ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΑΤΤΙΚΗΣ

ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΤΟΠΟΓΡΑΦΙΑΣ ΚΑΙ ΓΕΩΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ

Μεταπτυχιακό Πρόγραμμα «Γεωχωρικές Τεχνολογίες»

Ψηφιακή Επεξεργασία Εικόνας

Εισηγητής
Αναστάσιος Κεσίδης

Μαθηματική μορφολογία

Μαθηματική μορφολογία

- Γενικά

Παρέχει εργαλεία για την **επεξεργασία εικόνας** με σκοπό την αναπαράσταση και περιγραφή περιοχών και σχημάτων σε εικόνες.

Για παράδειγμα:

- Όρια
- Περιγράμματα
- Σκελετός
- Κυρτό περίβλημα

κ.α.

Δυαδικές εικόνες

Πράξεις μεταξύ δυαδικών εικόνων

Έστω δύο δυαδικές εικόνες A και B

Για αυτές ορίζονται οι πράξεις:

Ένωση

$A \cup B = \{w | w \in A \; OR \; w \in B\}$

Τομή

$A \cap B = \{w | w \in A \; AND \; w \in B\}$

Συμπλήρωμα

$A^c = \{w | w \notin A\}$

Διαφορά

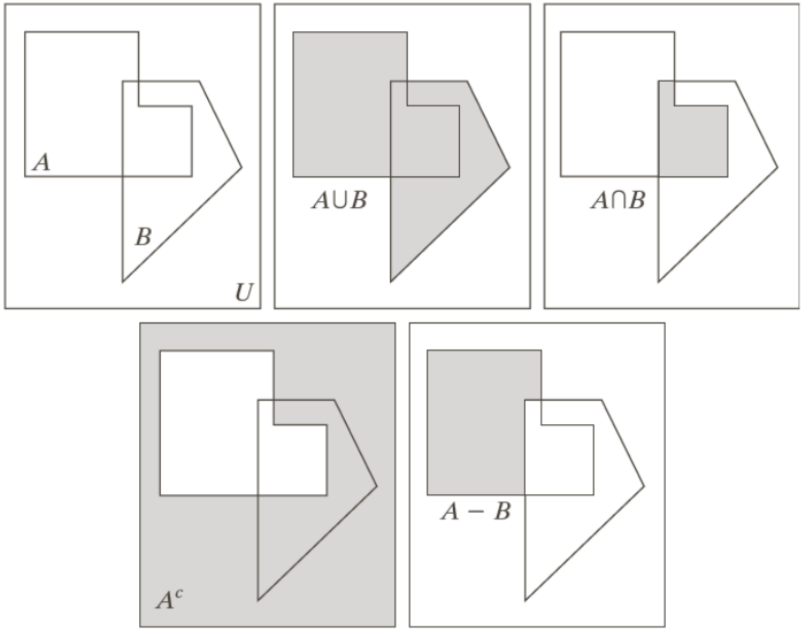
$A - B = \{w | w \in A \; AND \; w \notin B\} = A \cap B^c$

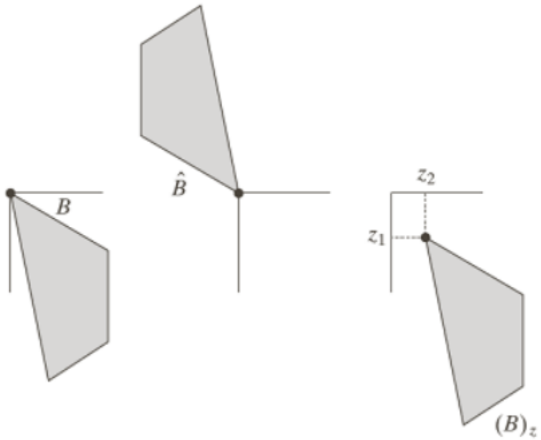
Ανάκλαση

$\hat{B} = \{w | w = -b, για \; b \in B\}$

Μετατόπιση

$(B)_z = \{w | w = b + z, για \; b \in B\}$

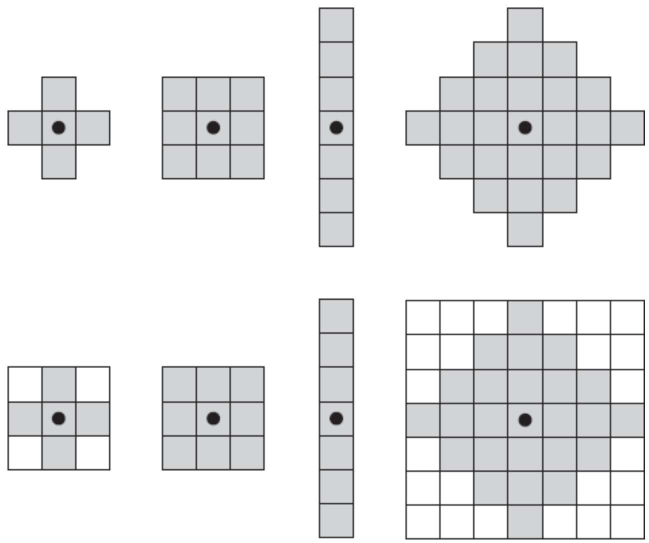




Δομικά στοιχεία

- Δομικά στοιχεία – Structuring elements (SE)

Αποτελούν γεωμετρικές συσχετίσεις μεταξύ pixel.



Για κάθε δομικό στοιχείο καθορίζεται ένα **κέντρο**.

Συνήθως γεμίζονται με μηδενικά pixels έτσι ώστε το συνολικό δομικό στοιχείο να είναι **ορθογώνιο**.

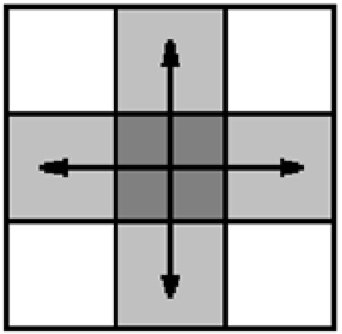
Τα δομικά στοιχεία με **κυκλική** μορφή δίνουν παρόμοια αποτελέσματα και σε περιστρεμμένες εικόνες.

Συνδεσιμότητα

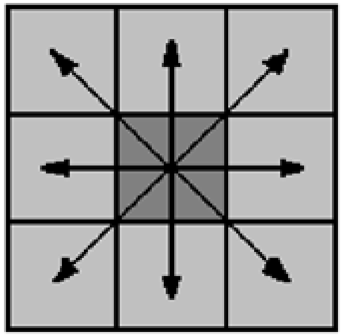
- Τύποι συνδεσιμότητας (connectivity) σε pixel δυαδικής εικόνας

  Καθορίζουν την γεωμετρική συσχέτιση μεταξύ των pixel της εικόνας.

  - **4-συνδεσιμότητα**: Pixel τα οποία οποία γειτονεύουν με το κεντρικό pixel ως προς τις 4 κύριες κατευθύνσεις (άνω, κάτω, δεξιά, αριστερά).



  - **8-συνδεσιμότητα**: Όλα τα pixel τα οποία οποία γειτονεύουν με το κεντρικό pixel.



Μορφολογικές λειτουργίες

➢ Χαρακτηριστικά

Πραγματοποιούνται **μετακινώντας** το δομικό στοιχείο πάνω από την εικόνα έτσι ώστε το κέντρο του να συμπέσει με όλα τα pixel της εικόνας.

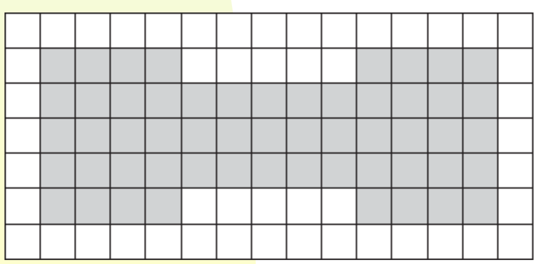
Συνήθως η μετακίνηση αυτή γίνεται είτε **ανά σειρά** pixel της εικόνας είτε **ανά γραμμή**.

Για κάθε θέση του δομικού στοιχείου πάνω στην εικόνα εφαρμόζεται μια **λογική πράξη** ανάμεσα στα pixel της εικόνας και τα pixel του δομικού στοιχείου.

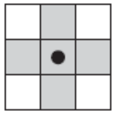
Το αποτέλεσμα της πράξης καθορίζει την νέα τιμή του pixel στην **τελική** εικόνα

Παράδειγμα:

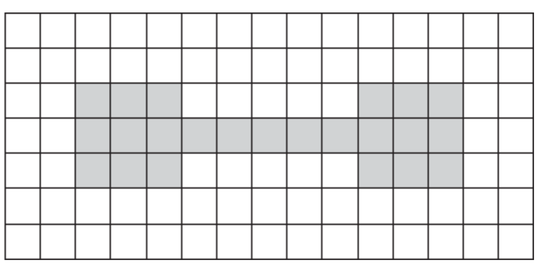
Εικόνα



Δομικό στοιχείο



Τελική εικόνα



Μορφολογικές πράξεις

➢ Διαστολή (Dilation)

Μαζί με την συστολή (Erosion) αποτελούν τις δύο **βασικές** μορφολογικές πράξεις. Άλλες πιο σύνθετες μορφολογικές πράξεις βασίζονται σε συνδυασμούς αυτών.

$$A \oplus B = \bigcup_{b \in B} A_b$$

Για κάθε pixel του B μετατοπίζεται το A ως προς αυτή την θέση και τελικά λαμβάνεται η **ένωση** αυτών των pixel.

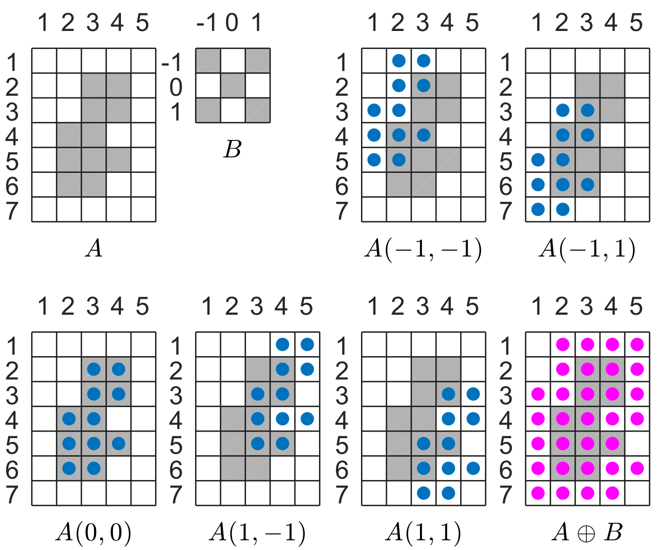
Εναλλακτικά,

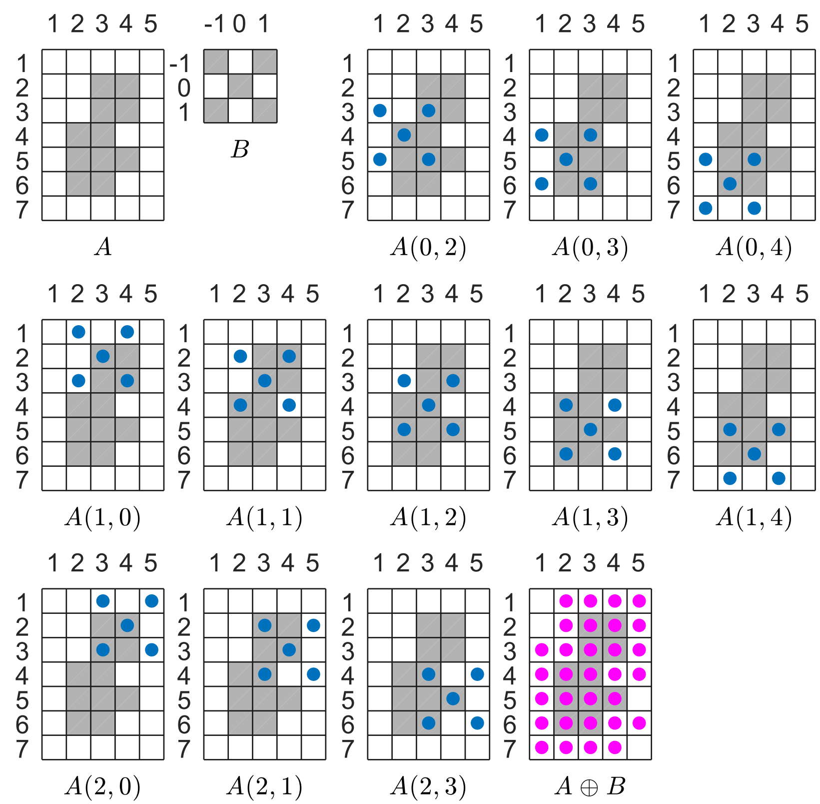
$$A \oplus B = \{(x, y) + (u, v) | (x, y) \in A \ AND \ (u, v) \in B\}$$

Μορφολογικές πράξεις

➢ Διαστολή (Dilation)

Παράδειγμα: Κάθε pixel (x, y) του A αντικαθίσταται με το B ή κάθε pixel (u, v) του B αντικαθίσταται με το A

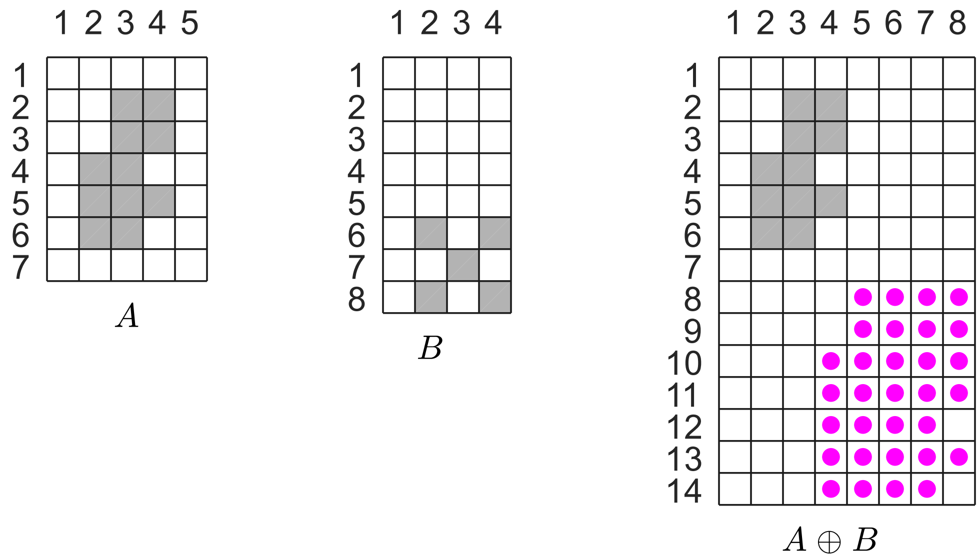




Μορφολογικές πράξεις

- Διαστολή (Dilation)

Παρατήρηση: Δεν είναι υποχρεωτικό η διαστολή $A \oplus B$ να εμπεριέχει το A

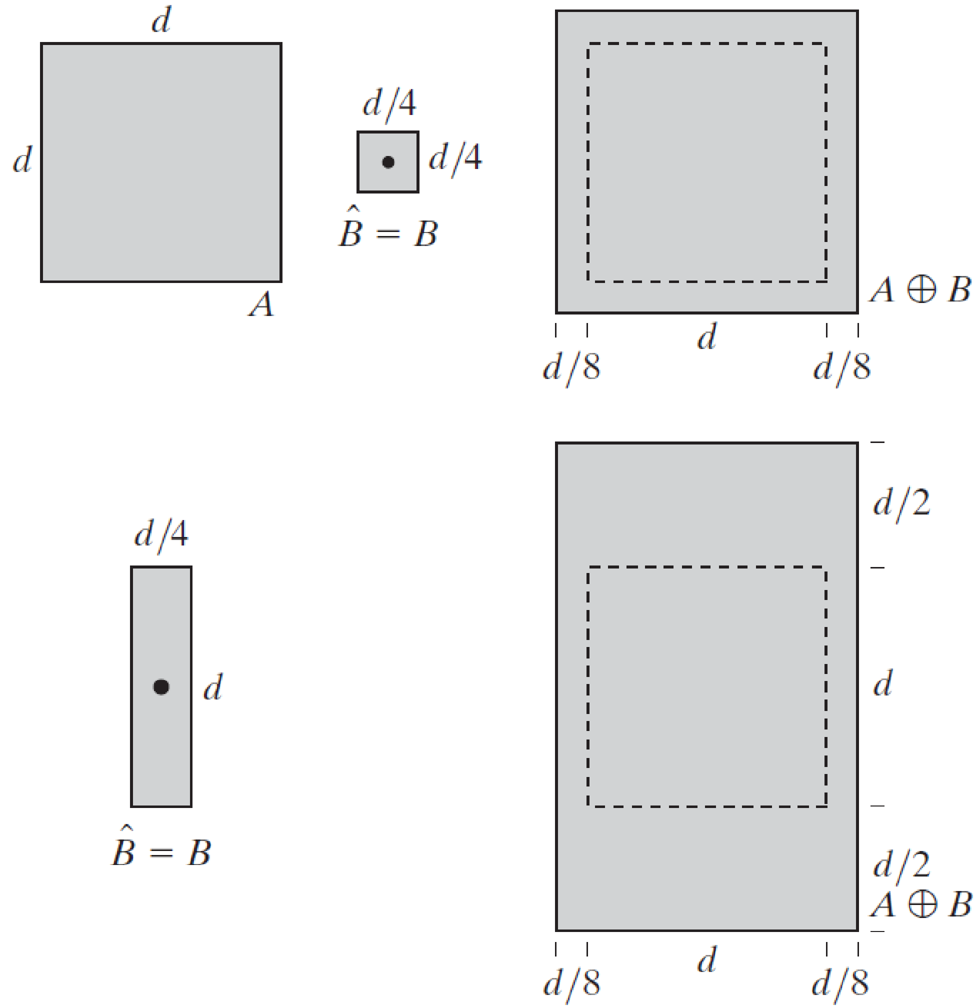


Είναι $A \not\subseteq A \oplus B$

Μορφολογικές πράξεις

- Διαστολή (Dilation)

Οδηγεί σε **αύξηση** των διαστάσεων του A.



Μορφολογικές πράξεις

➢ Διαστολή (Dilation)

Ιδιότητες

- Αντιμεταθετική

  Μπορεί να εφαρμοστεί το δομικό στοιχείο επί της εικόνας ή αντιστρόφως

$$A \oplus B = B \oplus A = \bigcup_{a \in A} B_a$$

- Προσεταιριστική

  Η διαστολή με ένα μεγάλο δομικό στοιχείο μπορεί να αντικατασταθεί από μια ακολουθία διαστολών με μικρότερα δομικά στοιχεία

$$(A \oplus B_1) \oplus B_2 = A \oplus (B_1 \oplus B_2)$$

ή

$$A \oplus B = A \oplus (B_1 \oplus B_2 \oplus \cdots B_n) = (\ldots((A \oplus B_1) \oplus B_2) \oplus \cdots \oplus B_n)$$

Μορφολογικές πράξεις

- Συστολή (Erosion)

$$A \ominus B = \{\mathrm{w} | B_w \subseteq A\}$$

Περιέχει τα pixel $w = (x, y)$ για τα οποία το B_w εμπεριέχεται στο A, όπου B_w είναι η μετατόπιση του B ως προς (x, y).

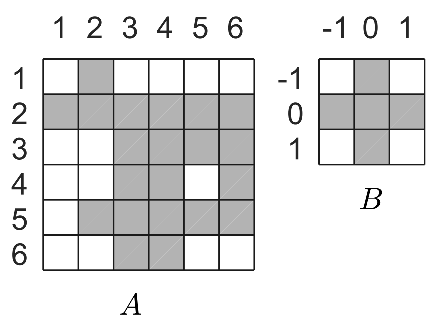
Εναλλακτικά,

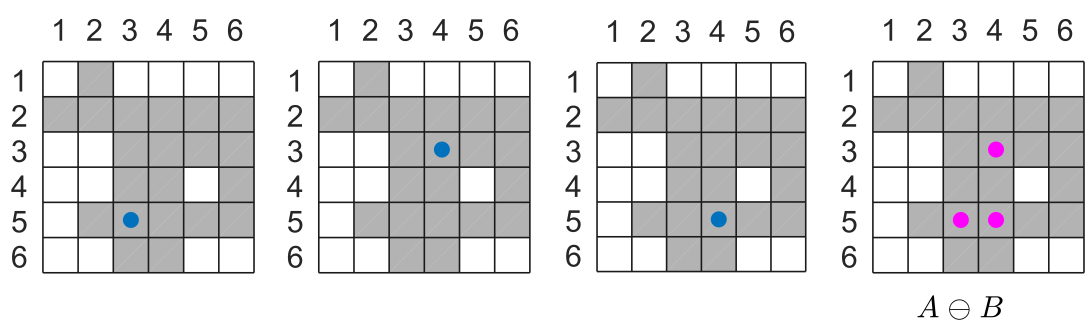
$$A \ominus B = \bigcap_{b \in B} A_{-b}$$

Μορφολογικές πράξεις

- Συστολή (erosion)

Παράδειγμα

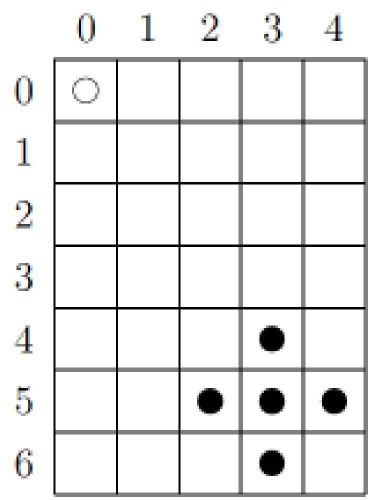




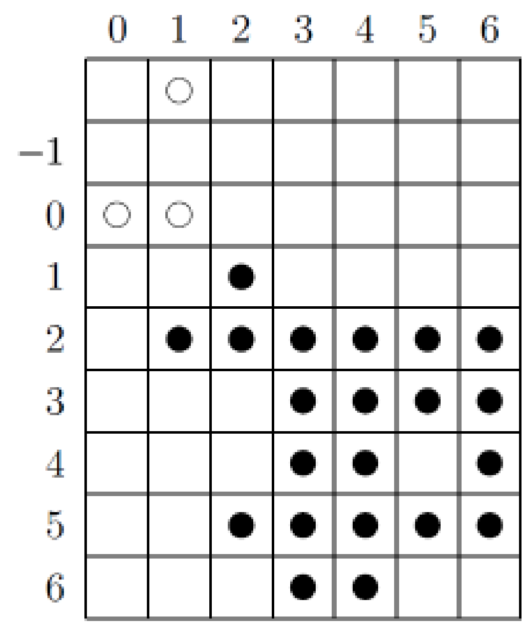
Μορφολογικές πράξεις

- Συστολή (erosion)

Παρατήρηση: Δεν είναι υποχρεωτικό η συστολή $A \ominus B$ να εμπεριέχεται στο A



B



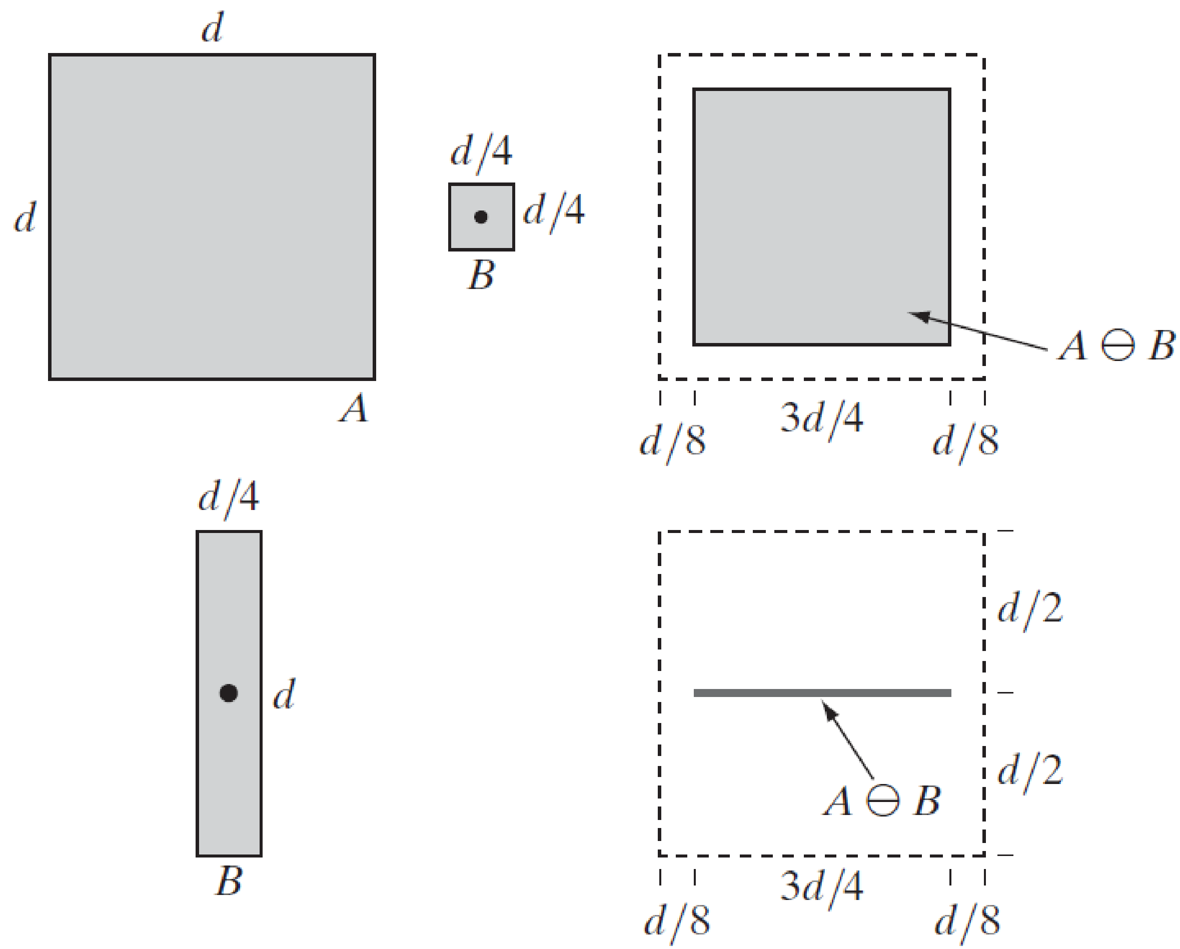
$A \ominus B$

Είναι $A \ominus B \nsubseteq A$

Μορφολογικές πράξεις

- Συστολή (erosion)

  Οδηγεί σε **μείωση** των διαστάσεων του A



Μορφολογικές πράξεις

Συστολή (erosion)

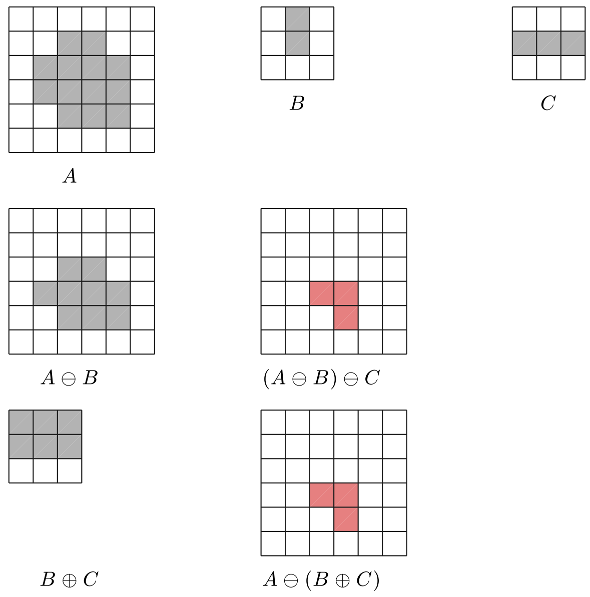
Ιδιότητες

- **Δεν** ισχύει η αντιμεταθετική

$$A \ominus B \neq B \ominus A$$

- Ισχύει ότι

$$(A \ominus B) \ominus C = A \ominus (B \oplus C)$$



Μορφολογικές πράξεις

Δυική σχέση διαστολής και συστολής

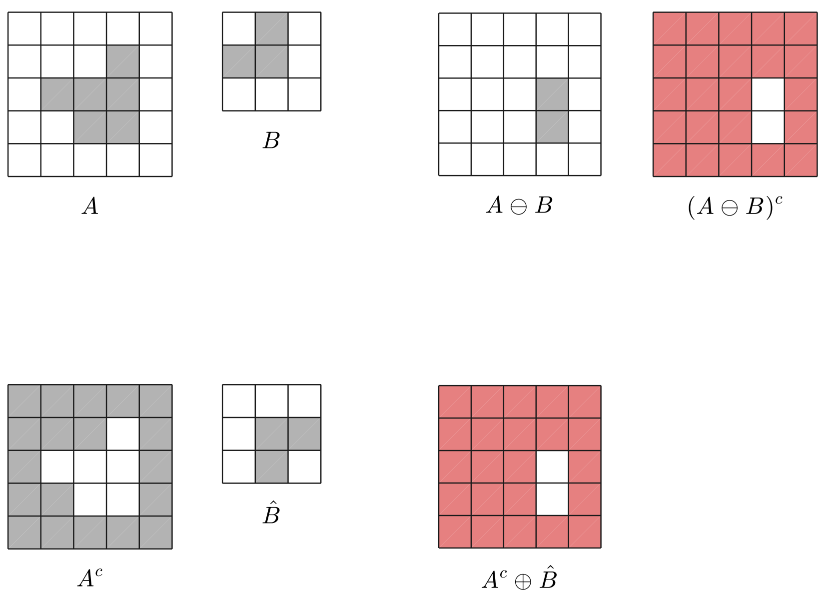
- Οι πράξεις της διαστολής και συστολής είναι δυικές σε σχέση με το **συμπλήρωμα** και την **ανάκλαση**.

$$(A \ominus B)^c = A^c \oplus \hat{B}$$

και

$$(A \oplus B)^c = A^c \ominus \hat{B}$$

- Πρακτικά χρειάζεται να υλοποιηθεί μόνο η διαστολή ή η συστολή.



Μορφολογικές πράξεις

Άνοιγμα (opening)

Μαζί με το κλείσιμο (closing) θεωρούνται μορφολογικές πράξεις **δευτέρου επιπέδου** καθώς βασίζονται στις βασικές πράξεις της διαστολής και της συστολής.

Για μια εικόνα A και μια ένα δομικό στοιχείο B το **άνοιγμα** συμβολίζεται ως $A \circ B$ και ορίζεται ως μια συστολή ακολουθούμενη από διαστολή

$$A \circ B = (A \ominus B) \oplus B$$

Εναλλακτικά,

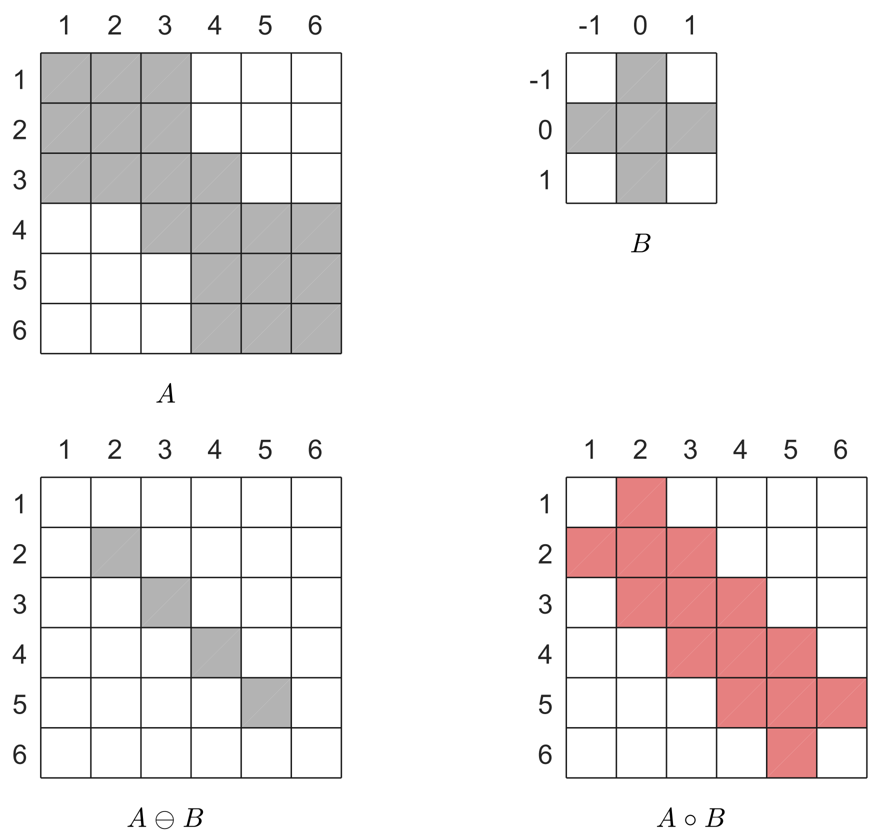
$$A \circ B = \bigcup \{B_w | B_w \subseteq A\}$$

δηλαδή, το άνοιγμα ισούται με την ένωση όλων των μετατοπίσεων του B που εμπεριέχονται μέσα στο A.

Μορφολογικές πράξεις

➢ Άνοιγμα (opening)

Παράδειγμα



A B $A \ominus B$ $A \circ B$

Μορφολογικές πράξεις

- Άνοιγμα (opening)

Ιδιότητες

- Το άνοιγμα $A \circ B$ είναι υποσύνολο του A

$$A \circ B \subseteq A$$

- Μπορεί να εφαρμοσθεί μόνο μια φορά

$$(A \circ B) \circ B = A \circ B$$

- Εάν $A \subseteq C$ τότε

$$(A \circ B) \subseteq (C \circ B)$$

Χρήση

Εξομάλυνση της εικόνας, σπάσιμο συνδέσμων, διαγραφή λεπτών προεξοχών

Μορφολογικές πράξεις

Κλείσιμο (closing)

Για μια εικόνα A και ένα δομικό στοιχείο B το **κλείσιμο** συμβολίζεται ως $A \bullet B$ και ορίζεται ως μια διαστολή ακολουθούμενη από συστολή

$$A \bullet B = (A \oplus B) \ominus B$$

Ιδιότητες

- Το κλείσιμο $A \bullet B$ είναι υπερσύνολο του A

$$A \subseteq A \bullet B$$

- Μπορεί να εφαρμοσθεί μόνο μια φορά

$$(A \bullet B) \bullet B = A \bullet B$$

- Εάν $A \subseteq C$ τότε

$$(A \bullet B) \subseteq (C \bullet B)$$

- Δυϊκότητα με άνοιγμα

$$(A \circ B)^c = A^c \bullet \hat{B} \quad \text{και} \quad (A \bullet B)^c = A^c \circ \hat{B}$$

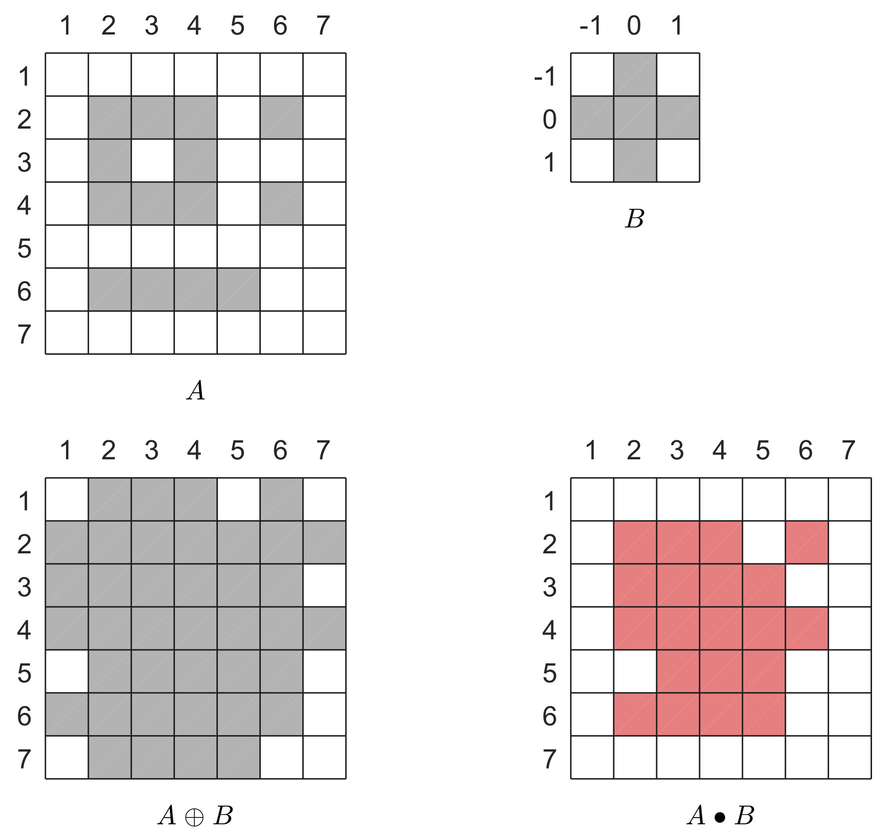
Χρήση

Εξομάλυνση της εικόνας, συγχώνευση συνδέσμων, διαγραφή μικρών οπών

Μορφολογικές πράξεις

➤ Κλείσιμο (closing)

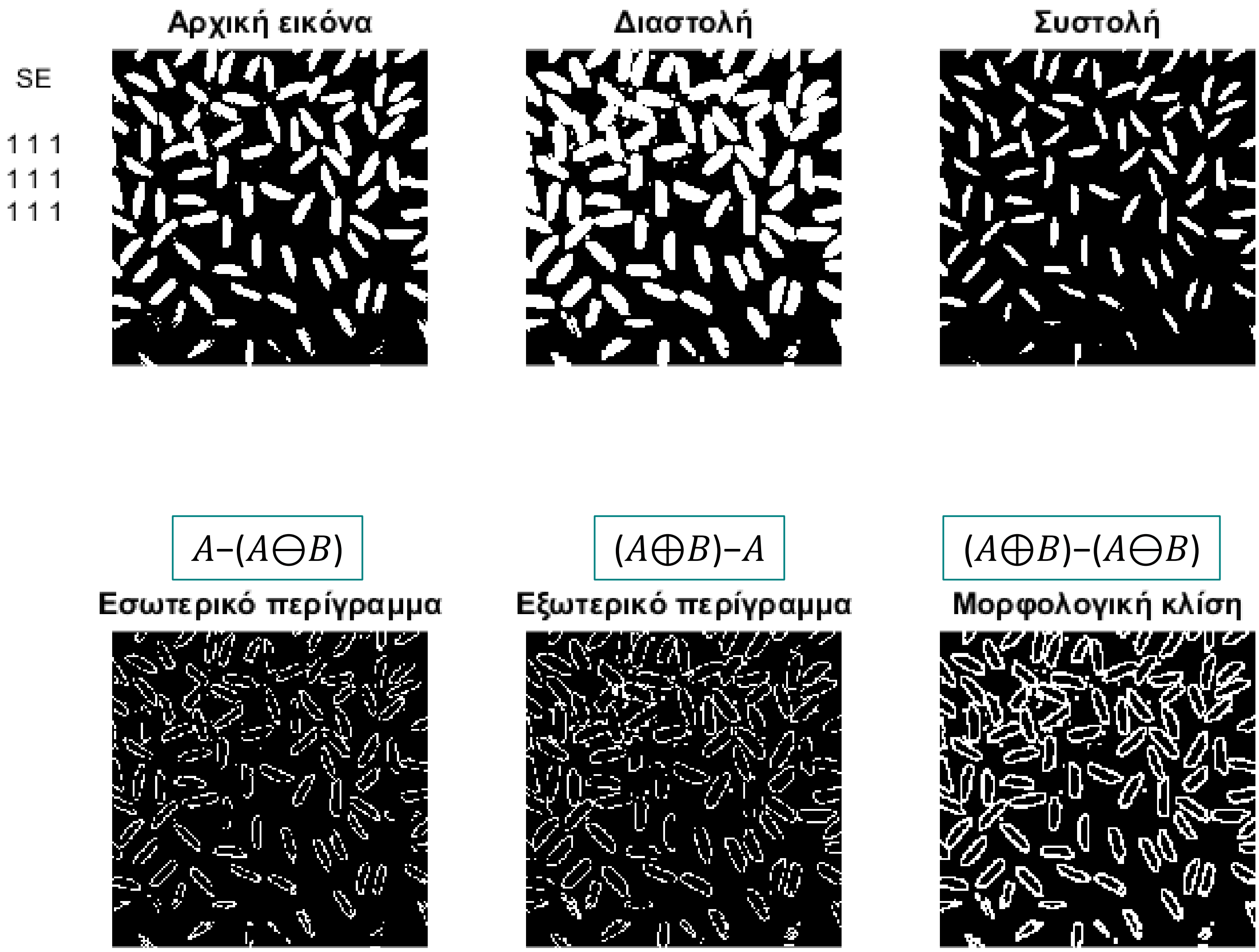
Παράδειγμα



A , B , $A \oplus B$, $A \bullet B$

Βασικοί αλγόριθμοι

- Εξαγωγή περιγράμματος

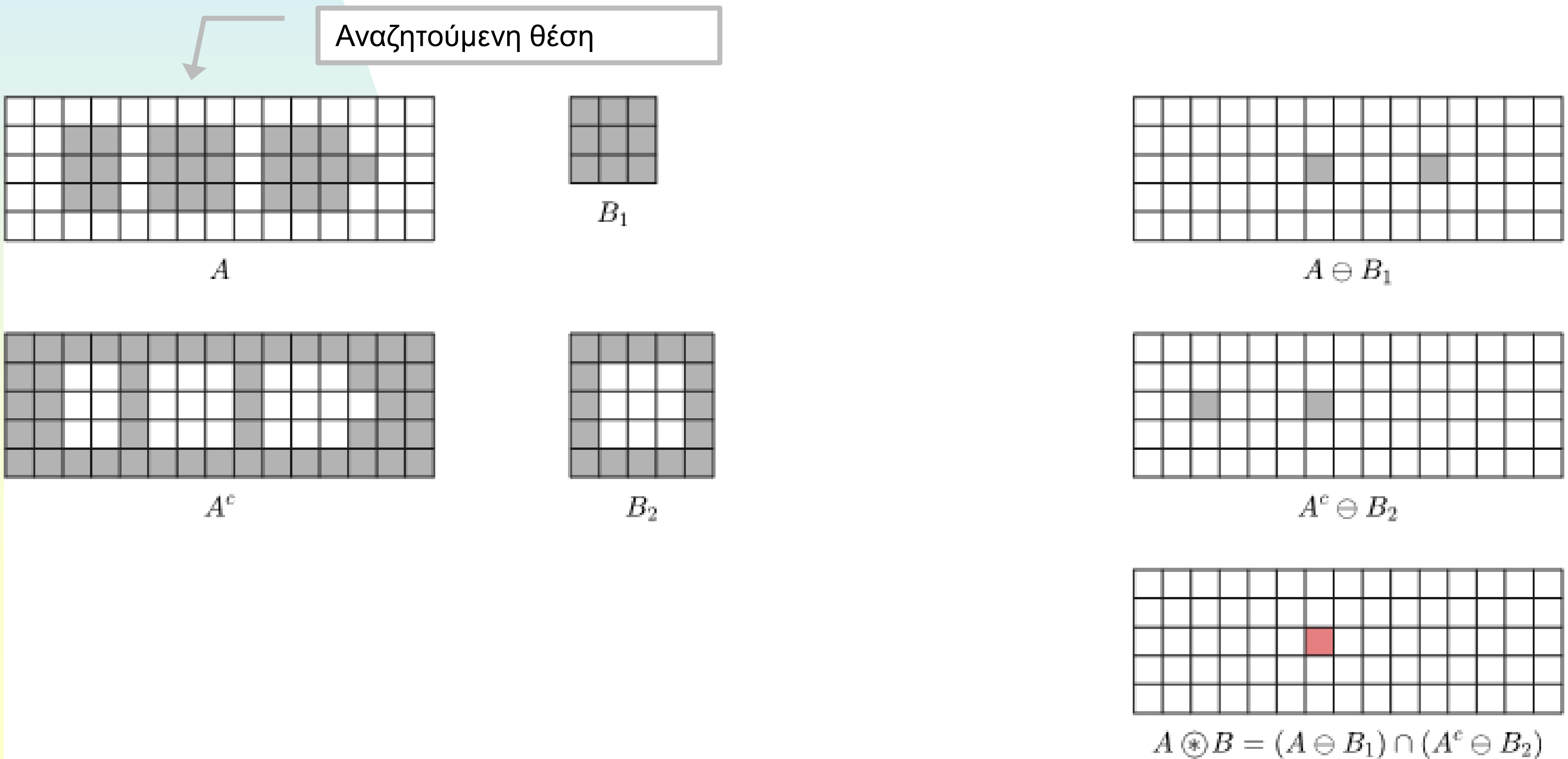


Βασικοί αλγόριθμοι

- Ο μετασχηματισμός hit-or-miss $A \circledast B$

  Μέθοδος εντοπισμού σχημάτων σε εικόνες με χρήση συστολής. Για το αναζητούμενο σχήμα B δημιουργούνται δύο δομικά στοιχεία:

  - B_1 το ίδιο το αντικείμενο
  - B_2 το background του B_1



Βασικοί αλγόριθμοι

Γέμισμα οπών

Ως οπή θεωρείται μια περιοχή του υποβάθρου που περιβάλλεται από ένα συνδεδεμένο περίγραμμα από pixel.

Αρχικά δίνεται ένα σημείο εκκίνησης p εντός της οπής

Επαναληπτικός υπολογισμός

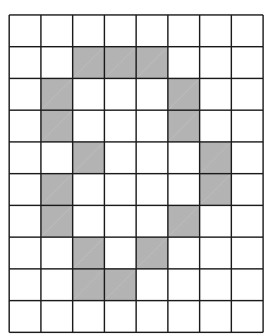
$$I_K = (I_{K-1} \oplus B) \cap A^c$$

όπου

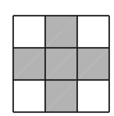
B το δομικό στοιχείο

$I_0 = \{I_p\}$ η εικόνα που περιέχει μόνο το σημείο εκκίνησης

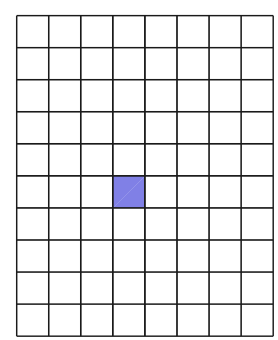
Παράδειγμα



A



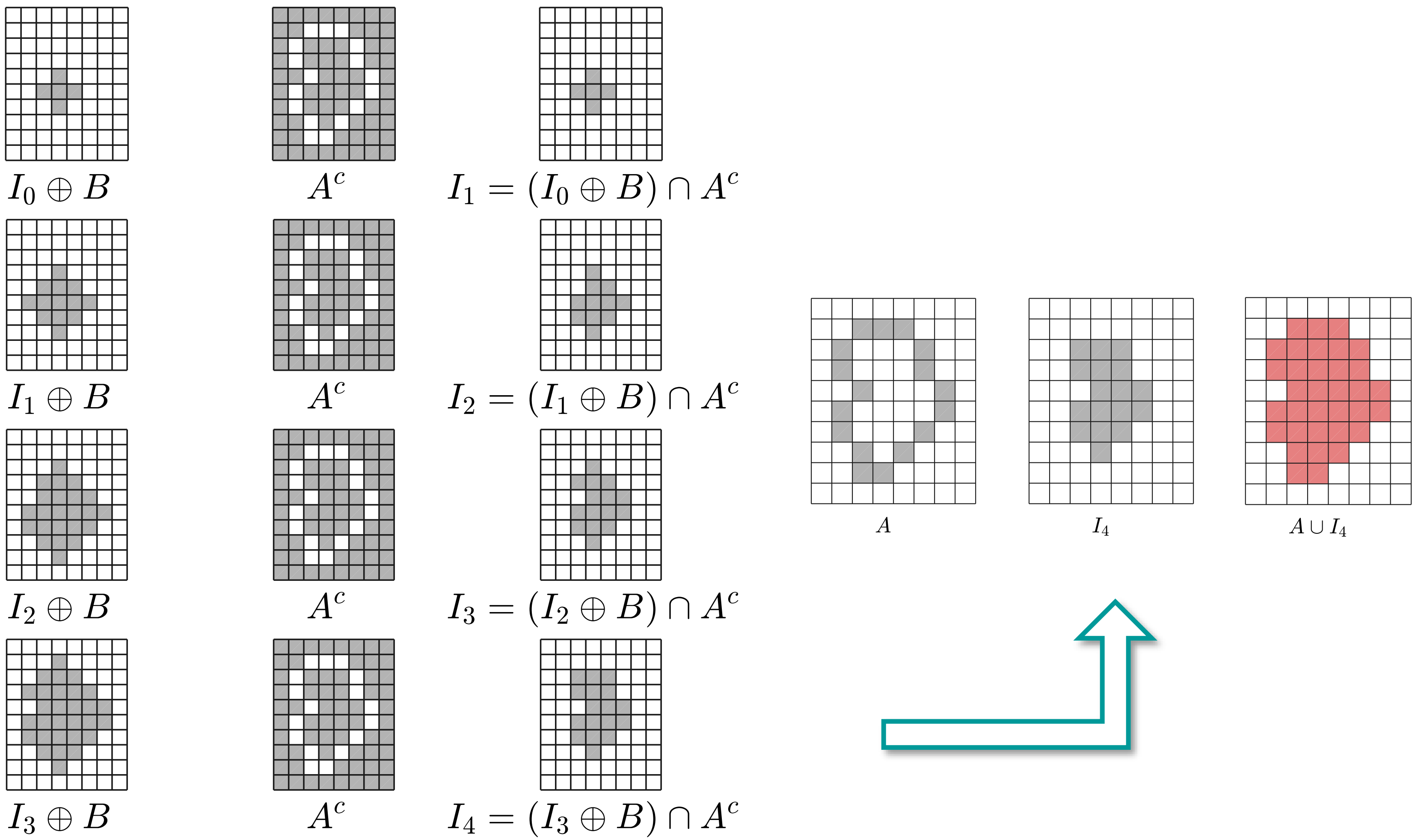
B



I_0

Βασικοί αλγόριθμοι

Γέμισμα οπών - Παράδειγμα



Βασικοί αλγόριθμοι

- Εντοπισμός συνδεδεμένων συστατικών (connected components)

Συνδεδεμένα συστατικά είναι ομάδες από pixel τα οποία συνδέονται μεταξύ τους είτε με **4-συνδεσιμότητα** είτε με **8-συνδεσιμότητα**.

Αρχικά δίνεται ένα σημείο εκκίνησης p πάνω στο συνδεδεμένο συστατικό το οποίο πρόκειται να προσδιοριστεί.

Επαναληπτικός υπολογισμός

$$I_K = (I_{K-1} \oplus B) \cap A$$

όπου

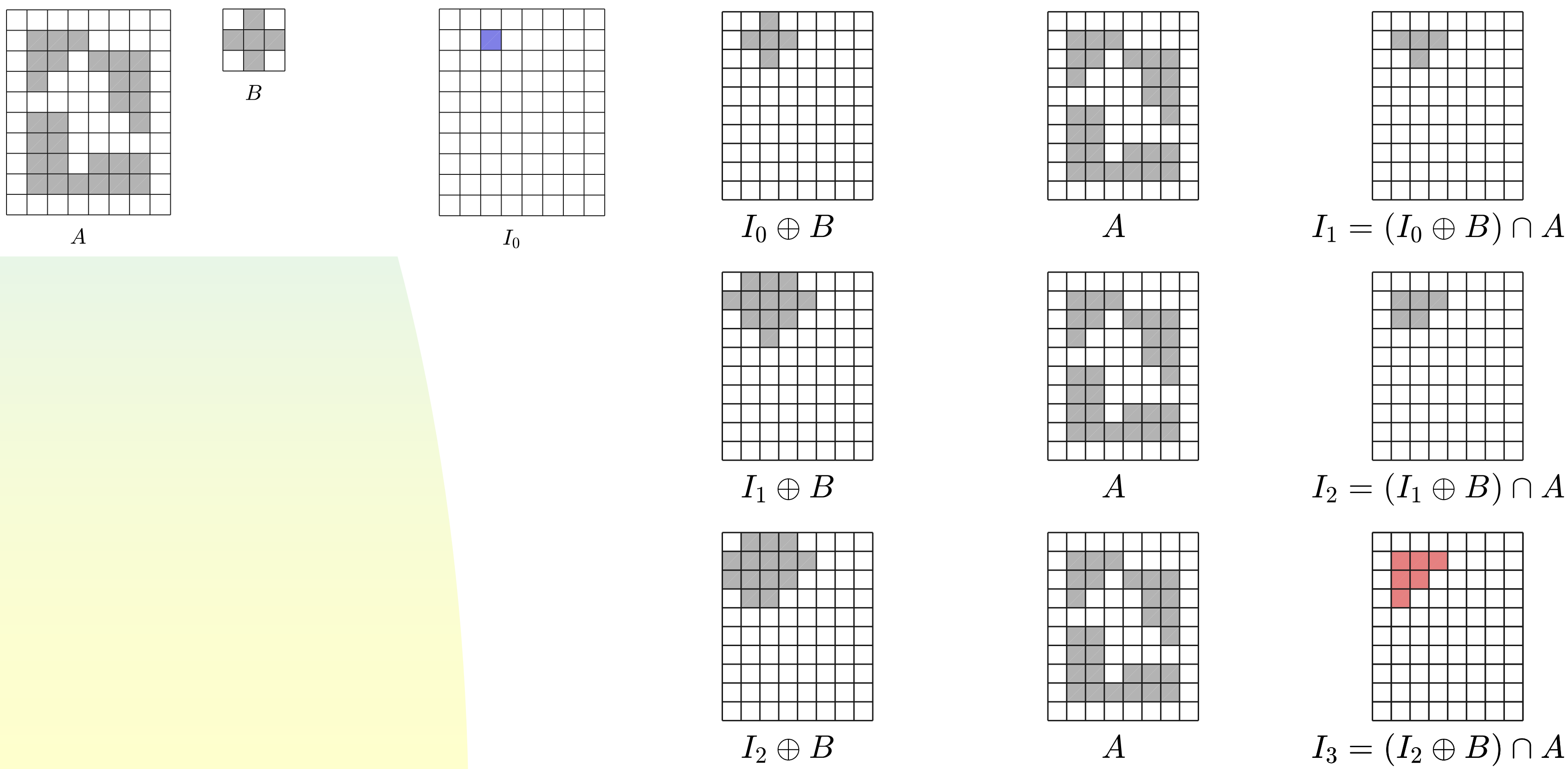
B το δομικό στοιχείο

$I_0 = \{I_p\}$ η εικόνα που περιέχει μόνο το σημείο εκκίνησης

Βασικοί αλγόριθμοι

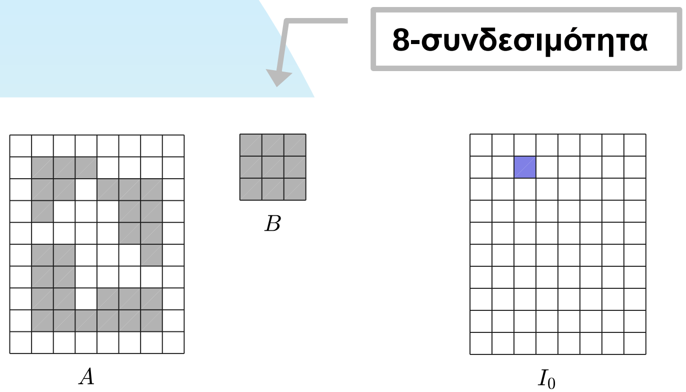
- Εντοπισμός συνδεδεμένων συστατικών - Παράδειγμα

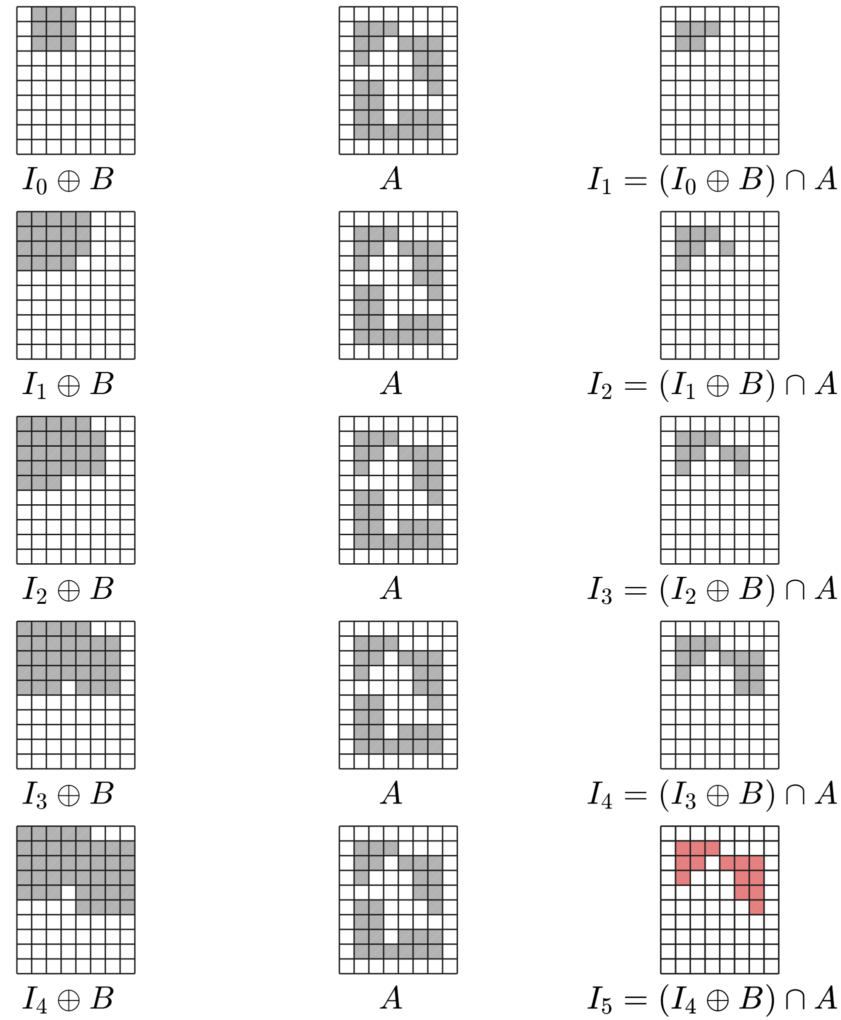
4-συνδεσιμότητα



Βασικοί αλγόριθμοι

- Εντοπισμός συνδεδεμένων συστατικών - Παράδειγμα





Βασικοί αλγόριθμοι

- Προσδιορισμός σκελετού – Skeletonization

Συστολή	Άνοιγμα	Διαφορά
A	$A \circ B$	$A - (A \circ B)$
$A \ominus B$	$(A \ominus B) \circ B$	$(A \ominus B) - ((A \ominus B) \circ B)$
$A \ominus 2B$	$(A \ominus 2B) \circ B$	$(A \ominus 2B) - ((A \ominus 2B) \circ B)$
$A \ominus 3B$	$(A \ominus 3B) \circ B$	$(A \ominus 3B) - ((A \ominus 3B) \circ B)$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$A \ominus kB$	$(A \ominus kB) \circ B$	$(A \ominus kB) - ((A \ominus kB) \circ B)$

Βασικοί αλγόριθμοι

➢ Προσδιορισμός σκελετού – παράδειγμα