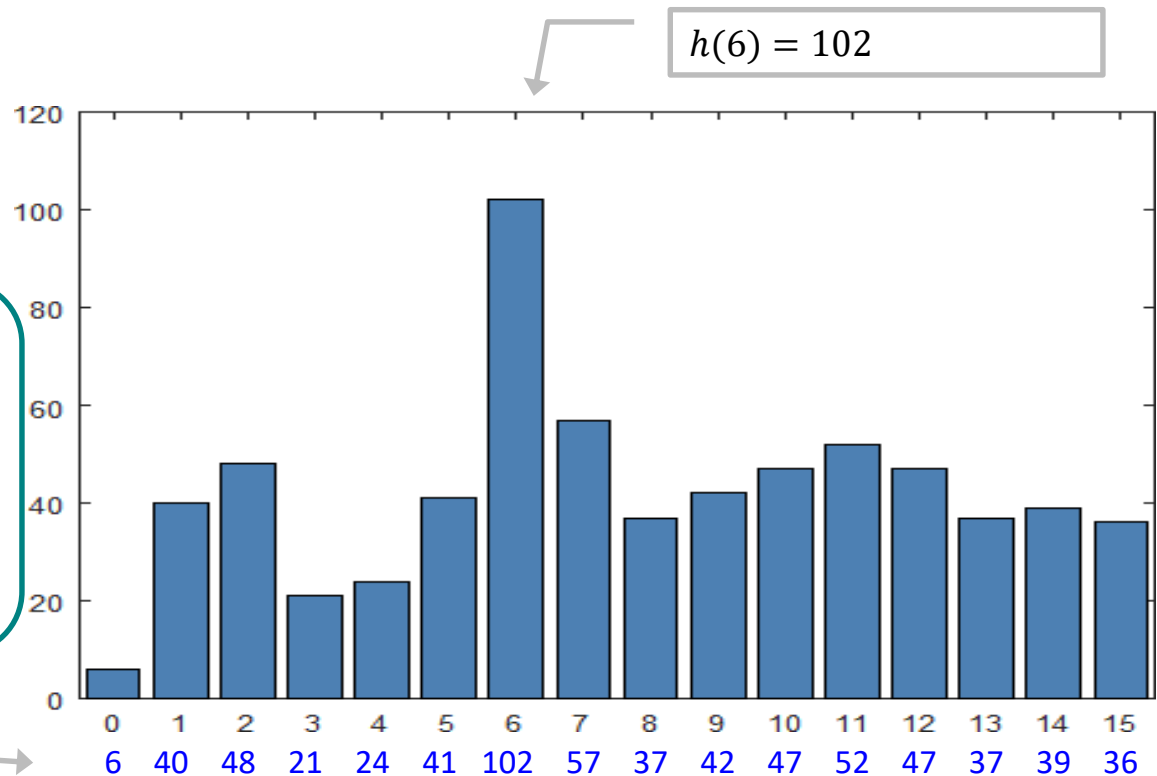
$$\sum_{i=0}^{L-1} h(i) = N = R \cdot C$$

Παράδειγμα  
4-bit grayscale εικόνα

Διαστάσεις:  $R \times C = 26 \times 26$  pixels  
Σύνολο pixels:  $N = R \cdot C = 676$

Είναι  $L = 2^4 = 16$

$h(i)$



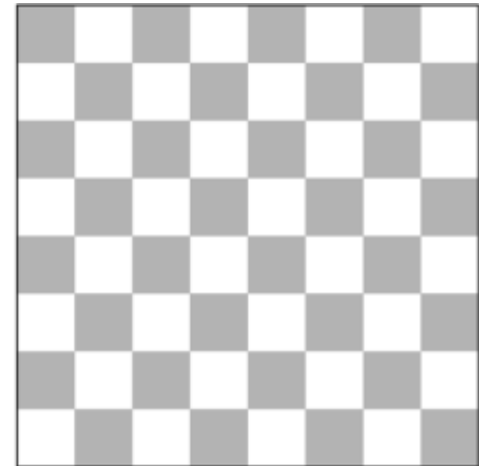
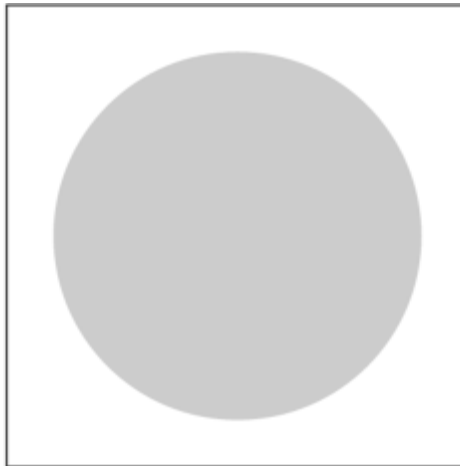
# Ιδιότητες ιστογράμματος

---

- Παρέχει **στατιστική** πληροφορία χωρίς κάποια ένδειξη για την **θέση** των pixels που έχουν την εκάστοτε grayscale τιμή
- Σε μια **σκούρα** εικόνα, η πληθώρα των pixels βρίσκεται στα αριστερά του ιστογράμματος
- Σε μια **φωτεινή** εικόνα, η πληθώρα των pixels βρίσκεται στα δεξιά του ιστογράμματος
- Μια εικόνα με καλή **αντίθεση**, τα pixels εκτείνονται σε όλο το φάσμα του ιστογράμματος

# Ιδιότητες ιστογράμματος

- Διαφορετικές εικόνες μπορεί να έχουν το ίδιο ιστόγραμμα  
Π.χ. εικόνες με **ίσο** αριθμό gray και λευκών pixels, αλλά με διαφορετική **διάταξη**



- Μια εικόνα **δεν** μπορεί να ανακτηθεί από το ιστόγραμά της (η χωρική πληροφορία έχει χαθεί)

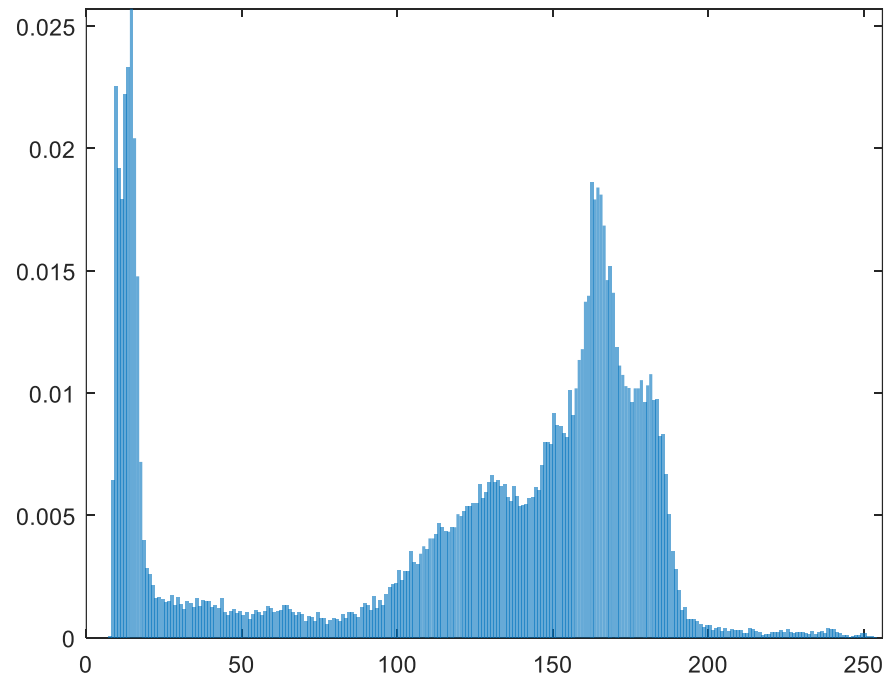
# Συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας

- Συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (**probability density function - pdf**) grayscale εικόνας  $I$  διαστάσεων  $(R \times C)$

$$p(i) = \frac{h(i)}{N} \quad \text{με } 0 \leq i \leq L - 1$$

όπου

$$N = R \cdot C = \sum_{i=0}^{L-1} h(i)$$



# Συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας

## ➤ Ιδιότητες της pdf

- Η  $p(i)$  αντιστοιχεί στο **ποσοστό** των pixel της εικόνας που έχουν graylevel τιμή  $i$ .
- Εάν επιλεγεί ένα pixel της εικόνας στην τύχη, η  $p(i)$  δίνει την **πιθανότητα** να έχει graylevel τιμή  $i$ .
- Το **άθροισμα** όλων των τιμών  $p(i)$  για  $0 \leq i \leq L - 1$  ισούται με 1.
- Η  $p(i)$  δίνει το **κανονικοποιημένο** ιστόγραμμα της grayscale εικόνας.

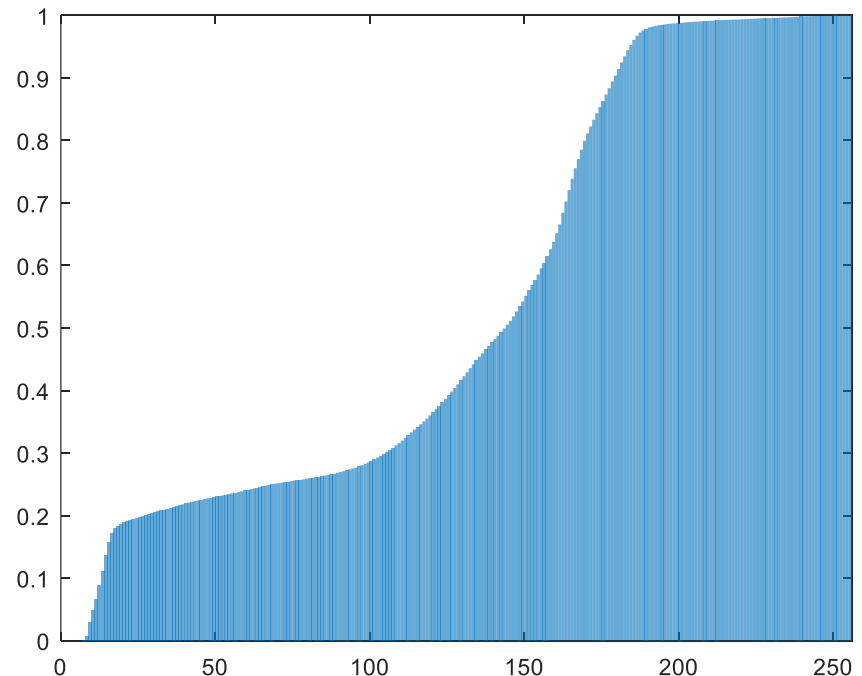
# Αθροιστική συνάρτηση κατανομής

- Αθροιστική συνάρτηση κατανομής (**cumulative probability function - cdf**) grayscale εικόνας  $I$  διαστάσεων  $(R \times C)$

$$P(i) = \sum_{k=0}^i p(k) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^i h(k) \quad \text{με } 0 \leq i \leq L - 1 \text{ και } N = R \cdot C = \sum_{i=0}^{L-1} h(i)$$

- **Ιδιότητες** της cdf

- Η  $P(i)$  αντιστοιχεί στο **ποσοστό** των pixel της εικόνας που έχουν grayscale τιμή **μικρότερη ή ίση** με  $i$ .
- Εάν επιλεγεί ένα pixel της εικόνας στην τύχη, η  $P(i)$  δίνει την **πιθανότητα** να έχει grayscale τιμή **μικρότερη ή ίση** με  $i$ .



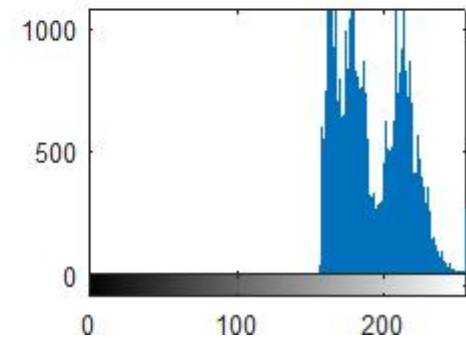
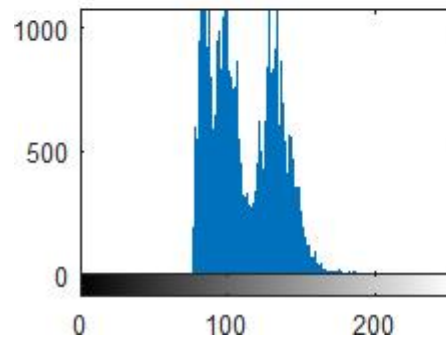
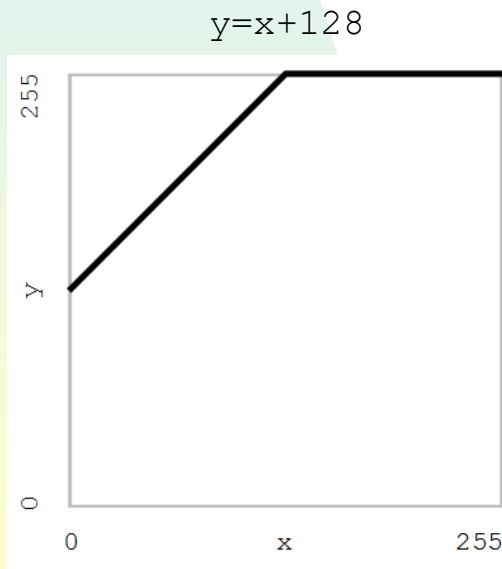
# Αριθμητικές πράξεις

- Πρόσθεση (ή αφαίρεση) μιας σταθεράς στην τιμή κάθε pixel

$$y = x + c$$

Οι τελικές τιμές **αποκόπτονται** στο εύρος τιμών [0..255]

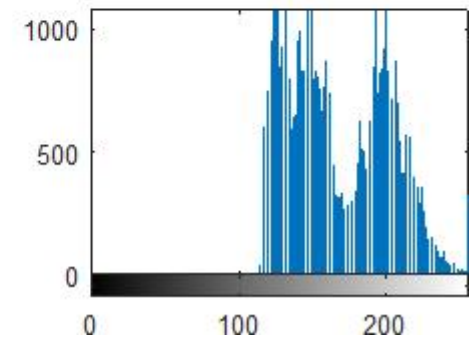
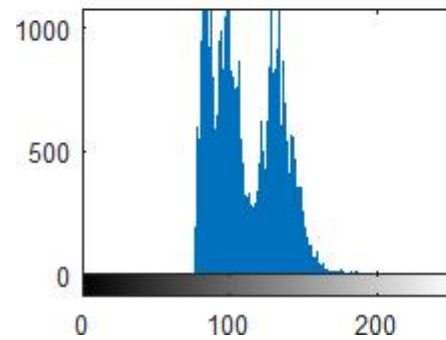
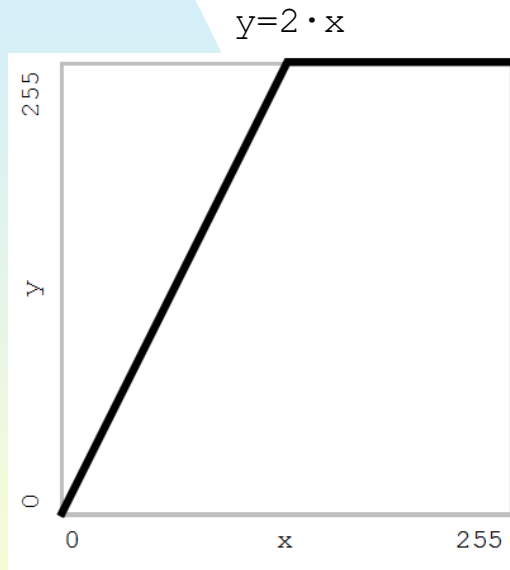
$$y = \begin{cases} 255 & \text{εάν } y > 255 \\ 0 & \text{εάν } y < 0 \end{cases}$$



# Αριθμητικές πράξεις

- Πολλαπλασιασμός (ή διαίρεση) κάθε pixel με μια σταθερά

$$y = ax$$

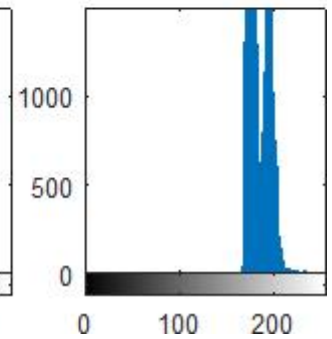
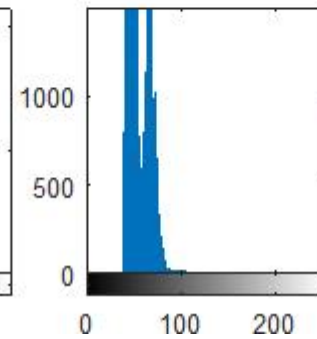
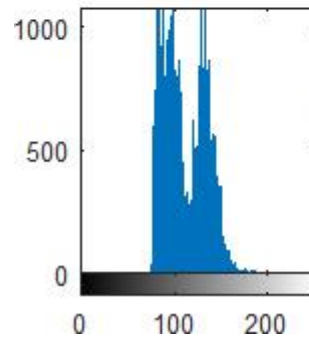
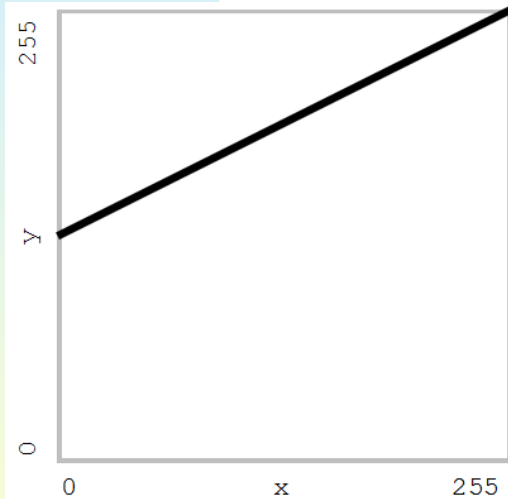


# Αριθμητικές πράξεις

- Γραμμικός μετασχηματισμός για κάθε pixel

$$y = ax + b$$

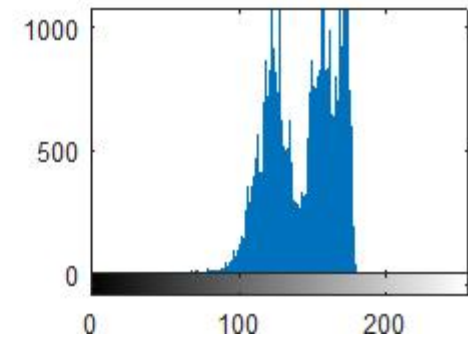
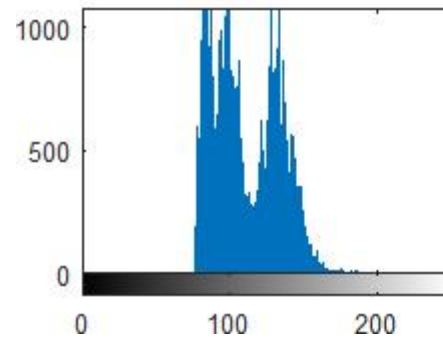
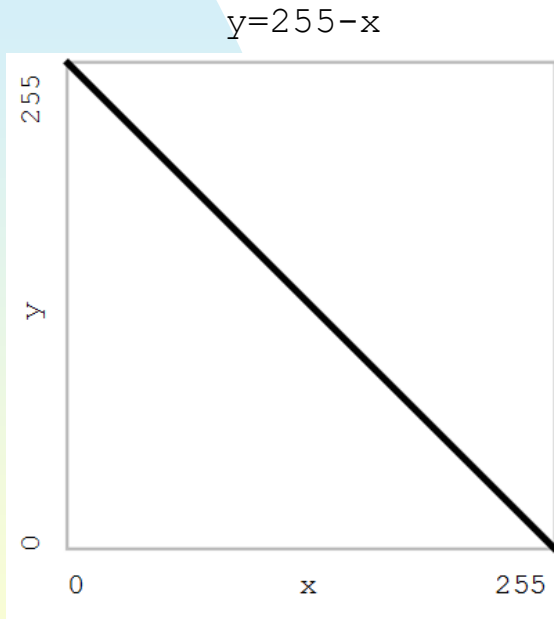
$$y = 0.5 \cdot f(x) + 128$$



# Αριθμητικές πράξεις

## ➤ Συμπλήρωμα εικόνας

$$y = 255 - x$$

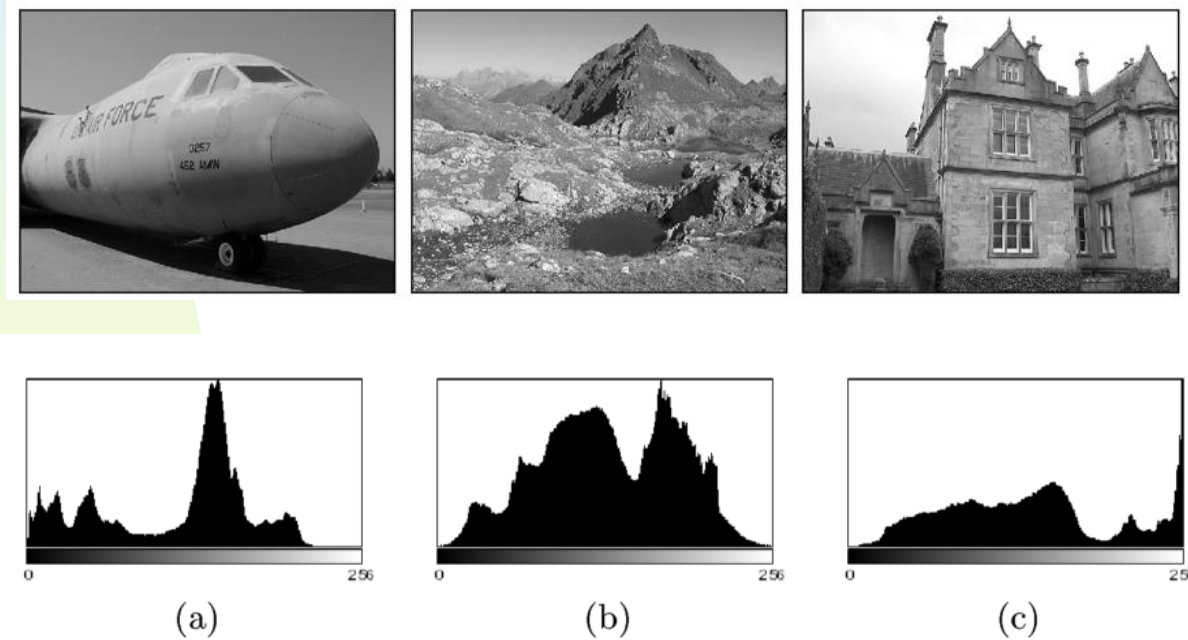


# Φωτεινότητα εικόνας

- Η φωτεινότητα της εικόνας είναι η **μέση φωτεινότητα** όλων των pixels της εικόνας

$$B(I) = \frac{1}{N} \sum_{v=1}^R \sum_{u=1}^C I(u, v) \quad \text{όπου } N = R \cdot C$$

- Χρησιμοποιείται για τον έλεγχο της έκθεσης της εικόνας



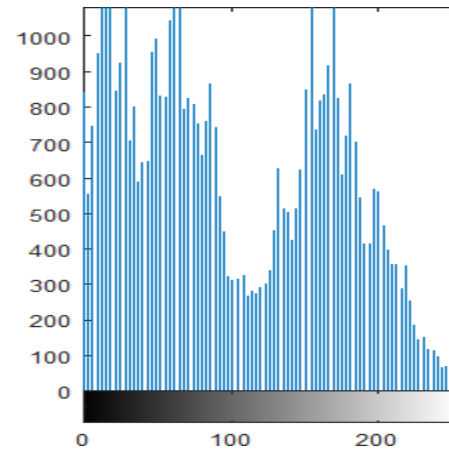
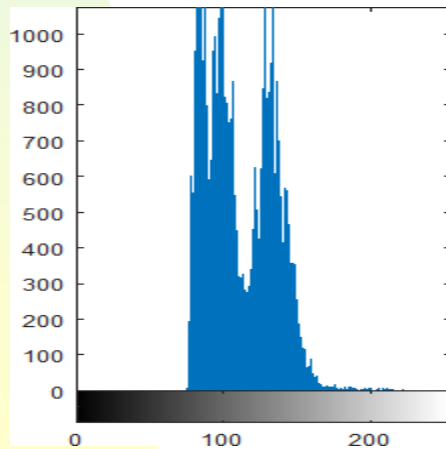
Υποέκθεση

Σωστή έκθεση

Υπερέκθεση

# Αντίθεση εικόνας

- Εκφράζεται από το **εύρος** των τιμών grayscale της εικόνας



# Αντίθεση εικόνας

## ➤ Υπολογισμός αντίθεσης

- Τύπος **Michelson**

$$C = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}$$

όπου  $I_{min}$  και  $I_{max}$  αντιστοιχούν στην ελάχιστη και μέγιστη τιμή φωτεινότητας της εικόνας.

- **Root Mean Square (RMS)**

$$C = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{v=1}^R \sum_{u=1}^C (I(u, v) - B)^2}$$

όπου  $B$  είναι η φωτεινότητα της εικόνας και  $N = R \cdot C$

# Μετασχηματισμός γάμα

## ➤ Μετασχηματισμός Γάμα (**gamma correction**)

$$y = x^\gamma \quad \text{για } x \in [0..1] \text{ και } \gamma > 0$$

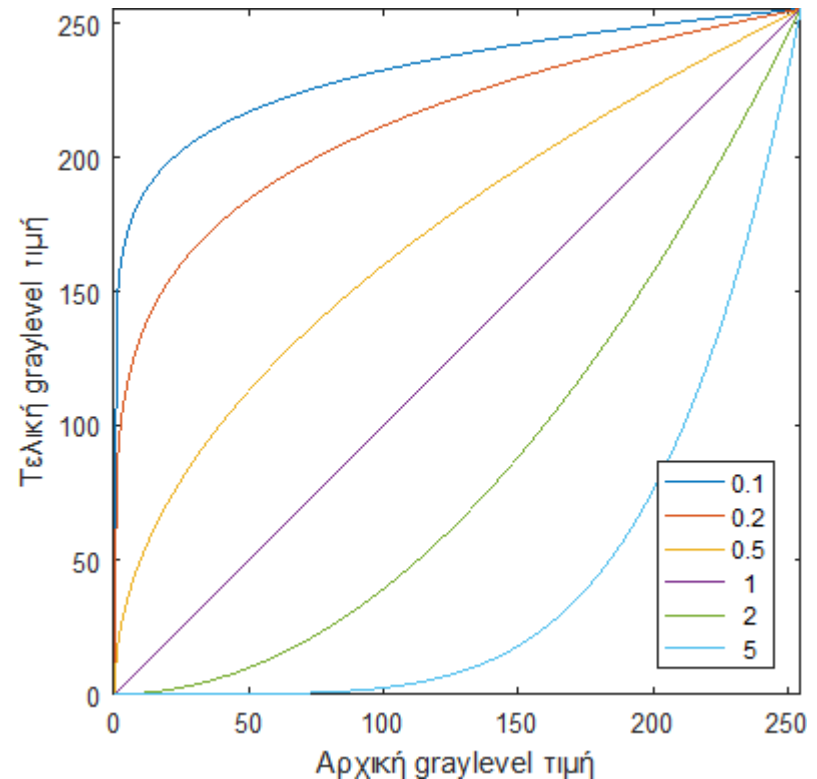
ή

$$y = 255 \cdot (x/255)^\gamma \quad \text{για } x \in [0..255] \text{ και } \gamma > 0$$

## ➤ Ιδιότητες

- Για  $\gamma < 1$  βελτιώνει τις σκοτεινές περιοχές της εικόνας
- Στο διάστημα  $[0..1]$  η συνάρτηση είναι συνεχής και αύξουσα και συνεπώς μπορεί να αντιστραφεί

$$x = y^{1/\gamma}$$



# Μετασχηματισμός γάμα

## ➤ Παράδειγμα

Αρχική εικόνα



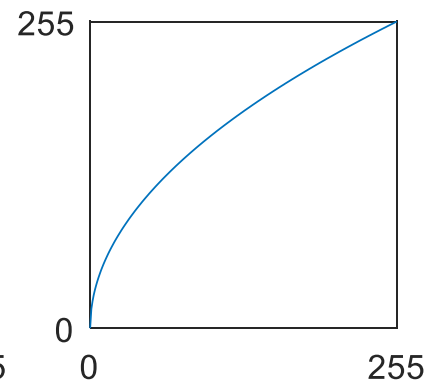
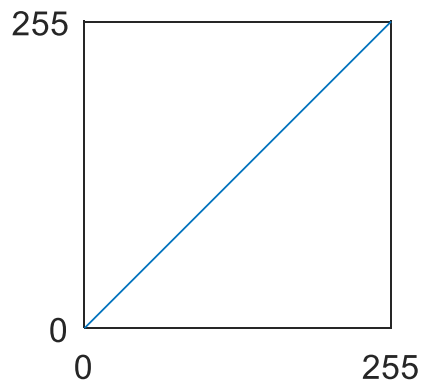
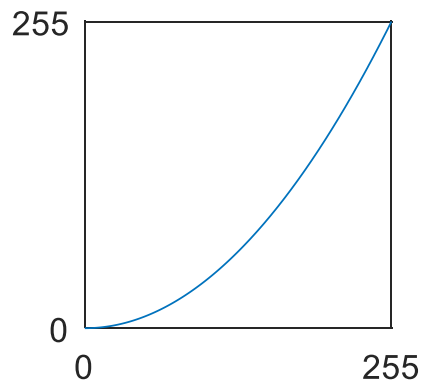
$\gamma=2$



$\gamma=1$



$\gamma=0.5$



# Αυτόματη ρύθμιση αντίθεσης

## ➤ Auto contrast

Διαδικασία μέσω της οποίας οι τιμές των pixel της εικόνας διευρύνονται σε όλο το διαθέσιμο φάσμα τιμών φωτεινότητας.

$$y = x_{min} + (x - x_{low}) \cdot \frac{x_{max} - x_{min}}{x_{high} - x_{low}}$$

όπου

$x_{low}$ ,  $x_{high}$  δίνουν το εύρος των τιμών φωτεινότητας της **εικόνας**

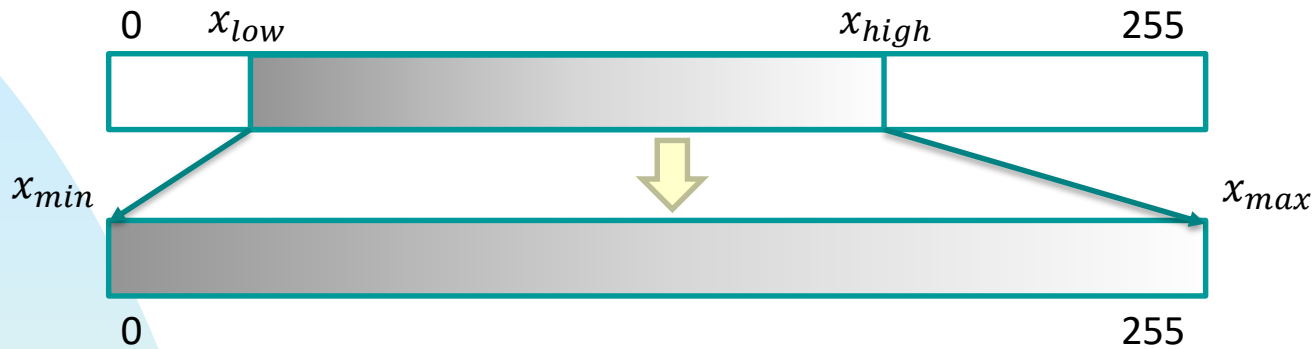
$x_{min}$ ,  $x_{max}$  δίνουν το εύρος των **διαθέσιμων** τιμών φωτεινότητας

- Θεωρείται ότι  $x_{low} \neq x_{high}$  δηλαδή ότι η εικόνα περιέχει τουλάχιστον δύο διαφορετικές τιμές φωτεινότητας.
- Για συνήθεις τιμές  $x_{min} = 0$  και  $x_{max} = 255$  η σχέση απλοποιείται σε

$$y = (x - x_{low}) \cdot \frac{255}{x_{high} - x_{low}}$$

# Αυτόματη ρύθμιση αντίθεσης

## ➤ Auto contrast



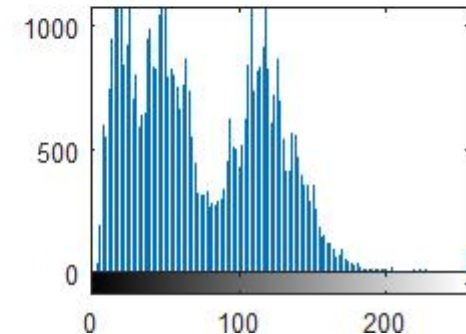
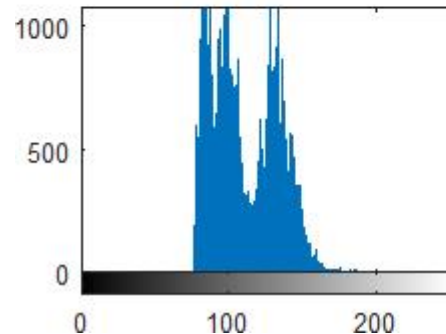
## ➤ Παρατηρήσεις

- Το εύρος  $[x_{min} \dots x_{max}]$  μπορεί να είναι οποιοδήποτε διάστημα graylevel τιμών
- Μπορεί να χρησιμοποιηθεί και για την μείωση της αντίθεσης της εικόνας

Αρχική εικόνα



Auto contrast



# Αυτόματη ρύθμιση αντίθεσης

## ➤ Πρόβλημα

Η μέθοδος μπορεί να επηρεαστεί από ακραίες μικρές ή μεγάλες τιμές graylevel, οι οποίες επηρεάζουν τις τιμές  $x_{low}$ ,  $x_{high}$  αλλά δεν είναι αντιπροσωπευτικές της εικόνας.

Π.χ. εάν υπάρχει ένα μόνο pixel στην εικόνα με graylevel τιμή 0 και ένα ακόμη με τιμή 255 τότε η μέθοδος δεν έχει αποτέλεσμα.

## ➤ Προσέγγιση

- Ορίζονται δύο κατώφλια αποκοπής,  $c_{low}$  και  $c_{high}$  για τις μικρές και τις μεγάλες τιμές του ιστογράμματος, αντίστοιχα.
- Κατά τον γραμμικό μετασχηματισμό δεν λαμβάνονται υπόψη τιμές μικρότερες από  $c_{low}$  και μεγαλύτερες από  $c_{high}$ , αντίστοιχα.
- Τα κατώφλια εξαρτώνται από το περιεχόμενο της εικόνας και μπορούν να υπολογιστούν χρησιμοποιώντας την αθροιστική συνάρτηση κατανομής  $H(i)$ .

# Αυτόματη ρύθμιση αντίθεσης

## ➤ Τροποποιημένη μέθοδος auto contrast

Το νέο εύρος τιμών  $[\hat{x}_{low}, \hat{x}_{high}]$  είναι Πλήθος pixels εικόνας

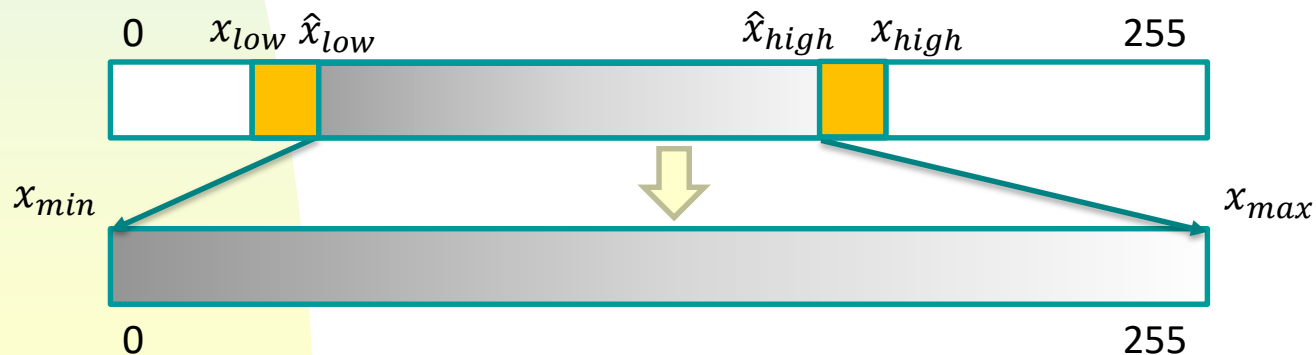
$$\hat{x}_{low} = \min\{i \mid H(i) \geq N \cdot c_{low}\}$$

και

$$\hat{x}_{high} = \max\{i \mid H(i) \leq N \cdot (1 - c_{high})\}$$

όπου

$$0 \leq c_{low}, c_{high} \leq 1 \quad \text{και} \quad 0 \leq c_{low} + c_{high} \leq 1$$



# Αυτόματη ρύθμιση αντίθεσης

## ➤ Παράδειγμα

Αρχική εικόνα



Auto contrast

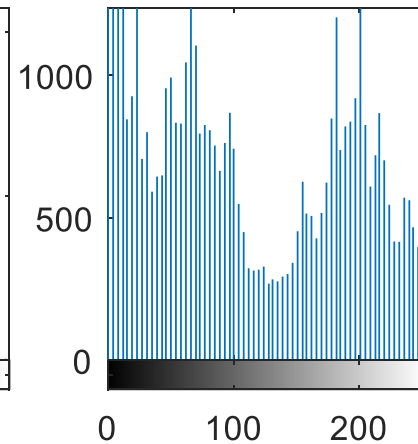
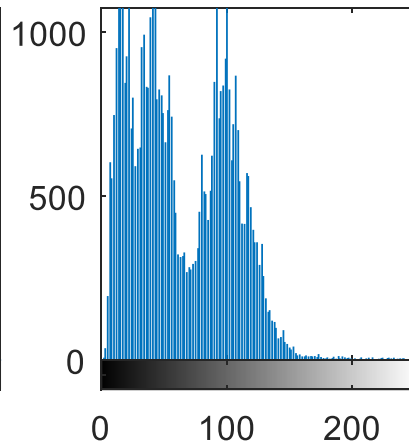
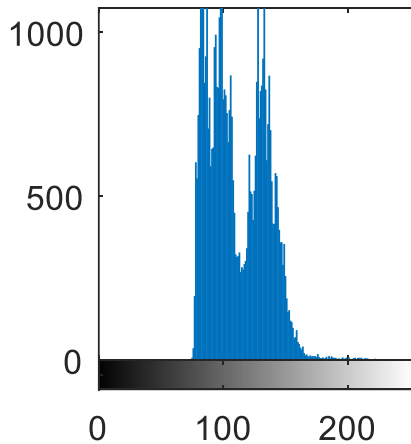


$$c_{low} = c_{high} = 0$$

Modified auto contrast



$$c_{low} = c_{high} = 0.05$$



# Γραμμική τμηματική ρύθμιση αντίθεσης

- Εκφράζεται ως μια ακολουθία από  $N + 1$  ζεύγη  
 $\langle a(0), b(0) \rangle, \langle a(1), b(1) \rangle, \dots, \langle a(k), b(k) \rangle, \dots, \langle a(N), b(N) \rangle$

όπου

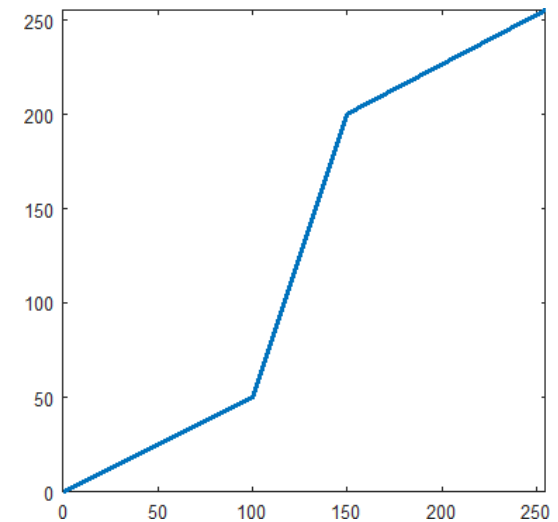
$$0 \leq a(k), b(k) \leq L - 1$$

με

$$a(k) < a(k + 1) \quad \text{και} \quad b(k) < b(k + 1)$$

- Το αρχικό και το τελικό σημείο είναι  $\langle 0,0 \rangle$  και  $\langle L - 1, L - 1 \rangle$ , αντίστοιχα, όπου  $L$  το πλήθος των graylevel τιμών.
- Ορίζονται συνολικά  $N$  ευθύγραμμα τμήματα

$N = 3$   
 $L = 255$   
 $\langle a, b \rangle = \langle 0,0 \rangle, \langle 100,50 \rangle, \langle 150,200 \rangle, \langle 255,255 \rangle$



# Γραμμική τμηματική ρύθμιση αντίθεσης

- Ο μετασχηματισμός για τα pixel της αρχικής εικόνας που εμπíπτουν στο  $i$ -οστό ευθύγραμμο τμήμα είναι

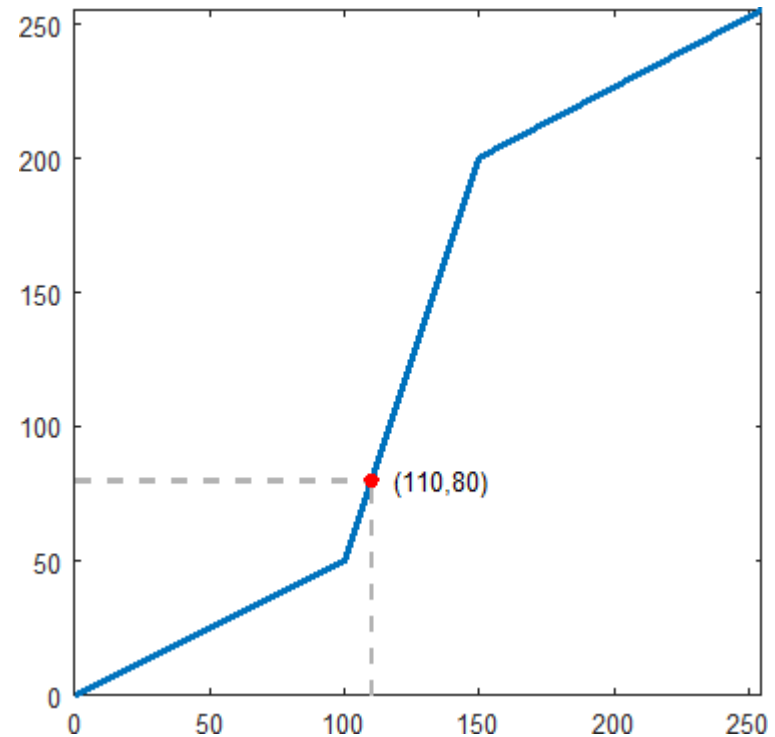
$$y = \frac{b(i) - b(i - 1)}{a(i) - a(i - 1)} (x - a(i - 1)) + b(i - 1)$$

για

$$1 \leq i \leq N$$

$N = 3$   
 $L = 255$   
 $\langle a, b \rangle = \langle 0, 0 \rangle, \langle 100, 50 \rangle, \langle 150, 200 \rangle, \langle 255, 255 \rangle$

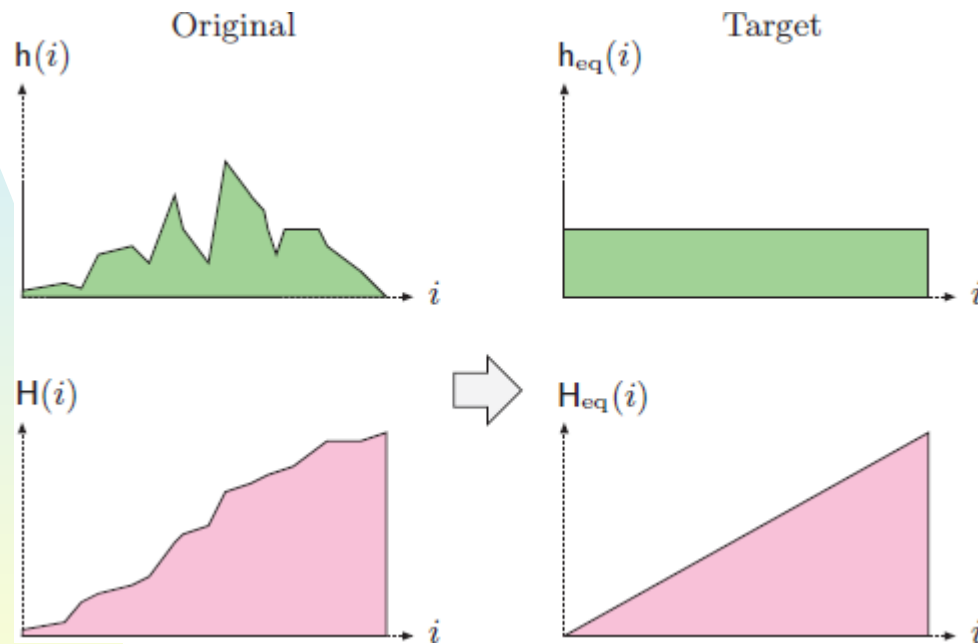
Για  $x = 110$  είναι  $y = 80$



# Ισοστάθμιση ιστογράμματος

## ➤ Περιγραφή

Σημειακός μετασχηματισμός με σκοπό το ιστογράμμα της τελικής εικόνας να προσεγγίζει την **ομοιόμορφη** (uniform) κατανομή



## ➤ Χρήση

- Αυτοματοποιημένη αύξηση αντίθεσης
- Σύγκριση εικόνων μέσω ιστογράμματος

# Ισοστάθμιση ιστογράμματος

Για μια grayscale εικόνα  $I(u, v) \in [0, L - 1]$  με τιμές ιστογράμματος  $h(i)$  για  $0 \leq i \leq L - 1$ , η  $i$ -οστή τιμή του **ισοσταθμισμένου** ιστογράμματος είναι

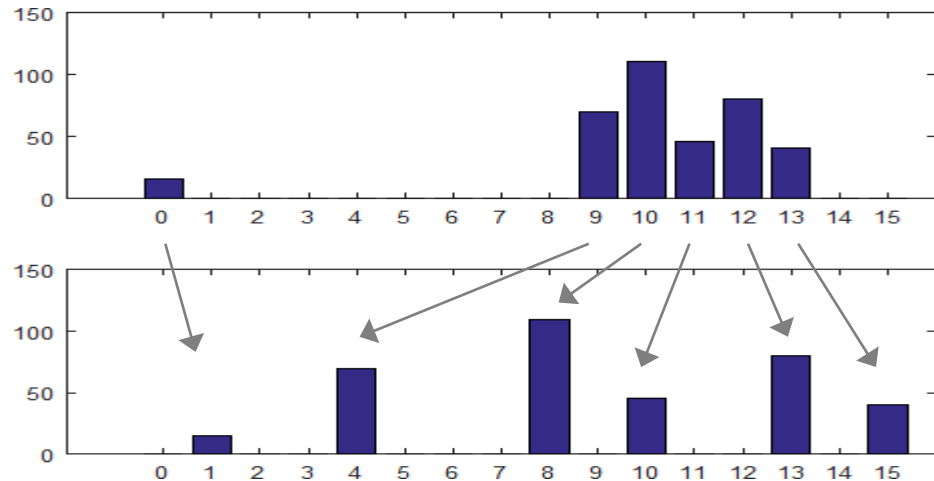
$$h_{eq}(i) = \left[ H(i) \cdot \frac{L - 1}{N} \right] = \left[ \frac{h(0) + h(1) + \dots + h(i)}{N} (L - 1) \right] = P(i)(L - 1)$$

όπου  $H(i) = \sum_{k=0}^i h(k)$  και  $P(i)$  η αθροιστική συνάρτηση κατανομής.

Το  $[ \ ]$  συμβολίζει την  
στρογγυλοποίηση στον  
πλησιέστερο ακέραιο

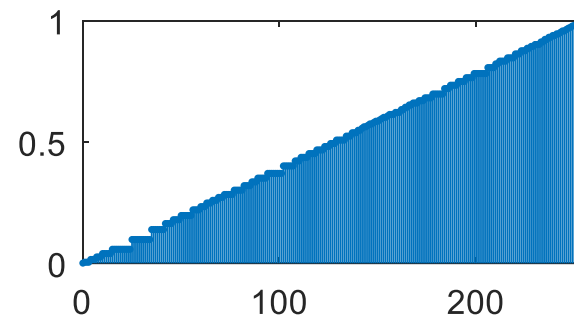
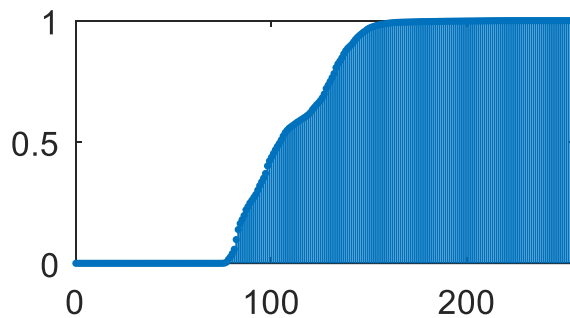
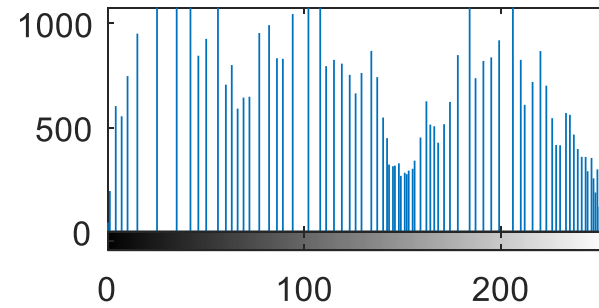
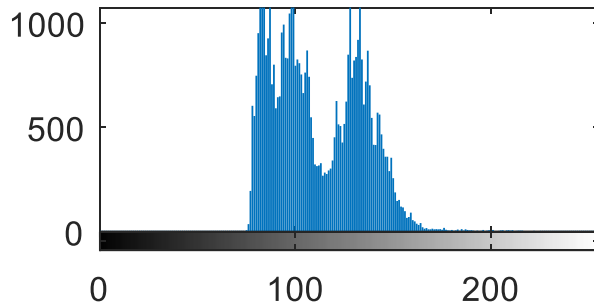
Ιστόγραμμα:

0	15
9	70
10	110
11	45
12	80
13	40



# Ισοστάθμιση ιστογράμματος

## ➤ Παράδειγμα



# Κατωφλίωση

- Χρήση κατωφλίου για απεικόνιση των  $L$  graylevels μιας εικόνας σε 2 προκαθορισμένες τιμές φωτεινότητας  $c_0$  και  $c_1$

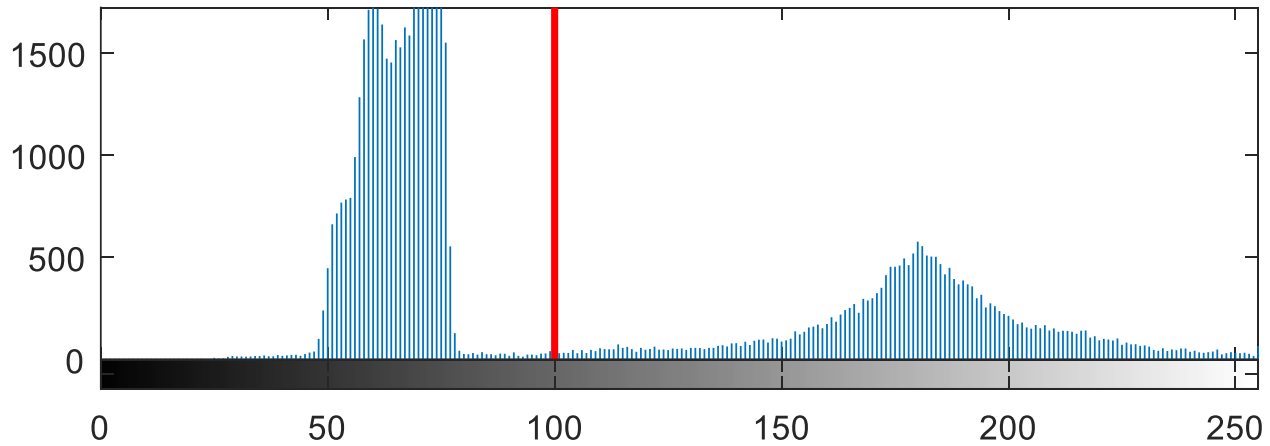
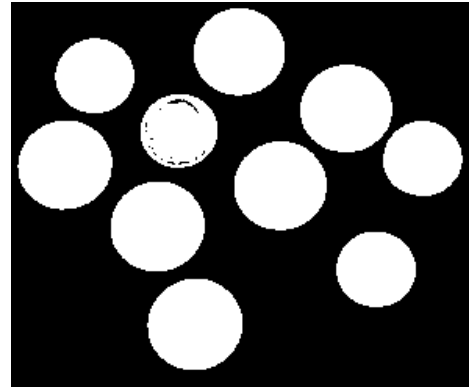
$$y = \begin{cases} c_0, & x < t \\ c_1, & x \geq t \end{cases} \quad \text{με } 0 \leq t \leq L - 1$$

όπου  $t$  το κατώφλι φωτεινότητας

- Είναι συνήθης μέθοδος για την μετατροπή μιας grayscale εικόνας σε δυαδική (binary) με  $c_0 = 0$  και  $c_1 = 1$ .
- Χρησιμοποιείται εκτενώς σε προβλήματα τμηματοποίησης (segmentation) για τον διαχωρισμό αντικειμένων από το υπόβαθρο (background).

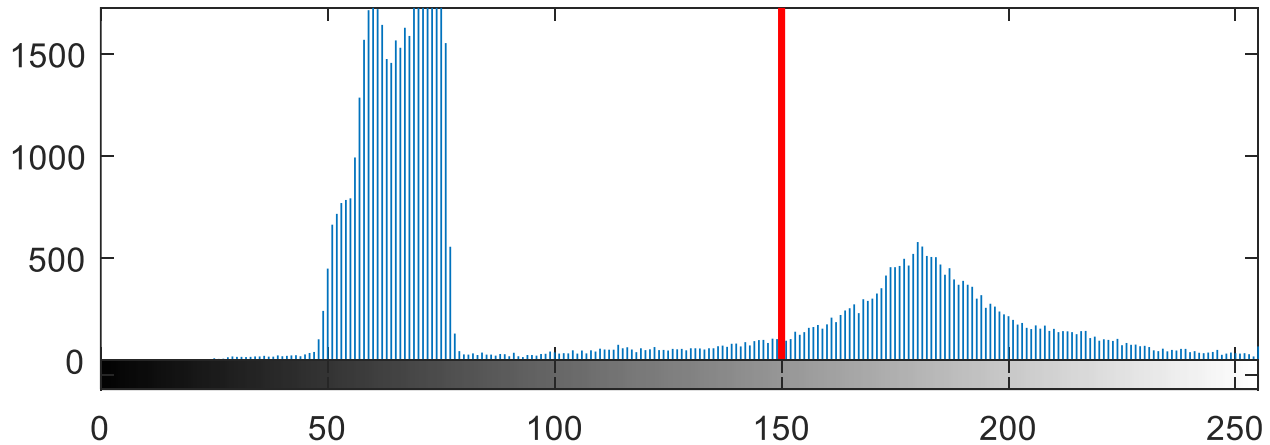
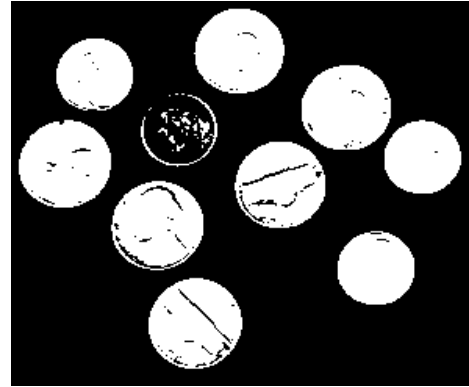
# Κατωφλίωση

➤ Παράδειγμα



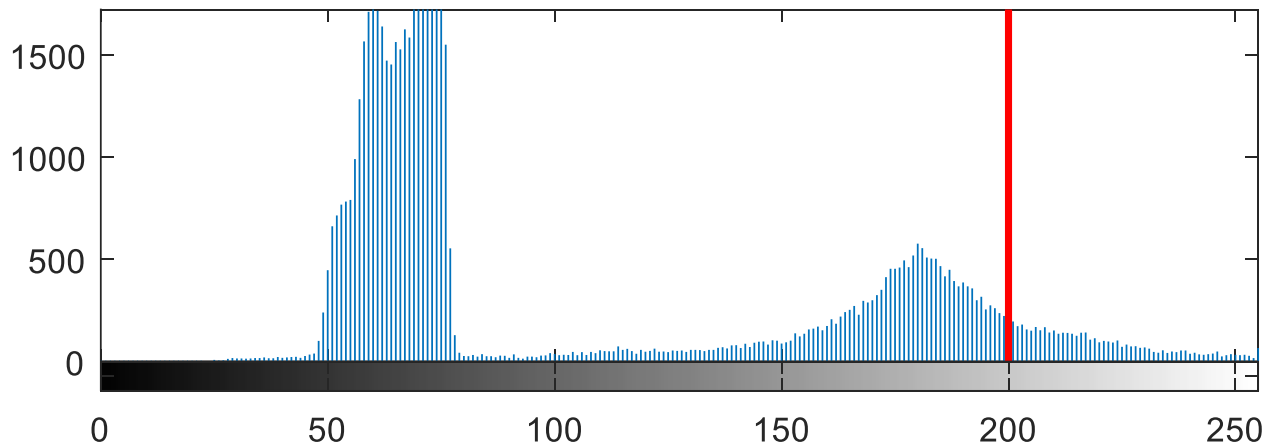
# Κατωφλίωση

➤ Παράδειγμα (συν.)



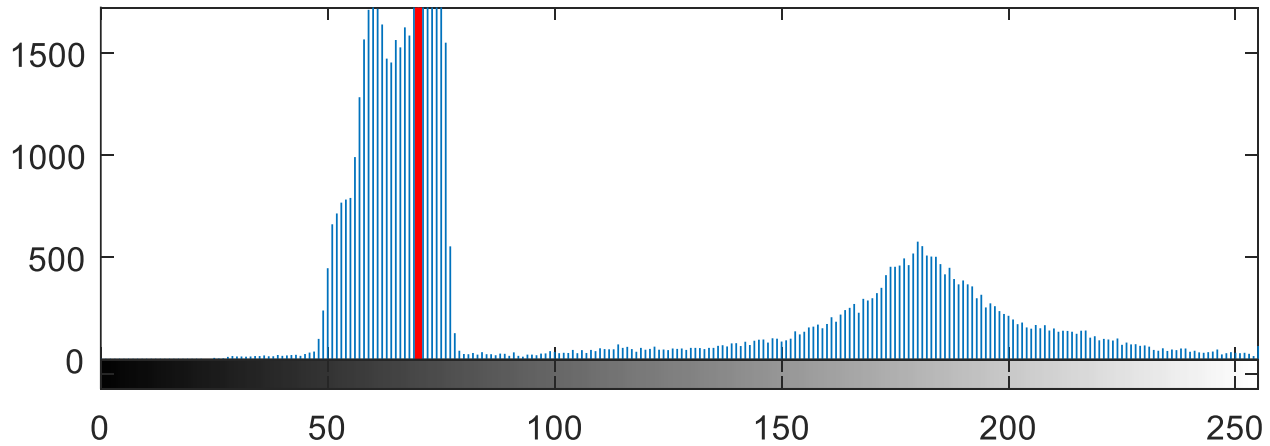
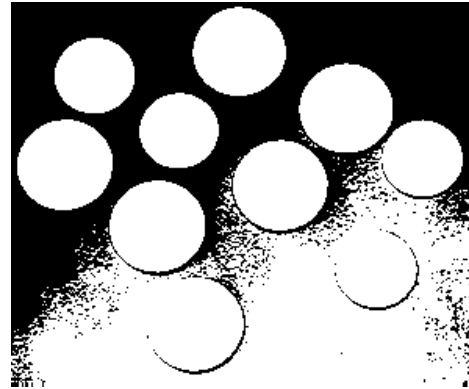
# Κατωφλίωση

➤ Παράδειγμα (συν.)



# Κατωφλίωση

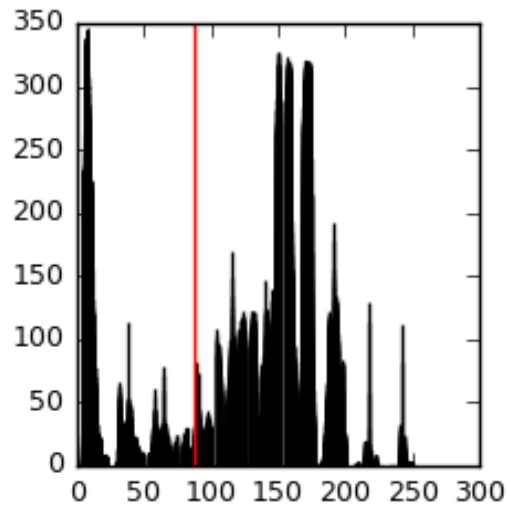
➤ Παράδειγμα (συν.)



# Μέθοδος κατωφλίωσης του Otsu

## ➤ Στόχος

Προσδιορισμός της «βέλτιστης» τιμής κατωφλίου  $T$  για τον διαχωρισμό της εικόνας σε δύο κλάσεις και την μετατροπή της σε δυαδική.



# Μέθοδος κατωφλίωσης του Otsu

## ➤ Περιγραφή αλγορίθμου

Έστω κατώφλι  $t$  με  $1 \leq t \leq L - 1$  όπου  $L$  το πλήθος των graylevel της εικόνας.

Το κατώφλι χωρίζει την εικόνα σε δύο κλάσεις  $C_0$  και  $C_1$  ως εξής:

$$C_0 = \{(u, v) \mid I(u, v) \in [0 \dots t - 1]\} \leftarrow \text{Τα pixel της 1ης κλάσης}$$

και

$$C_1 = \{(u, v) \mid I(u, v) \in [t \dots L - 1]\} \leftarrow \text{Τα pixel της 2ης κλάσης}$$

Η πιθανότητα κάθε κλάσης είναι

$$\omega_0(t) = \sum_{i=0}^{t-1} p_i \quad \text{και} \quad \omega_1(t) = \sum_{i=t}^{L-1} p_i$$

Η μέση τιμή κάθε κλάσης είναι

$$\mu_0(t) = \frac{1}{\omega_0(t)} \sum_{i=0}^{t-1} i p_i \quad \text{και} \quad \mu_1(t) = \frac{1}{\omega_1(t)} \sum_{i=t}^{L-1} i p_i$$

# Μέθοδος κατωφλίωσης του Otsu

## ➤ Περιγραφή αλγορίθμου

Η διασπορά των κλάσεων είναι

$$\sigma_0^2(t) = \frac{1}{\omega_0(t)} \sum_{i=0}^{t-1} (i - \mu_0(t))^2 p_i$$

$$\sigma_1^2(t) = \frac{1}{\omega_1(t)} \sum_{i=t}^{L-1} (i - \mu_1(t))^2 p_i$$

Συνολική διασπορά **εντός κλάσεων**

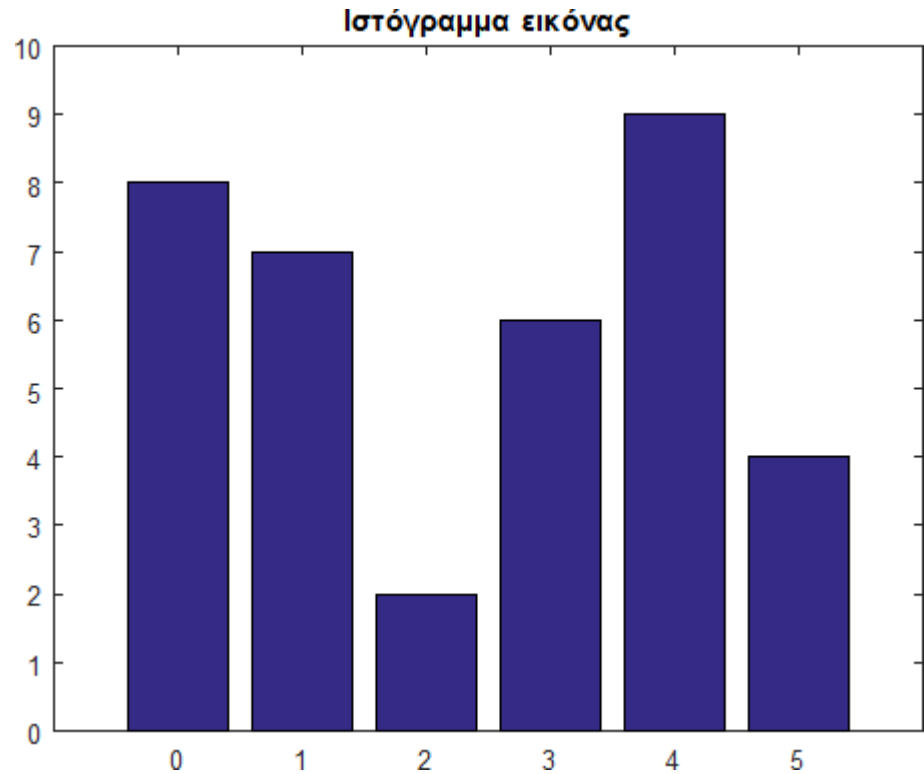
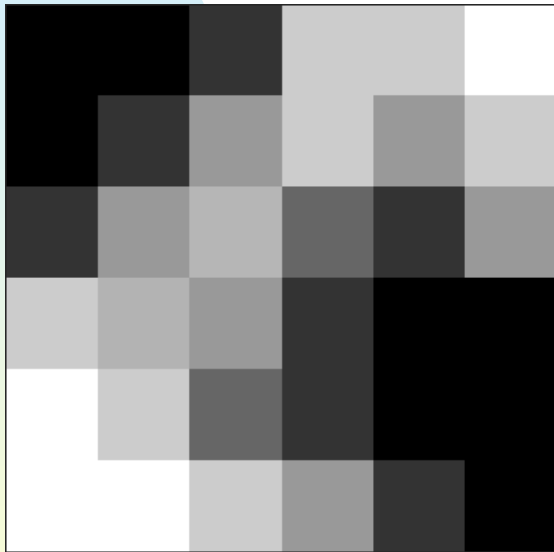
$$\sigma_W^2(t) = \omega_0(t)\sigma_0^2(t) + \omega_1(t)\sigma_1^2(t)$$

Το κατώφλι  **$T$**  αντιστοιχεί στην τιμή του  $t$  που **ελαχιστοποιεί** την διασπορά εντός κλάσεων  $\sigma_W(t)$

$$T = \underset{t}{\operatorname{argmin}} \left( \sigma_W^2(t) \right)$$

# Μέθοδος κατωφλίωσης του Otsu

➤ Παράδειγμα



# Μέθοδος κατωφλίωσης του Otsu

## ➤ Παράδειγμα

- Αριθμητική επίλυση για  $t = 3$

Πιθανότητα κλάσης

$$\omega_0(t) = \sum_{i=0}^{t-1} p_i = \frac{8}{36} + \frac{7}{36} + \frac{2}{36} = 0.4722$$

$$\omega_1(t) = \sum_{i=t}^{L-1} p_i = \frac{6}{36} + \frac{9}{36} + \frac{4}{36} = 0.5278$$

Μέση τιμή κλάσης

$$\mu_0(t) = \frac{1}{\omega_0(t)} \sum_{i=0}^{t-1} i p_i = \frac{1}{0.4722} \left( 0 \cdot \frac{8}{36} + 1 \cdot \frac{7}{36} + 2 \cdot \frac{2}{36} \right) = 0.6471$$

$$\mu_1(t) = \frac{1}{\omega_1(t)} \sum_{i=t}^{L-1} i p_i = \frac{1}{0.5278} \left( 3 \cdot \frac{6}{36} + 4 \cdot \frac{9}{36} + 5 \cdot \frac{4}{36} \right) = 3.8947$$

# Μέθοδος κατωφλίωσης του Otsu

## ➤ Παράδειγμα

- Αριθμητική επίλυση για  $t = 3$

Διασπορά κλάσης

$$\sigma_0^2(t) = \frac{1}{\omega_0(t)} \sum_{i=0}^{t-1} (i - \mu_0(t))^2 p_i$$

$$= \frac{1}{0.4722} \left( (0 - 0.6471)^2 \cdot \frac{8}{36} + (1 - 0.6471)^2 \cdot \frac{7}{36} + (2 - 0.6471)^2 \cdot \frac{2}{36} \right)$$
$$= 0.4637$$

$$\sigma_1^2(t) = \frac{1}{\omega_1(t)} \sum_{i=t}^{L-1} (i - \mu_1(t))^2 p_i$$

$$= \frac{1}{0.5278} \left( (3 - 3.8947)^2 \cdot \frac{6}{36} + (4 - 3.8947)^2 \cdot \frac{9}{36} + (5 - 3.8947)^2 \cdot \frac{4}{36} \right)$$
$$= 0.5152$$

Συνολική διασπορά **εντός κλάσεων**

$$\sigma_W(t) = \omega_0(t)\sigma_0^2(t) + \omega_1(t)\sigma_1^2(t) = 0.4722 \cdot 0.4637 + 0.5277 \cdot 0.5152$$
$$= 0.4909$$

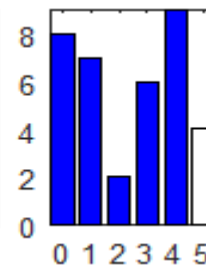
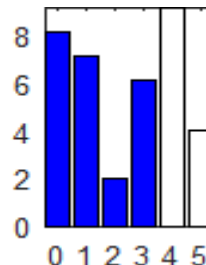
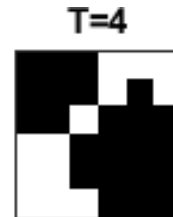
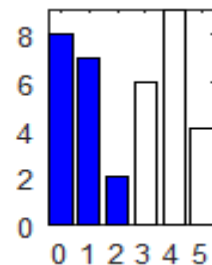
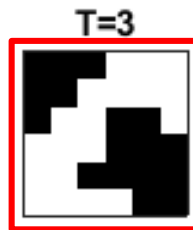
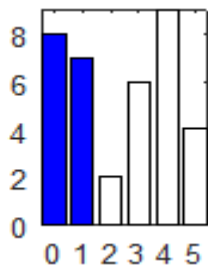
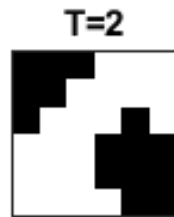
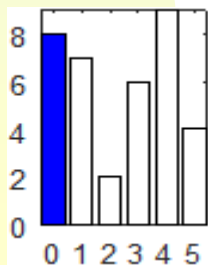
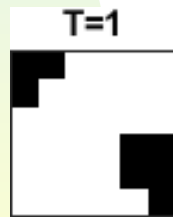
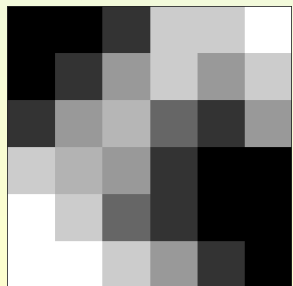
# Μέθοδος κατωφλίωσης του Otsu

## ➤ Παράδειγμα

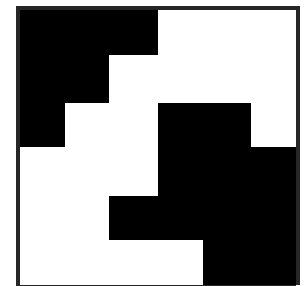
- Υπολογισμός για όλα τα  $t$

	$T = 1$	$T = 2$	$T = 3$	$T = 4$	$T = 5$
$w_0(t)$	0.2222	0.4167	0.4722	0.6389	0.8889
$m_0(t)$	0	0.4667	0.6471	1.2609	2.0313
$s_0(t)$	0	0.2489	0.4637	1.4102	2.5303
$w_1(t)$	0.7778	0.5833	0.5278	0.3611	0.1111
$m_1(t)$	3.0357	3.7143	3.8947	4.3077	5.0000
$s_1(t)$	1.9630	0.7755	0.5152	0.2130	0.0000
$s_W(t)$	1.5268	0.5561	0.4909	0.9779	2.2491

Grayscale εικόνα



Binary εικόνα



# Μέθοδος κατωφλίωσης του Otsu

## ➤ Ταχύτερη παραλλαγή αλγορίθμου

Ο υπολογισμός του κατωφλίου  $T$  μπορεί να υπολογιστεί μέσω της διασποράς **μεταξύ** των κλάσεων.

Συνολική διασπορά της εικόνας

$$\sigma^2 = \sigma_W^2 + \sigma_B^2$$

Διασπορά **μεταξύ** των κλάσεων

$$\sigma_B^2(t) = \omega_0(t)(\mu_0(t) - \mu)^2 + \omega_1(t)(\mu_1(t) - \mu)^2 \rightarrow$$

$$\sigma_B^2(t) = \omega_0(t)\omega_1(t)(\mu_0(t) - \mu_1(t))^2$$

όπου

$$\mu = \omega_0(t)\mu_0(t) + \omega_1(t)\mu_1(t) = \sum_{i=0}^{L-1} ip_i$$

Το κατώφλι  $T$  αντιστοιχεί στην τιμή του  $t$  που **μεγιστοποιεί** την διασπορά μεταξύ κλάσεων  $\sigma_B(t)$

$$T = \underset{t}{\operatorname{argmax}}(\sigma_B(t))$$

# Μέθοδος κατωφλίωσης του Otsu

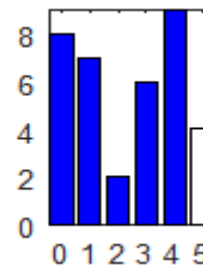
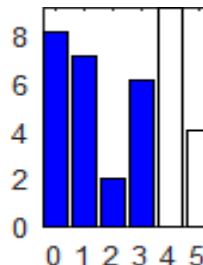
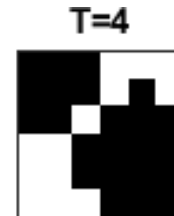
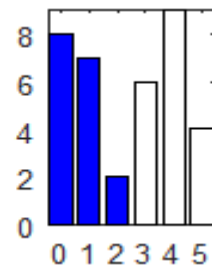
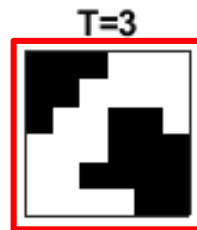
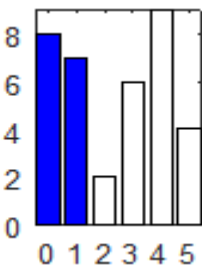
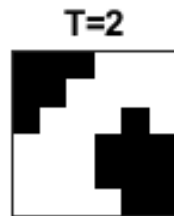
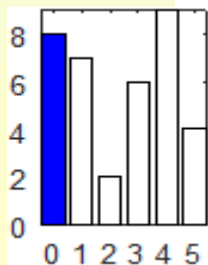
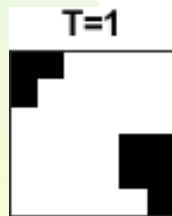
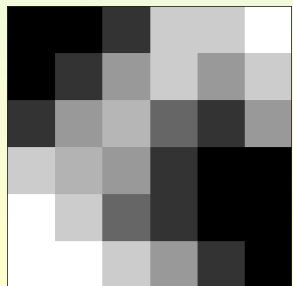
## ➤ Παράδειγμα

- Υπολογισμός για όλα τα  $t$  μέσω της διασποράς **μεταξύ** κλάσεων

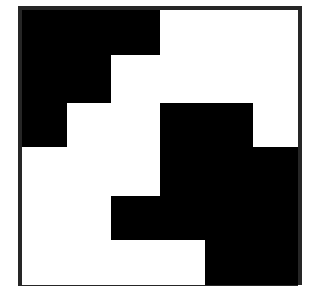
	$T = 1$	$T = 2$	$T = 3$	$T = 4$	$T = 5$
$w_0(t)$	0.2222	0.4167	0.4722	0.6389	0.8889
$m_0(t)$	0	0.4667	0.6471	1.2609	2.0313
$w_1(t)$	0.7778	0.5833	0.5278	0.3611	0.1111
$m_1(t)$	3.0357	3.7143	3.8947	4.3077	5.0000
$s_W(t)$	1.5268	0.5561	0.4909	0.9779	2.2491
$s_B(t)$	1.5928	2.5635	<b>2.6287</b>	2.1417	0.8705

Συνολική  
διασπορά  
 $\sigma^2 = \sigma_W^2 + \sigma_B^2$   
 $= 3.1196$

Grayscale εικόνα



Binary εικόνα



# Προσαρμοσμένη κατωφλίωση

## ➤ Υπολογισμός του κατωφλίου βάσει της τοπικής πληροφορίας

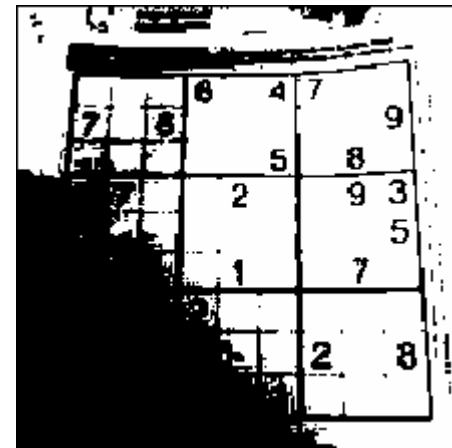
Εφαρμογή σε εικόνες όπου η καθολική κατωφλίωση παράγει μη ικανοποιητικά αποτελέσματα, π.χ. εικόνες με μεταβλητό θόρυβο, ανομοιόμορφη φωτεινότητα υποβάθρου, τοπικά χαμηλή αντίθεση κ.α.

Το κατώφλι φωτεινότητας για κάθε pixel  $x_i$  της εικόνας  $I$  υπολογίζεται από τις τιμές των pixel σε ένα παράθυρο  $R_i$  γύρω από το  $x_i$ .

Grayscale εικόνα



Μέθοδος Otsu



Οι τιμές φωτεινότητας που αντιστοιχούν στο κείμενο και στο υπόβαθρο επικαλύπτονται

# Προσαρμοσμένη κατωφλίωση

## ➤ Τεχνικές

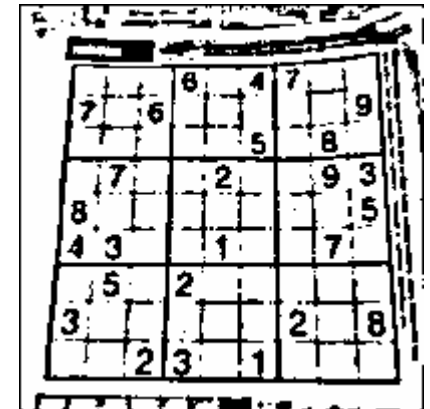
### Μέση ή ενδιάμεση τιμή

Το κατώφλι  $t$  επιλέγεται ως η μέση ή ενδιάμεση τιμή των pixel του παραθύρου:

$$t_i = \text{mean}(R_i) - C$$

Ή

$$t_i = \text{median}(R_i) - C$$



### Ενδιάμεση graylevel τιμή

Το κατώφλι επιλέγεται ως η ενδιάμεση τιμή των pixel του παραθύρου:

$$t_i = \frac{\min(R_i) + \max(R_i)}{2} - C$$

Η σταθερά  $C$  έχει 0 ή θετική τιμή. Για τιμές πχ. 5 ή 10 βελτιώνει τα αποτελέσματα σε περιοχές της εικόνας με ομοιογενή φωτεινότητα.

# Προσαρμοσμένη κατωφλίωση

## ➤ Τεχνικές

### Μέθοδος Bernsen

Έστω η ενδιάμεση τιμή του παραθύρου

$$t_i = \frac{\min(R_i) + \max(R_i)}{2}$$

Ο χρήστης καθορίζει ένα κατώφλι αντίθεσης  $k$ .

Εάν  $\max(R_i) - \min(R_i) \geq k$  τότε

$$y_i = \begin{cases} c_0, & x_i < t_i \\ c_1, & x_i \geq t_i \end{cases}$$

Αλλιώς το παράθυρο θεωρείται ότι αποτελείται από pixel της ίδιας κλάσης οπότε

$$y_i = \begin{cases} c_0, & t_i < 128 \\ c_1, & t_i \geq 128 \end{cases}$$