



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΑΤΤΙΚΗΣ

ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΤΟΠΟΓΡΑΦΙΑΣ ΚΑΙ ΓΕΩΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ

Μεταπτυχιακό Πρόγραμμα «Γεωχωρικές Τεχνολογίες»

**Ψηφιακή Επεξεργασία Εικόνας**

Εισηγητής  
Αναστάσιος Κεσίδης



## **Ακμές και περιγράμματα**

# Ακμές και περιγράμματα

## ➤ Γενικά

Μεγάλο τμήμα της πληροφορίας που γίνεται αντιληπτή σε μια εικόνα σχετίζεται άμεσα με **ακμές, ασυνέχειες, απότομες αλλαγές φωτεινότητας** κλπ.

Οι ακμές και τα περιγράμματα σε μια εικόνα μπορούν να χρησιμοποιηθούν για:

- Προσδιορισμό του μεγέθους αντικειμένων της εικόνας
- Απομόνωση συγκεκριμένων αντικειμένων από το υπόβαθρο
- Αναγνώριση και ταξινόμηση αντικειμένων
- κα

## ➤ Ορισμός

**Ακμή ή περίγραμμα (edge)** σε μια εικόνα ορίζεται το σύνολο των σημείων της εικόνας, όπου παρατηρείται μία **σημαντική αλλαγή της έντασης ή του χρώματος** της εικόνας. Το μέγεθος της μεταβολής αυτής αποτελεί το ύψος της ακμής.

# Ακμές και περιγράμματα

## ➤ Εφαρμογές

### Επεξεργασία εικόνας

- Εντοπισμός αντικειμένων, συμπίεση δεδομένων

### Ιατρική

- Βελτίωση απεικόνισης εικόνων μικροσκοπίου, απεικόνιση κυττάρων

### Ρομποτική/βιομηχανικός έλεγχος

- Αναγνώριση και περιγραφή αντικειμένων

### Αεροφωτογραφίες/Δορυφορικές εικόνες

- Μετεωρολογία, παραγωγή χαρτών

### Τέχνες

- Οπτικά εφέ, μετατροπή εικόνων σε σκίτσα

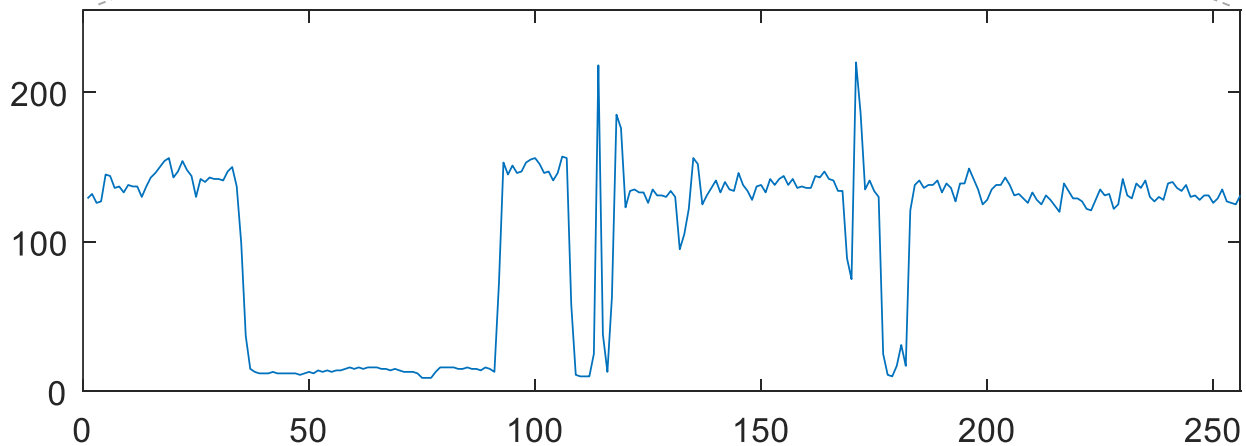
κ.α

# Ακμές και περιγράμματα

## ➤ Παράδειγμα



Προφίλ εικόνας κατά μήκος μιας γραμμής



# Κλίση εικόνας

## ➤ Περιγραφή

Βασικό εργαλείο για τον προσδιορισμό της έντασης αλλά και της διεύθυνσης των ακμών σε μια εικόνα.

Η κλίση της εικόνας σε ένα σημείο  $(x, y)$  συμβολίζεται ως  $\nabla I(x, y)$  και ορίζεται ως το **διάνυσμα**

$$\nabla I(x, y) = \text{grad}(I(x, y)) = \begin{bmatrix} I_x(x, y) \\ I_y(x, y) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{dI}{dx}(x, y) \\ \frac{dI}{dy}(x, y) \end{bmatrix}$$

όπου

$I_x(x, y) = \frac{dI}{dx}(x, y)$  και  $I_y(x, y) = \frac{dI}{dy}(x, y)$  είναι οι μερικές παράγωγοι της εικόνας στο σημείο  $(x, y)$  ως προς την  $x$  και την  $y$  διεύθυνση, αντίστοιχα.

# Κλίση εικόνας

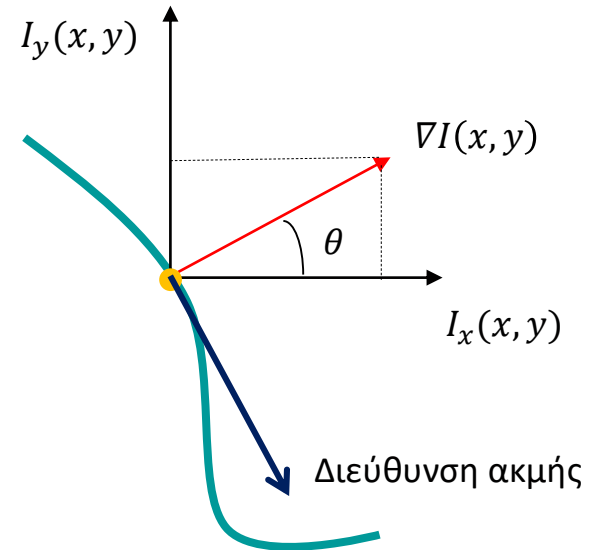
## ➤ Κλίση

**Μέτρο** (magnitude) της κλίσης

$$\nabla I = \text{mag}(I) = \sqrt{I_x^2 + I_y^2}$$

**Γωνία** (angle) της κλίσης

$$\theta = \text{angle}(I) = \tan^{-1} \left( \frac{I_y}{I_x} \right)$$



## Ιδιότητες

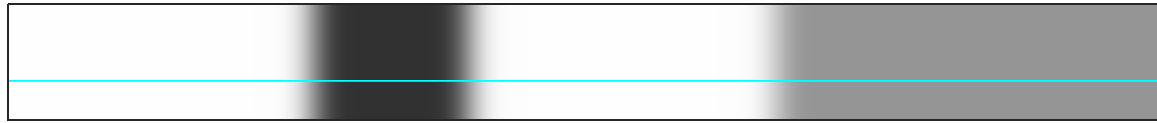
Το μέτρο είναι ανεξάρτητο της **περιστροφής** της εικόνας και συνεπώς ανεξάρτητο του προσανατολισμού των αντικειμένων της εικόνας.

Για  $I_x$  και  $I_y$  υπολογισμένα σε όλα τα pixels της εικόνας, το μέτρο έχει **ίδιες διαστάσεις** με την αρχική εικόνα.

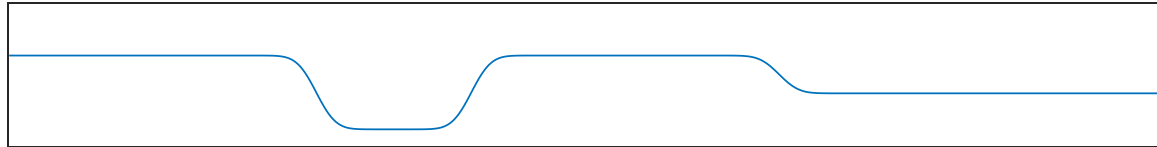
Η **διεύθυνση** μιας ακμής σε ένα σημείο  $(x, y)$  της εικόνας είναι κάθετη στην γωνία  $\theta(x, y)$  της εικόνας στο σημείο αυτό.

# Φίλτρα βασισμένα σε παραγώγους

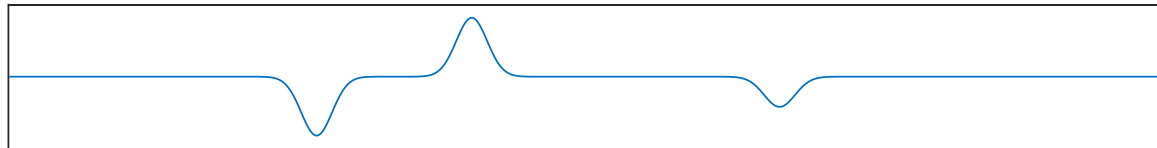
➤ Παράδειγμα



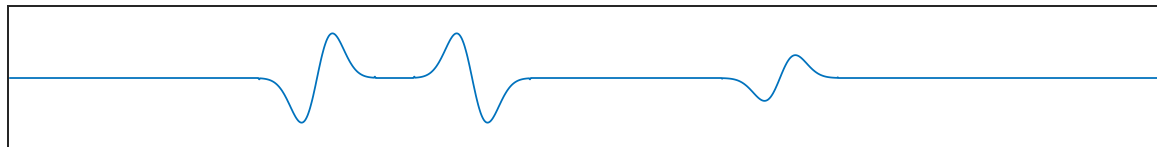
$f(x)$



$f'(x)$



$f''(x)$



# Φίλτρα 1<sup>ης</sup> παραγώγου

## ➤ Παράγωγοι στο διακριτός χώρο της εικόνας

Προσέγγιση της μονοδιάστατης πρώτης παραγώγου  $I'(x) = \frac{dI}{dx}(x)$  της εικόνας στον διακριτό χώρο

$$\frac{dI}{dx}(x) \approx \frac{I(x+1) - I(x-1)}{(x+1) - (x-1)} = \frac{I(x+1) - I(x-1)}{2}$$

και αντίστοιχα στην  $y$  διεύθυνση

$$\frac{dI}{dy}(y) \approx \frac{I(y+1) - I(y-1)}{(y+1) - (y-1)} = \frac{I(y+1) - I(y-1)}{2}$$

- Υλοποίηση

Μέσω μονοδιάστατου γραμμικού φίλτρου

$$H_x = [-0.5 \quad 0 \quad 0.5] = 0.5[-1 \quad 0 \quad 1]$$

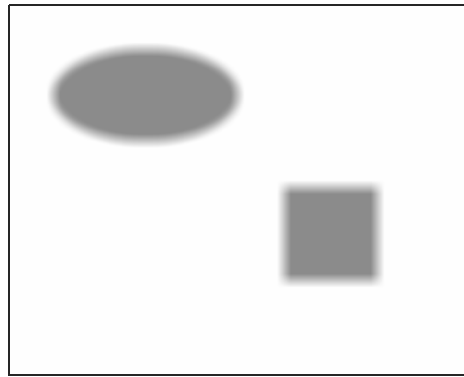
και

$$H_y = \begin{bmatrix} -0.5 \\ 0 \\ 0.5 \end{bmatrix} = 0.5 \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

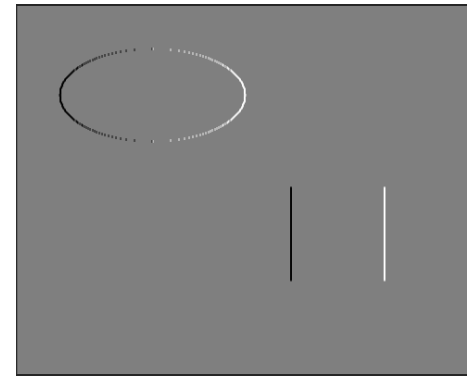
Το κεντρικό pixel  $I(x, y)$  έχει βάρος μηδέν και δεν λαμβάνεται υπόψιν

# Φίλτρα 1<sup>ης</sup> παραγώγου

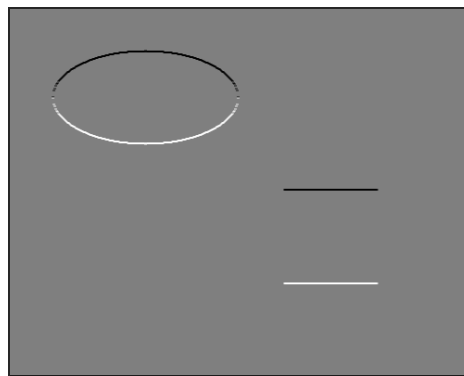
➤ Παράδειγμα



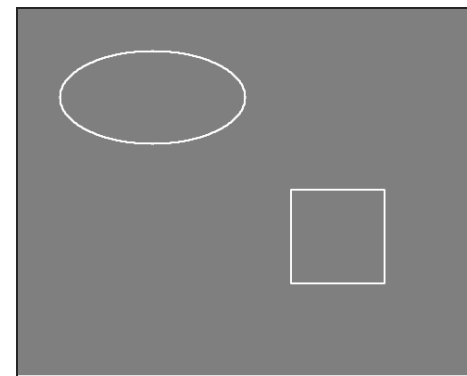
$I$



$I_x$



$I_y$



$I_{mag}$

Εύρεση μεταβολών  
στον οριζόντιο άξονα  
(κάθετες ακμές)

Εύρεση μεταβολών  
στον κατακόρυφο  
άξονα (οριζόντιες  
ακμές)

# Φίλτρα 1<sup>ης</sup> παραγώγου

## ➤ Τελεστής Prewitt

$$H_x = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{και} \quad H_y = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Υπολογισμός της μέσης κλίσης μεταξύ τριών γραμμών ή στηλών, αντίστοιχα.

- Μπορούν να γραφούν και ως

$$H_x = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} * [-1 \quad 0 \quad 1] \quad \text{και} \quad H_y = [1 \quad 1 \quad 1] * \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

- Πραγματοποιείται μια εξομάλυνση μεταξύ τριών γραμμών (στηλών) πριν εφαρμοσθεί η οριζόντια (κάθετη) κλίση.
- Λόγω της αντιμεταθετικότητας της γραμμικής συνέλιξης μπορούν να εφαρμοσθούν και με την αντίστροφη σειρά.

# Φίλτρα 1<sup>ης</sup> παραγώγου

## ➤ Τελεστής Sobel

$$H_x = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{και} \quad H_y = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Περισσότερο βάρος στην τρέχουσα γραμμή ή στήλη, αντίστοιχα.

## ➤ Υπολογισμός κλίσης

$$\nabla I(x, y) \approx \frac{1}{C} \begin{bmatrix} I_x(x, y) \\ I_y(x, y) \end{bmatrix}$$

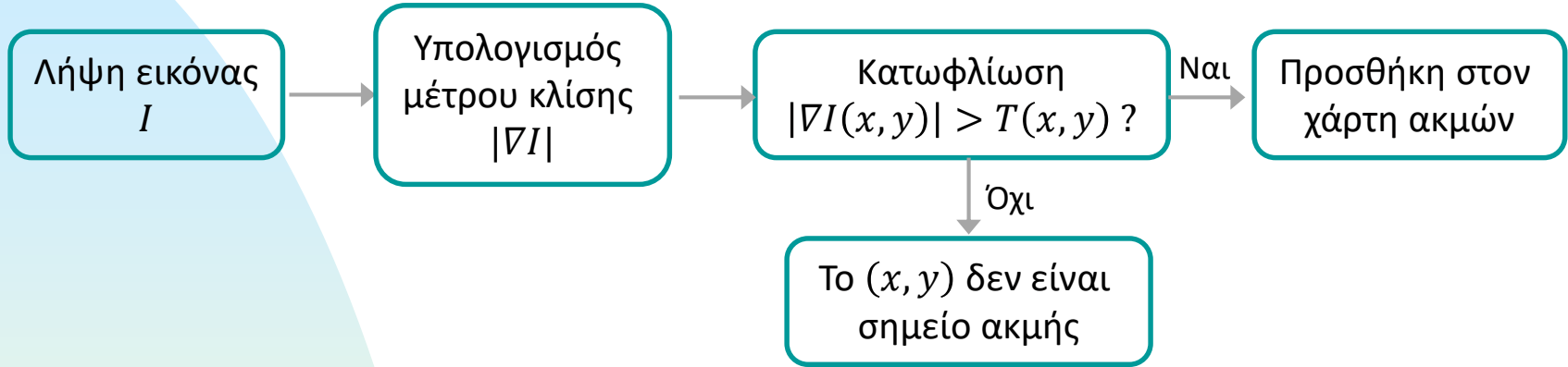
όπου  $C$  ένας συντελεστής κλιμάκωσης με

- $C = 6$  για τον τελεστή Prewitt
- $C = 8$  για τον τελεστή Sobel

Σκοπός: η κλίση να είναι μηδέν σε περιοχές σταθερής φωτεινότητας

# Φίλτρα 1<sup>ης</sup> παραγώγου

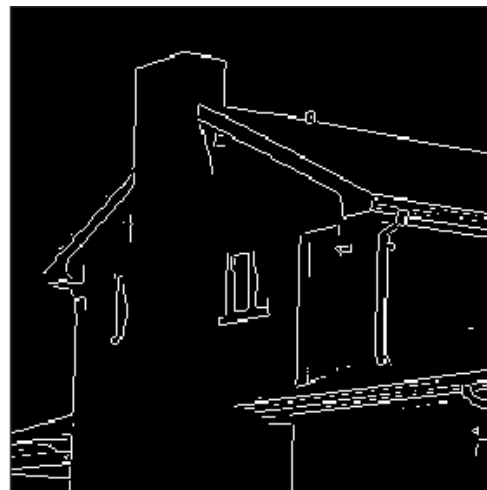
- Βασικό διάγραμμα ανίχνευσης ακμής με την 1<sup>η</sup> παράγωγο



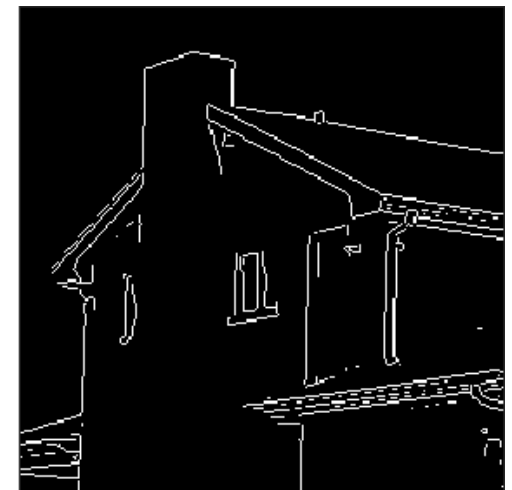
Παράδειγμα



Original image



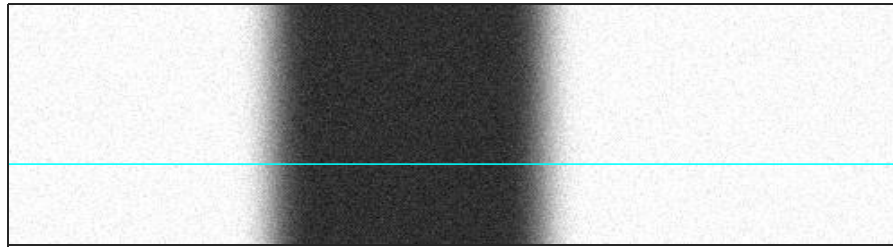
Prewitt



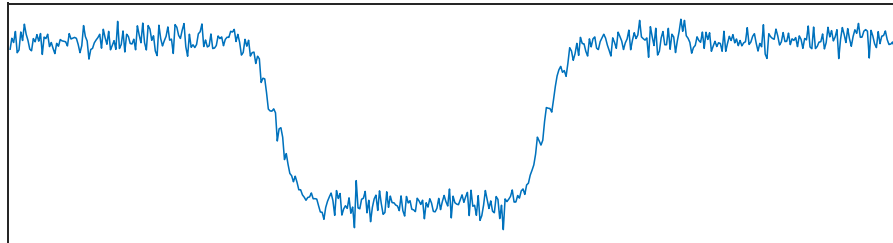
Sobel

# Φίλτρα 1<sup>ης</sup> παραγώγου

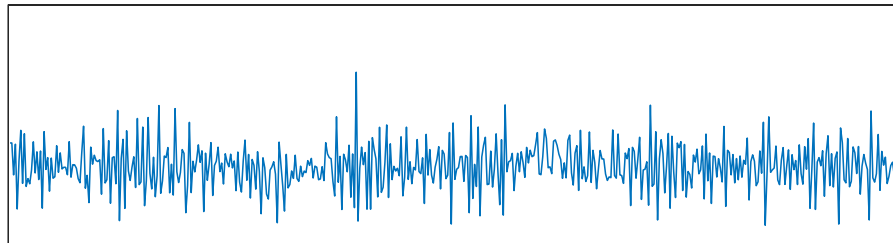
## ➤ Επίδραση του θορύβου



$f(x)$



$f'(x)$



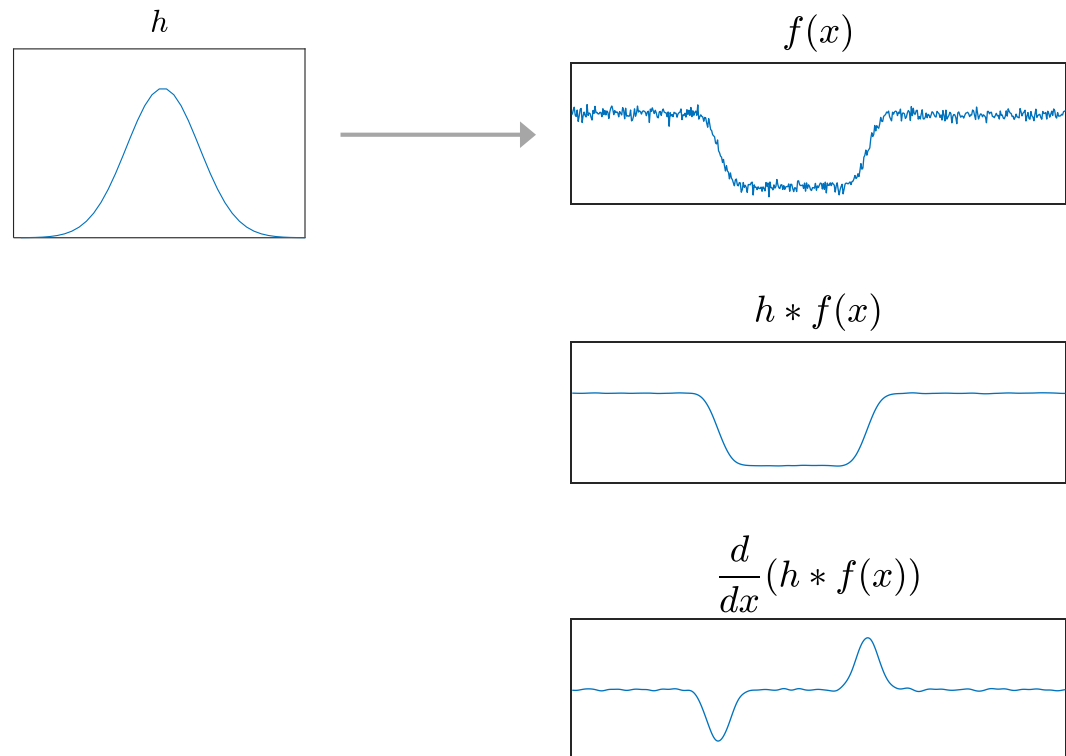
Δύσκολος ο εντοπισμός ακμών μέσω των μεγίστων της 1<sup>ης</sup> παραγώγου



# Φίλτρα 1<sup>ης</sup> παραγώγου

## ➤ Επίδραση του θορύβου (συν.)

Φίλτρο εξομάλυνσης για την μείωση του θορύβου



# Φίλτρα 2<sup>ης</sup> παραγώγου

## ➤ Μειονέκτημα φίλτρων 1<sup>ης</sup> παραγώγου

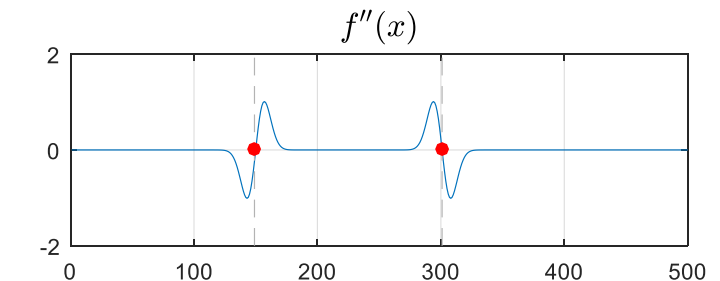
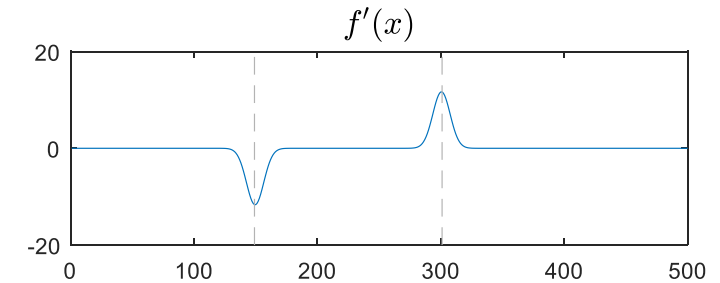
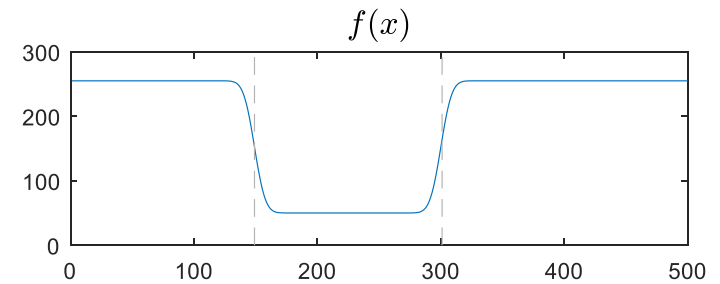
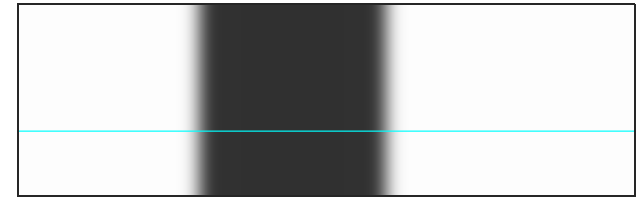
Μη ακριβής προσδιορισμός της θέσης της ακμής: το πλάτος της ακμής είναι όσο και το εύρος της μεταβολής των τιμών φωτεινότητας στην εικόνα.

## ➤ Φίλτρα βασισμένα στην 2<sup>η</sup> παράγωγο

Η δεύτερη παράγωγος εκφράζει την **τοπική** καμπυλότητα.

Οι ακμές μπορούν να προσδιοριστούν στα σημεία όπου η 2<sup>η</sup> παράγωγος **διέρχεται από το μηδέν** (τέμνει τον  $x$ -άξονα).

Η 2<sup>η</sup> παράγωγος είναι ευαίσθητη στον θόρυβο της εικόνας οπότε απαιτείται προηγουμένως **εξομάλυνση**.



# Φίλτρα 2<sup>ης</sup> παραγώγου

## ➤ Υπολογισμός 2<sup>ης</sup> παραγώγου

Η 2<sup>η</sup> παράγωγος στο σημείο  $I(x, y)$  της εικόνας είναι

$$\nabla^2 I(x, y) = \frac{d^2 I}{dx^2}(x, y) + \frac{d^2 I}{dy^2}(x, y)$$



Τελεστής **Laplace**

Για την  $x$  – διεύθυνση είναι

$$\begin{aligned} \frac{d^2 I}{dx^2}(x, y) &= \frac{dI}{dx}(I(x+1, y) - I(x, y)) \\ &= (I(x+1, y) - I(x, y)) - (I(x, y) - I(x-1, y)) \\ &= I(x+1, y) - 2I(x, y) + I(x-1, y) \end{aligned}$$

Και ομοίως για την  $y$  – διεύθυνση

$$\begin{aligned} \frac{d^2 I}{dy^2}(x, y) &= \frac{dI}{dy}(I(x, y+1) - I(x, y)) \\ &= (I(x, y+1) - I(x, y)) - (I(x, y) - I(x, y-1)) \\ &= I(x, y+1) - 2I(x, y) + I(x, y-1) \end{aligned}$$

# Φίλτρα 2<sup>ης</sup> παραγώγου

- Υλοποίηση του Laplacian φίλτρου ως υπερερατό φίλτρο

Ανά κατεύθυνση

$$H_x^L = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{και} \quad H_y^L = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Το συνολικό φίλτρο είναι

$$H^L = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Συνήθεις μορφές **Laplacian** φίλτρου

0	1	0	1	1	1
1	-4	1	1	-8	1
0	1	0	1	1	1
0	-1	0	-1	-1	-1
-1	4	-1	-1	8	-1
0	-1	0	-1	-1	-1



Original image



Laplacian

# Φίλτρα 2<sup>ης</sup> παραγώγου

## ➤ Προσδιορισμός θέσης ακμής

Σημεία διέλευσης από το μηδέν (**zero crossing**) στο  $\nabla^2 I$

- Pixel που έχουν αρνητική graylevel τιμή και γειτονεύουν (4-connectivity) με κάποιο pixel που έχει θετική graylevel τιμή.
- Pixel που έχουν τιμή μηδέν και είναι μεταξύ αρνητικών και θετικών pixel.



Original image



Laplacian



Zero crossing

# Φίλτρα 2<sup>ης</sup> παραγώγου

## ➤ LoG - Laplacian of Gaussian

Χρήση 2D Gaussian φίλτρου για εξομάλυνση

$$G(x, y) = e^{-\frac{(x^2+y^2)}{2\sigma^2}}$$

Η σταθερά  $1/2\pi\sigma^2$   
παραλείπεται

Χρήση του Laplacian φίλτρου για τον υπολογισμό της 2<sup>ης</sup> παραγώγου

$$\begin{aligned}\nabla^2 G(x, y) &= \frac{d^2 G}{dx^2}(x, y) + \frac{d^2 G}{dy^2}(x, y) \\ &= \frac{dG}{dx} \left( -\frac{x}{\sigma^2} e^{-\frac{(x^2+y^2)}{2\sigma^2}} \right) + \frac{dG}{dy} \left( -\frac{y}{\sigma^2} e^{-\frac{(x^2+y^2)}{2\sigma^2}} \right) \\ &= \left( \frac{x^2}{\sigma^4} - \frac{1}{\sigma^2} \right) e^{-\frac{(x^2+y^2)}{2\sigma^2}} + \left( \frac{y^2}{\sigma^4} - \frac{1}{\sigma^2} \right) e^{-\frac{(x^2+y^2)}{2\sigma^2}}\end{aligned}$$

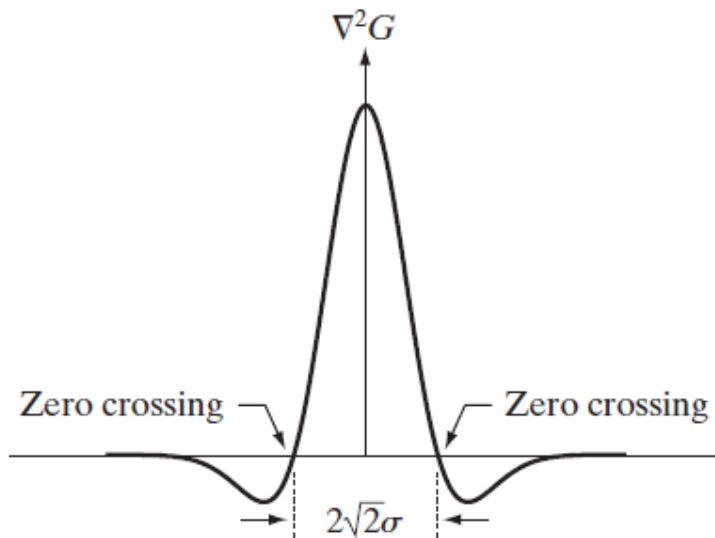
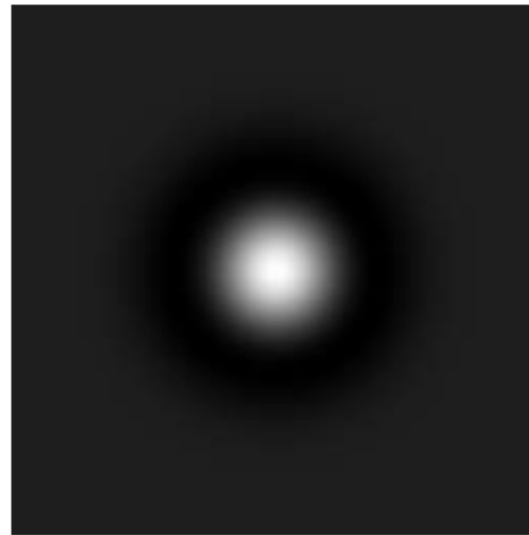
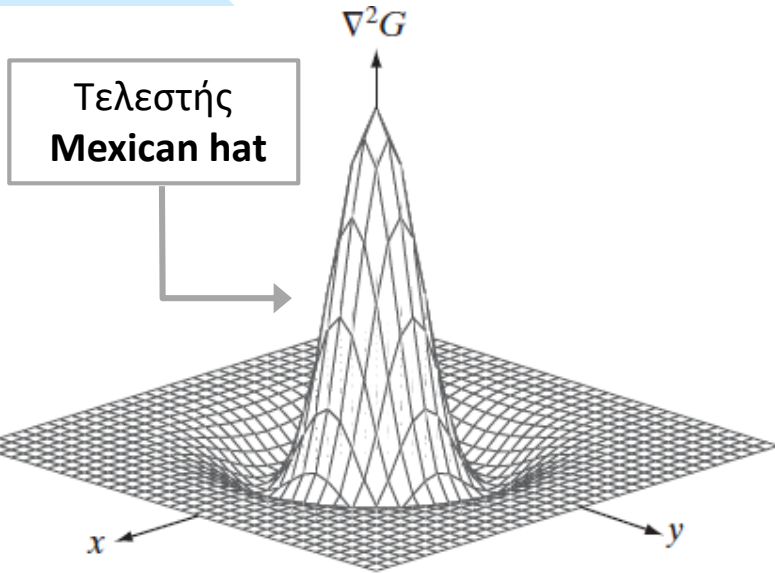
ή

$$\nabla^2 G(x, y) = \left( \frac{x^2 + y^2 - 2\sigma^2}{\sigma^4} \right) e^{-\frac{(x^2+y^2)}{2\sigma^2}}$$

Laplacian of Gaussian (LoG)

# Φίλτρα 2<sup>ης</sup> παραγώγου

➤ LoG - Laplacian of Gaussian



0	0	-1	0	0
0	-1	-2	-1	0
-1	-2	16	-2	-1
0	-1	-2	-1	0
0	0	-1	0	0

Σε  $\pm 3\sigma$  περιέχεται  
το 99.7% του όγκου  
της Gaussian  
Οι διαστάσεις  $n \times n$   
του φίλτρου πρέπει  
να είναι  $n > 6\sigma$



# Φίλτρα 2<sup>ης</sup> παραγώγου

## ➤ Αλγόριθμος Marr-Hildreth

- Φιλτράρισμα της εικόνας με ένα 2D Gaussian φίλτρο **εξομάλυνσης**
- Χρήση του **Laplacian** φίλτρου για τον υπολογισμό της 2<sup>ης</sup> παραγώγου της φιλτραρισμένης εικόνας
- Εύρεση των σημείων των ακμών μέσω των **διελεύσεων από το μηδέν**

## Υλοποίηση

Συνέλιξη της εικόνας με ένα LoG φίλτρο (και μετά εύρεση των zero-crossings):

$$I_{MH}(x, y) = (\nabla^2 G(x, y)) * I(x, y)$$

ή εξομάλυνση της εικόνας με ένα Gaussian φίλτρο και έπειτα υπολογισμός της Laplacian (και μετά εύρεση των zero-crossings):

$$I_{MH}(x, y) = \nabla^2(G(x, y) * I(x, y))$$

# Φίλτρα 2<sup>ης</sup> παραγώγου

## ➤ Αλγόριθμος Marr-Hildreth

### Παράδειγμα



Original image



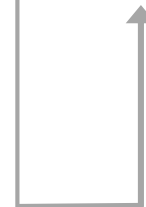
Laplacian + zero crossing



LoG + zero crossing

Κριτήρια zero crossing:

1. Η τιμή του  $I_{MH}(x, y)$  να είναι κάτω από κάποιο κατώφλι
2. Το **πρόσημο** δύο τουλάχιστον γειτονικών αντικριστών pixel να είναι διαφορετικό και
3. Η **απόλυτη διαφορά** της τιμής τους να είναι πάνω από κάποιο κατώφλι



# Όξυνση εικόνας

## ➤ Σκοπός

Αύξηση της διαύγειας και της αντίθεσης των εικόνων μέσω της ενίσχυσης των υψίσυχνων περιοχών της (περιοχές έντονων μεταβολών στις τιμές φωτεινότητας).



# Όξυνση εικόνας

- Όξυνση ακμών μέσω του Laplacian φίλτρου

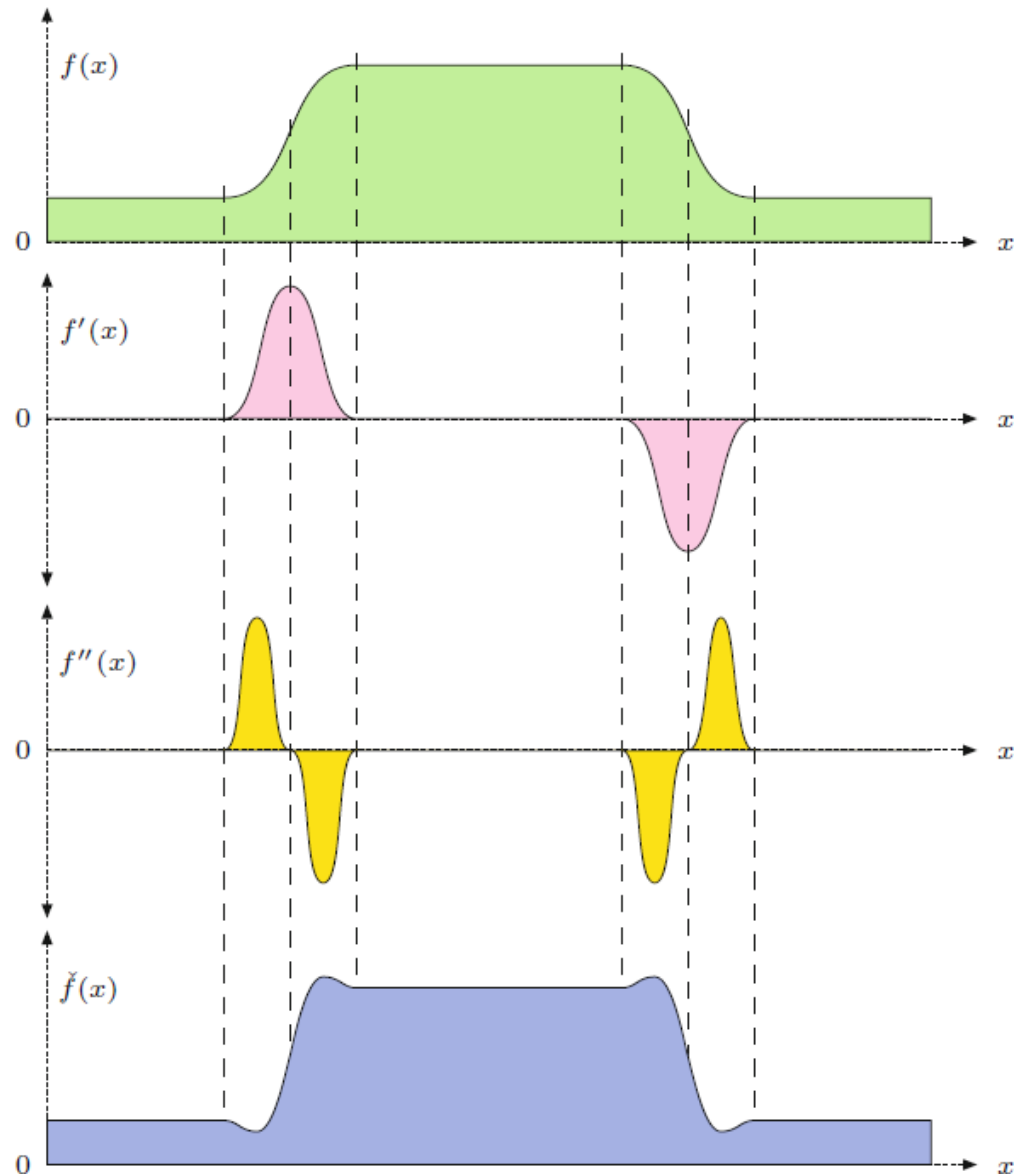
## Μέθοδος

Αφαίρεση ενός ποσοστού της 2<sup>ης</sup> παραγώγου από την αρχική εικόνα.

$$\hat{I} = I - w \cdot (H_L * I)$$

## Αποτέλεσμα

Ανάλογα με το βάρος  $w$  υπάρχει παραπάνω αύξηση (ή μείωση) της φωτεινότητας της εικόνας στις δύο πλευρές της ακμής.



# Όξυνση εικόνας

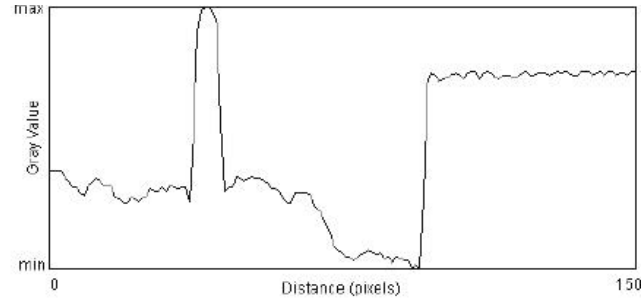
➤ Όξυνση ακμών μέσω του Laplacian φίλτρου

Παράδειγμα

$I$

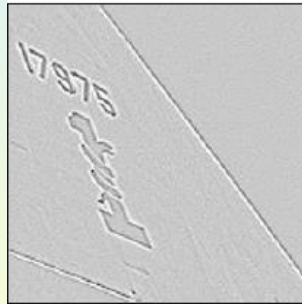


(a)



(b)

$H_L * I$



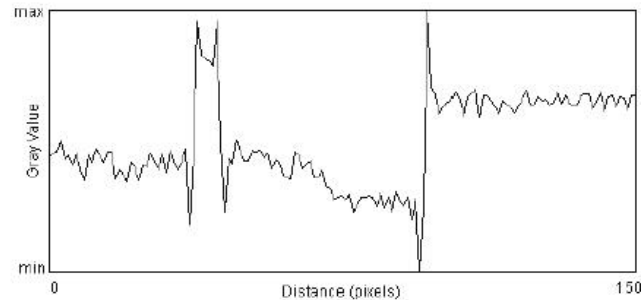
(c)



(d)



(e)



(f)

$$\hat{I} = I - w \cdot (H_L * I)$$

# Όξυνση εικόνας

## ➤ Unsharp masking

### Μέθοδος

- Εξομάλυνση της εικόνας.

$$\tilde{I} = H * I$$

Μπορεί να εφαρμοσθεί οποιοδήποτε φίλτρο εξομάλυνσης. Συνήθως όμως χρησιμοποιείται ένα Gaussian φίλτρο.

- Δημιουργία μάσκας μέσω της αφαίρεσης της εξομαλυμένης εικόνας από την αρχική.

$$M = I - \tilde{I} = I - H * I$$

- Προσθήκη ενός ποσοστού της μάσκας στην αρχική εικόνα.

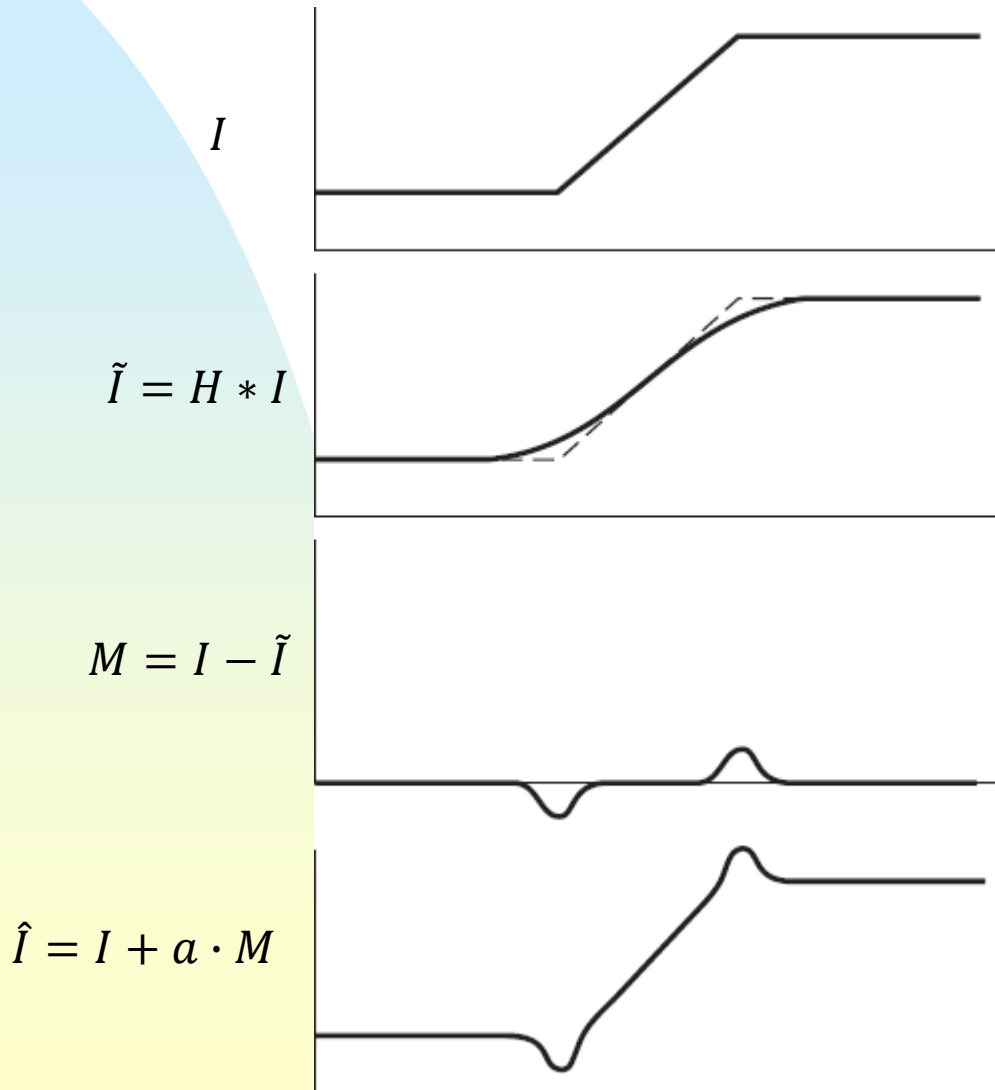
$$\hat{I} = I + a \cdot M = I + a \cdot (I - \tilde{I}) = (1 + a) \cdot I - a \cdot \tilde{I}$$

### Αποτέλεσμα

Ανάλογα με το βάρος  $a$  αυξάνεται η οξύτητα της ακμής.

# Όξυνση εικόνας

## ➤ Unsharp masking



Original image



Unsharp

# Όξυνση εικόνας

## ➤ Σύγκριση Laplacian φίλτρου και Unsharp masking

Το Laplacian φίλτρο μπορεί να θεωρηθεί ειδική περίπτωση του Unsharp masking.

Το Laplacian φίλτρο γράφεται:

$$\begin{aligned} H_L &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} - 5 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ &= 5 \left( \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \right) = 5 \cdot (\tilde{H}_L - \delta) \end{aligned}$$

$$\text{όπου } \tilde{H}_L = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Οπότε,

$$\begin{aligned} \hat{I} &= I - w \cdot (H_L * I) = I - w(5 \cdot (\tilde{H}_L - \delta) * I) = I - w(5 \cdot (\tilde{H}_L * I - I)) \\ &= I + 5w \cdot (I - \tilde{H}_L * I) = I + a \cdot M_L \end{aligned}$$

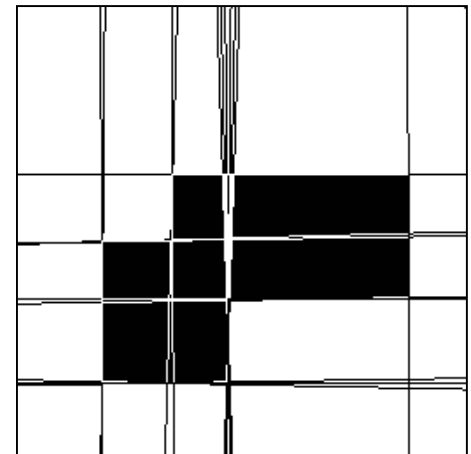
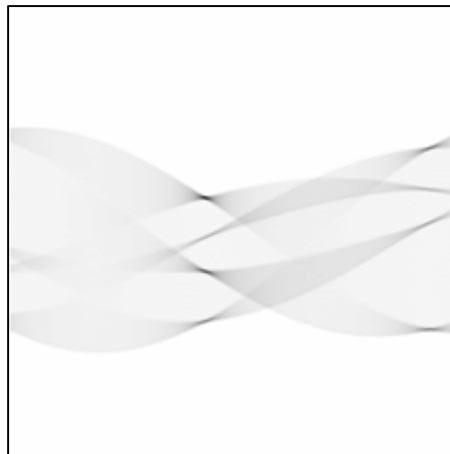
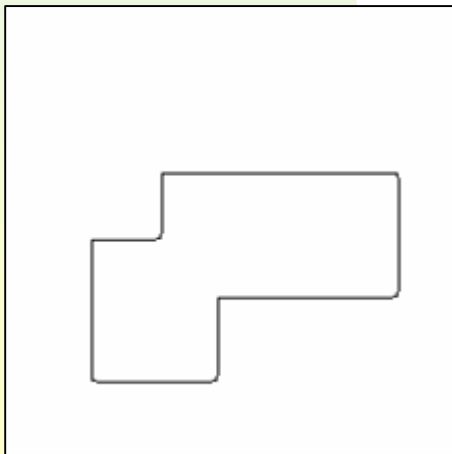
δηλαδή ένα Unsharp masking με  $M = M_L = (I - \tilde{H}_L * I)$  και  $a = 5w$

# Μετασχηματισμός Hough

## ➤ Γενικά

Ο μετασχηματισμός Hough [Paul Hough, 1962] είναι μια μέθοδος για τον εντοπισμό ευθειών ή και άλλων παραμετρικών καμπυλών (κύκλους, παραβολές, ελλείψεις κλπ).

- Εφαρμόζεται σε εικόνα στην οποία έχει προηγηθεί ανίχνευση ακμών
- Είναι ανθεκτικός σε θόρυβο και στην μερική επικάλυψη του αντικειμένου
- Έχει σημαντικές απαιτήσεις σε μνήμη



# Μετασχηματισμός Hough

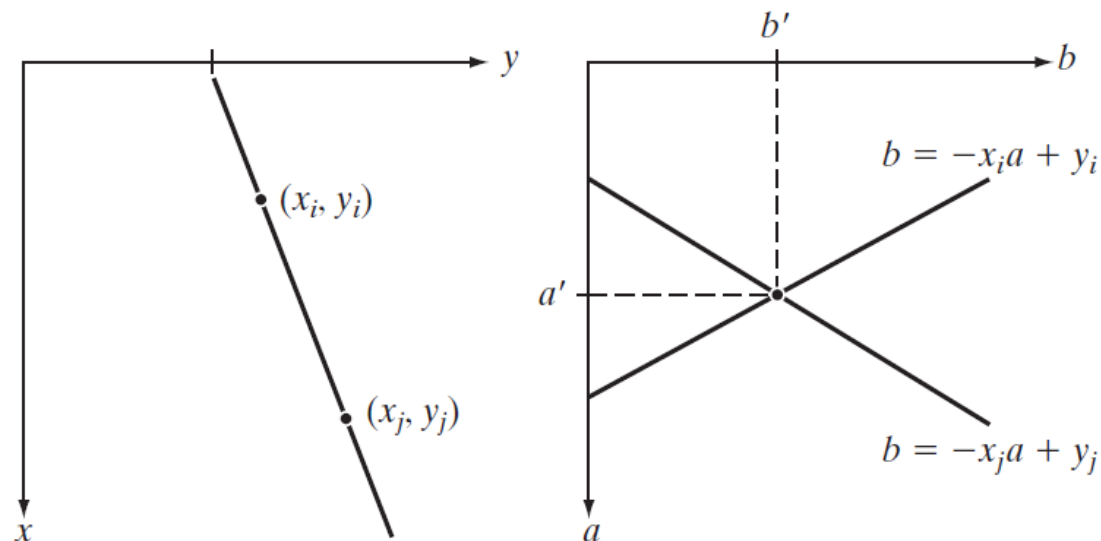
## ➤ Περιγραφή

Έστω ένα σύνολο  $n$  σημείων σε μια εικόνα. Σκοπός είναι η εύρεση των σημείων τα οποία βρίσκονται πάνω σε ευθείες.

- Η διεξοδική αναζήτηση όλων των πιθανών συνδυασμών απαιτεί τον προσδιορισμό  $\frac{n(n-1)}{2} \sim n^2$  ευθειών και την εφαρμογή  $n \cdot \frac{n(n-1)}{2} \sim n^3$  συγκρίσεων.

Ο βασικός μετασχηματισμός Hough αντιστοιχίζει όλα τα σημεία του επιπέδου  $\langle x_i, y_i \rangle$  στο επίπεδο  $\langle a, b \rangle$  μέσω της σχέσης

$$y_i = ax_i + b$$



**Πρόβλημα:**

Στις κάθετες ευθείες η κλίση  $\alpha$  απειρίζεται

**Λύση:**

Χρήση της κανονικής μορφής

$$\rho = x \cos \theta + y \sin \theta$$

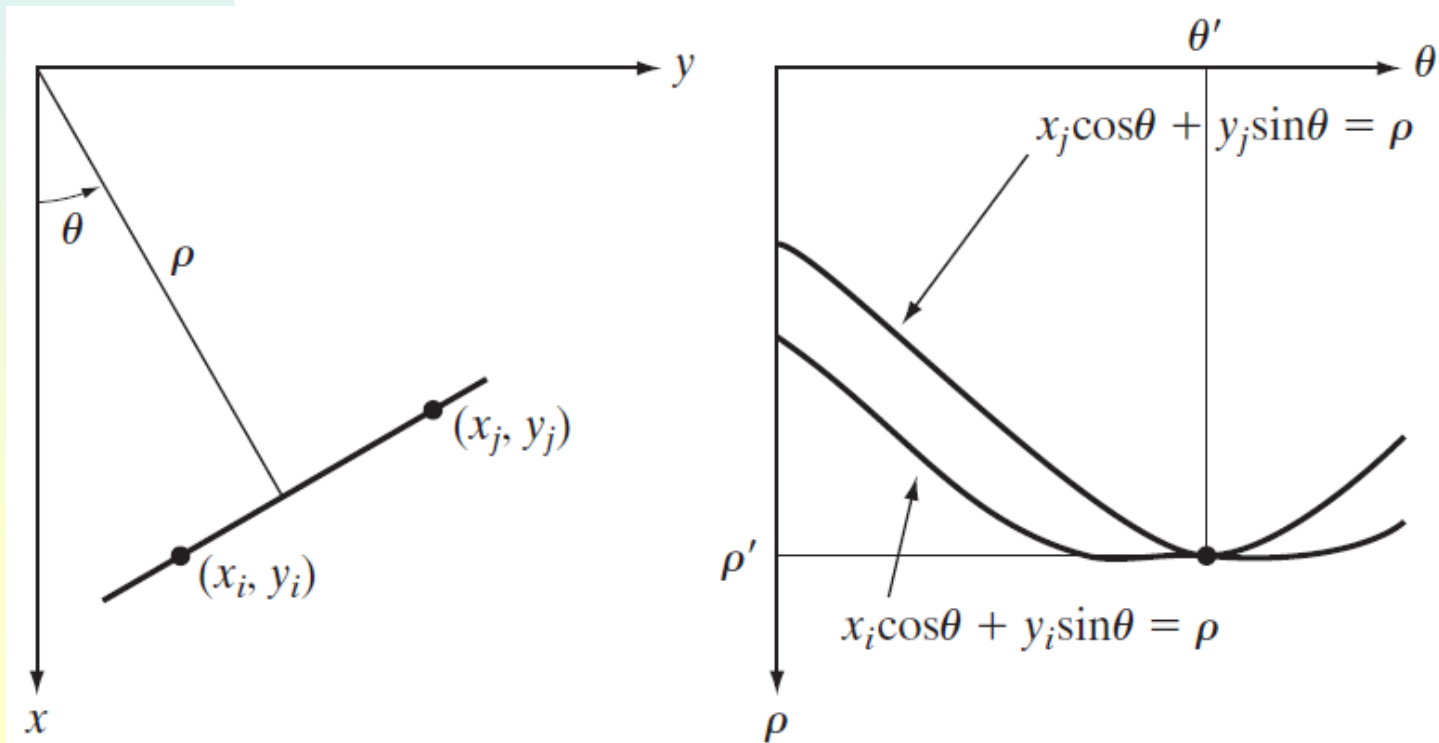
# Μετασχηματισμός Hough

## ➤ Χώρος παραμέτρων $\langle \rho, \theta \rangle$

Ένα **σημείο** στο επίπεδο  $\langle x, y \rangle$  αντιστοιχεί σε μια **ημιτονοειδή καμπύλη** στο επίπεδο  $\langle \rho, \theta \rangle$

Ένα **σημείο** στο επίπεδο  $\langle \rho, \theta \rangle$  αντιστοιχεί σε μια **ευθεία** στο επίπεδο  $\langle x, y \rangle$

Σημεία που είναι **συνευθειακά** στο επίπεδο  $\langle x, y \rangle$  έχουν ημιτονοειδείς καμπύλες στο επίπεδο  $\langle \rho, \theta \rangle$  που τέμνονται σε ένα σημείο  $(\rho', \theta')$  που προσδιορίζει την αντίστοιχη ευθεία στην οποία ανήκουν τα σημεία στο επίπεδο  $\langle x, y \rangle$



# Μετασχηματισμός Hough

## ➤ Αλγόριθμος

Για εικόνα  $I$  διαστάσεων  $[R \times C]$

- Αρχικοποίησε τον πίνακα συσσώρευσης  $H[\rho, \theta] = 0$

για εύρος τιμών

$$\rho \in [-\sqrt{R^2 + C^2} \dots \sqrt{R^2 + C^2}]$$

και

$$\theta \in \left[-\frac{\pi}{2} \dots \frac{\pi}{2}\right]$$

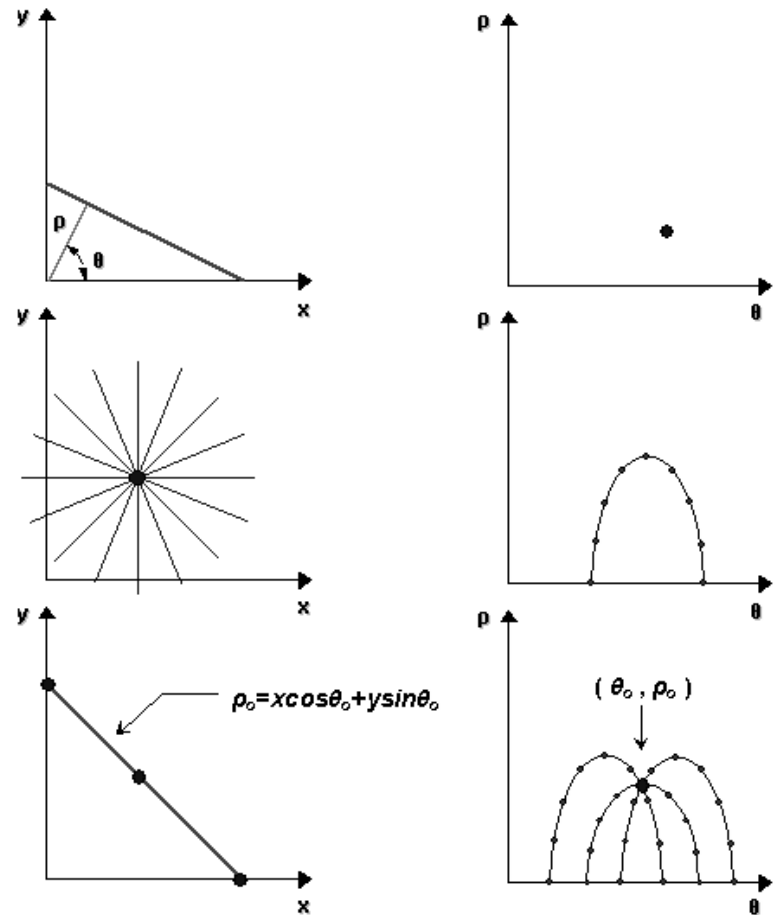
με βήμα  $\Delta\rho$  και  $\Delta\theta$ , αντίστοιχα

- Για κάθε σημείο ακμής της εικόνας  $I(x, y)$  ενημέρωσε τον πίνακα συσσώρευσης

$$\text{για } \theta_i = -\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{2} + \Delta\theta, -\frac{\pi}{2} + 2\Delta\theta, \dots, \frac{\pi}{2}$$

υπολόγισε το  $\rho_i = x\cos\theta_i + y\sin\theta_i$

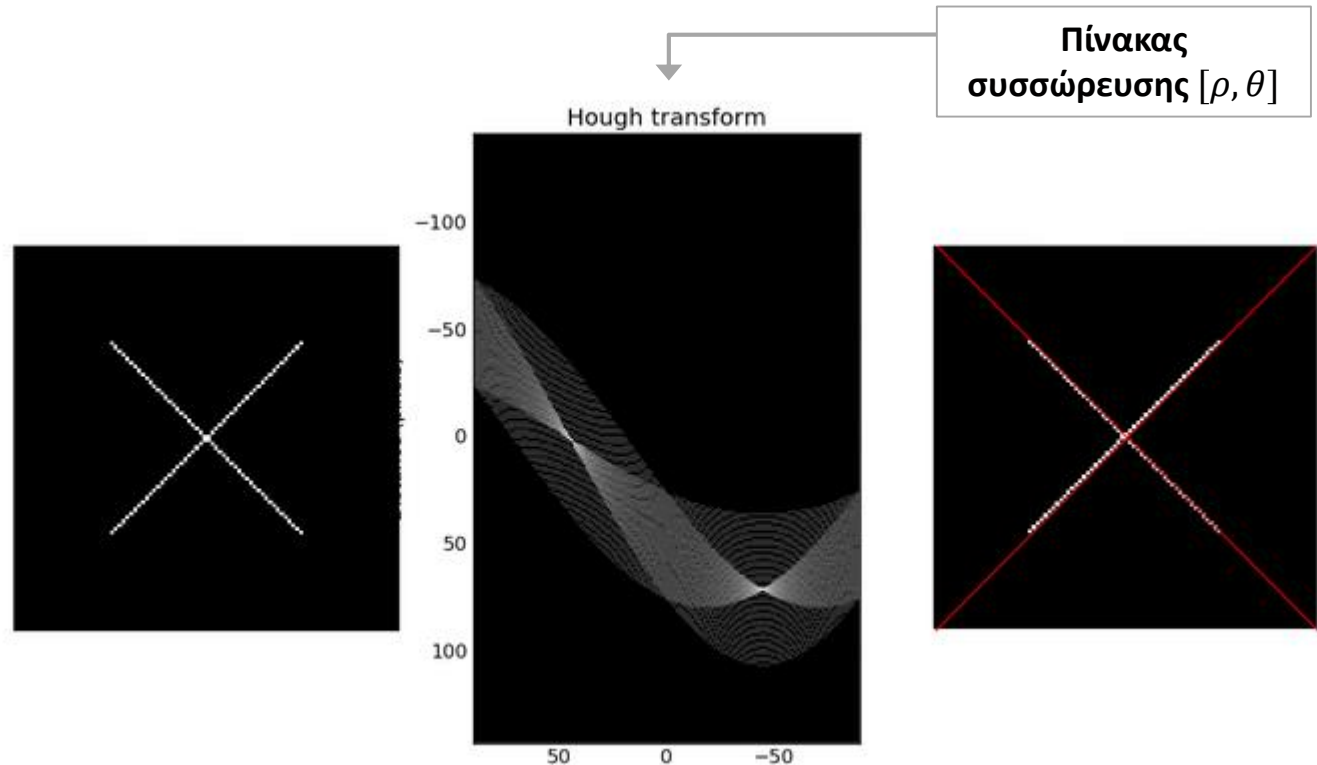
και αύξησε κατά ένα την τιμή του πίνακα συσσώρευσης:  $H[\rho_i, \theta_i] = H[\rho_i, \theta_i] + 1$



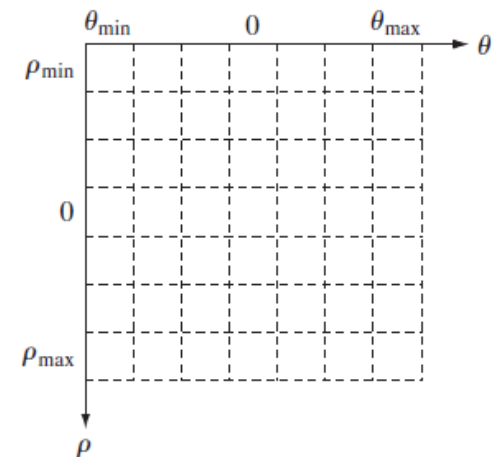
Οι μέγιστες τιμές του πίνακα συσσώρευσης αντιστοιχούν σε ευθύγραμμα τμήματα της εικόνας

# Μετασχηματισμός Hough

➤ Παράδειγμα



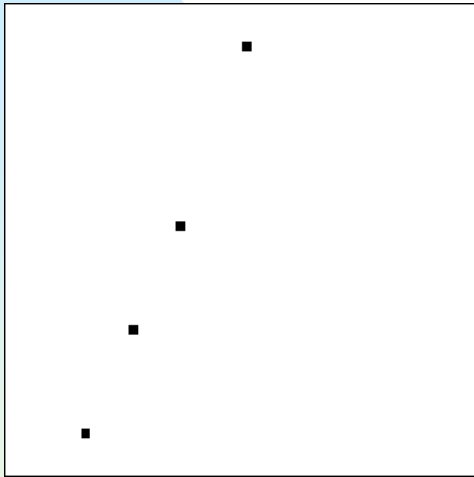
Η ακρίβεια προσδιορισμού της ευθείας εξαρτάται από την **ανάλυση**  $\Delta\rho$  και  $\Delta\theta$  του πίνακα συσσώρευσης στο επίπεδο  $\langle \rho, \theta \rangle$



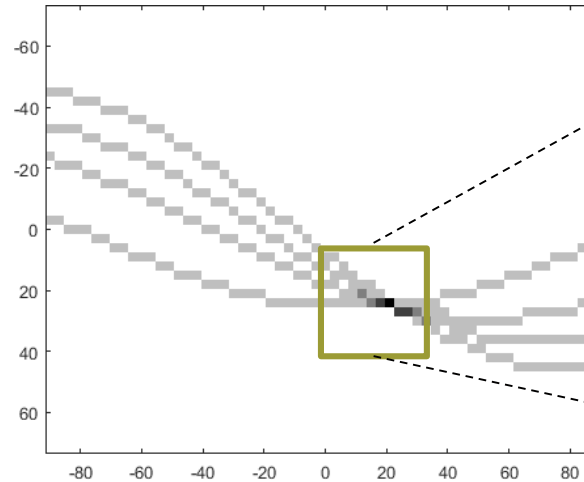
# Μετασχηματισμός Hough

## ➤ Παράδειγμα

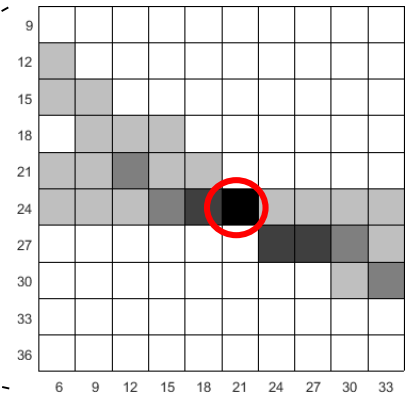
Εικόνα  $I$



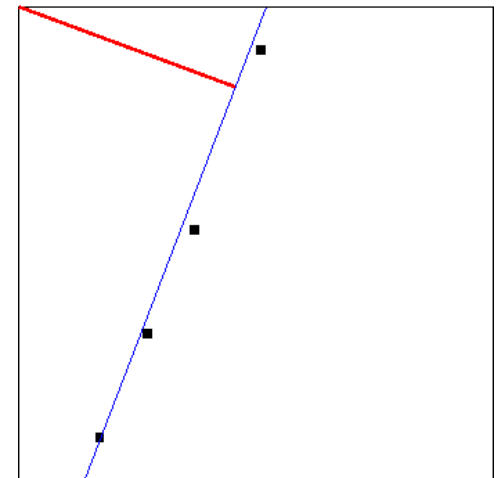
Πίνακας συσσώρευσης  
 $\Delta\theta = 3, \Delta\rho = 3$



Πίνακας συσσώρευσης  
(περιοχή μεγίστου)



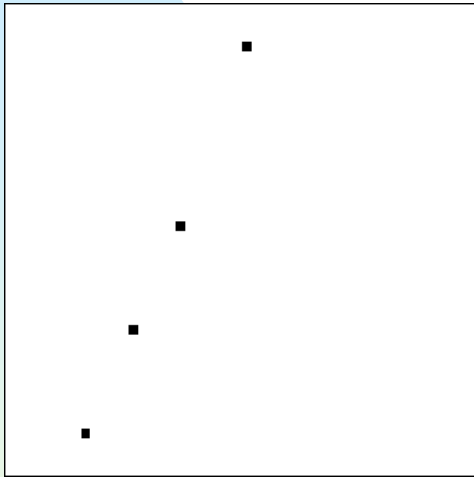
Η ακρίβεια προσδιορισμού της ευθείας εξαρτάται από την **ανάλυση**  $\Delta\rho$  και  $\Delta\theta$  του πίνακα συσσώρευσης στο επίπεδο  $\langle \rho, \theta \rangle$



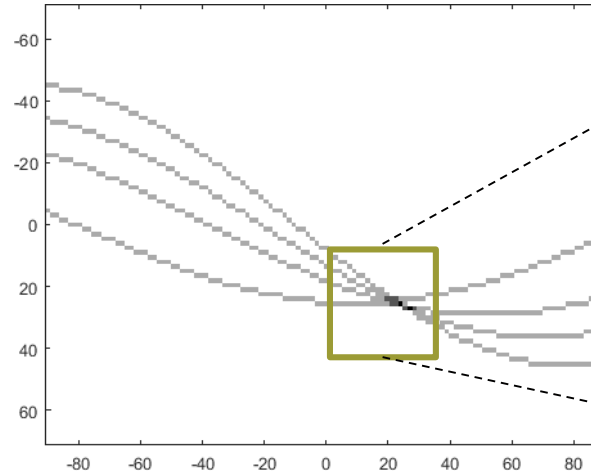
# Μετασχηματισμός Hough

## ➤ Παράδειγμα

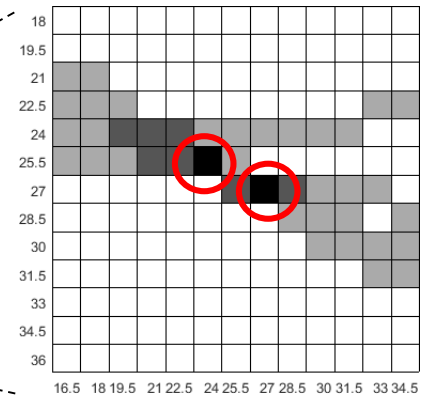
Εικόνα  $I$



Πίνακας συσσώρευσης  
 $\Delta\theta = 1.5, \Delta\rho = 1.5$



Πίνακας συσσώρευσης  
(περιοχή μεγίστου)



Η ανάλυση  $\Delta\rho$  και  $\Delta\theta$  του πίνακα συσσώρευσης στο επίπεδο  $\langle \rho, \theta \rangle$  μπορεί να οδηγήσει σε μη βέλτιστες λύσεις (περισσότερες από μία κορυφές)

