



Εξαμηνιαίο θέμα στο μάθημα  
«Υψομετρία και GNSS»  
του ΠΜΣ «Γεωχωρικές τεχνολογίες»

---



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΑΤΤΙΚΗΣ  
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΤΟΠΟΓΡΑΦΙΑΣ ΚΑΙ ΓΕΩΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ  
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ  
ΓΕΩΧΩΡΙΚΕΣ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΕΣ



## Περιεχόμενα

Εισαγωγή .....	5
Διαδικασία ελέγχου.....	11
Αναφορά όλων των υψομέτρων σε κοινό σύστημα .....	11
Επίδραση των δεδομένων του GOCE στη βελτίωση των αποχών του γεωειδούς	11
Αξιολόγηση των υψομετρικών πληροφοριών με τη χρήση παραμετρικών μοντέλων .....	13
Παραδοτέα .....	15
Βιβλιογραφία .....	15



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΑΤΤΙΚΗΣ  
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΤΟΠΟΓΡΑΦΙΑΣ ΚΑΙ ΓΕΩΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ  
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ  
ΓΕΩΧΩΡΙΚΕΣ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΕΣ

## Εισαγωγή

Αντικείμενο του θέματος είναι ο υψομετρικός έλεγχος χωροσταθμικών σημείων αναφοράς (τριγωνομετρικά σημεία του κρατικού δικτύου, χωροσταθμικές αφετηρίες, ιδρυθέντα υψομετρικά σημεία) με τη χρήση σύγχρονων γεωδυναμικών μοντέλων βαρύτητας και μετρήσεων GNSS. Κατά τη διαδικασία του ελέγχου επιλέγονται διάφορα παραμετρικά μοντέλα της βιβλιογραφίας με σκοπό τη μοντελοποίηση των διαφορών στα γεωδαιτικά συστήματα αναφοράς που χρησιμοποιούνται στο συνδυασμό των ετερογενών δεδομένων υψομετρίας.

Σε κάθε θέμα παρουσιάζεται μία περιοχή, στην οποία έχουν μετρηθεί περίπου 20 σημεία αναφοράς. Τα σημεία αυτά έχουν μετρηθεί α) από πτυχιακές του Τμήματος Πολιτικών Μηχανικών ΤΕ και Μηχανικών Τοπογραφίας & Γεωπληροφορικής ΤΕ, β) από το ερευνητικό πρόγραμμα ελέγχου και αξιολόγησης του υψομετρικού δικτύου της Αττικής και της Θεσσαλονίκης «Αρχιμήδης» και γ) από μετρήσεις του Αριστοτελείου Πανεπιστημίου Θεσσαλονίκης στην περιοχή της Θεσσαλονίκης. Πληροφορίες για τις μετρήσεις των σημείων αυτών και τις εκτιμήσεις των ακριβειών των τελικών υψομέτρων παρουσιάζονται στο τμήμα της βιβλιογραφίας, αντιστοίχως για κάθε περιοχή.

Στα σημεία ελέγχου παρέχονται:

1. **Γεωμετρικά υψόμετρα (h)** από μετρήσεις GPS. Τα υψόμετρα αυτά, σύμφωνα με τη θεωρία, παρέχονται σε σύστημα παλίρροιας απαλλαγμένο από τις όλες τις επιδράσεις (**tide free system**). Το σύστημα αναφοράς των υψομέτρων αυτών παρουσιάζεται στην αντίστοιχη βιβλιογραφία.
2. **Ορθομετρικά υψόμετρα (H) στο Ελληνικό Κατακόρυφο Σύστημα αναφοράς** (αφετηρία από τον παλιρροιογράφο του Πειραιά) της Γεωγραφικής Υπηρεσίας Στρατού, τα οποία σύμφωνα με τον ορισμό του συστήματος, αναφέρονται σε ένα μέσο σύστημα παλίρροιας (**mean tide system**).

Οι εξισώσεις σύνδεσης των διαφορετικών συστημάτων παλίρροιας παρουσιάζονται από τον Ekman (1989) και εκφράζονται για τα ορθομετρικά υψόμετρα ως εξής:

$$H_{ZT} - H_{MT} = 9.9 - 29.6 \sin^2 \varphi \quad [cm] \quad (1)$$

$$H_{TF} - H_{ZT} = k(9.9 - 29.6 \sin^2 \varphi) \quad [cm] \quad (2)$$

$$H_{TF} - H_{MT} = (1 + k)(9.9 - 29.6 \sin^2 \varphi) \quad [cm] \quad (3)$$

MT → mean tide system

ZT → zero tide system

TF → tide-free system

Ο υψομετρικός έλεγχος θα πραγματοποιηθεί με τη χρήση σύγχρονων γεωδυναμικών μοντέλων βαρύτητας. Συγκεκριμένα, για τον υπολογισμό της **αποχής του γεωειδούς (N)** στα σημεία ελέγχου θα χρησιμοποιηθούν

α) Το **EGM2008** (Pavlis et al., 2012), με μέγιστο βαθμό 2190 και τάξη 2160 ως βασικό μοντέλο αναφοράς,

β) το **XGM2016**, πλήρες σε βαθμό και τάξη 719 (Pail et al., 2017),

γ) τα μοντέλα του δορυφόρου GOCE, όπως έχουν προκύψει από διαφορετική επεξεργασία των πρωτογενών δεδομένων (Direct method – Bruinsma et al., 2013, Time-wise method – Brockmann et al., 2014 και Space-wise solution - Gatti, A. et al, 2016) στην τελευταία τους έκδοση (5<sup>η</sup>) (το **GO\_CONS\_GCF\_2\_DIR\_R5**, πλήρες σε βαθμό και τάξη 300, το **GO\_CONS\_GCF\_2\_TIM\_R5**, πλήρες σε βαθμό και τάξη 280 και το **GO\_CONS\_GCF\_2\_SPW\_R5**, πλήρες σε βαθμό και τάξη 330),

δ) τον δορυφορικό μοντέλο του GOCE, πλήρες σε βαθμό και τάξη 250, **IFE\_GOCE05s** (Wu, H. et al, 2017) και

ε) το τελευταίο μοντέλο του GOCE με δεδομένα δορυφορικής βαθμιδομετρίας **IGGT\_R1**, πλήρες σε βαθμό και τάξη 240 (Lu, B. et al, 2017).

Πληροφορίες για τα μοντέλα, οι συντελεστές τους, καθώς και η υπηρεσία εύρεσης των αποχών του γεωειδούς από τα μοντέλα ανάλογα με το βαθμό ανάπτυξης παρουσιάζονται στην υπηρεσία του **Διεθνούς Κέντρου για τα Παγκόσμια Γεωδυναμικά Μοντέλα (International Centre for Global Earth Models – ICGEM)**

<http://icgem.gfz-potsdam.de/home>

Οδηγίες για τον τρόπο υπολογισμού των τιμών των αποχών του γεωειδούς από τα γεωδυναμικά μοντέλα με τη χρήση της υπηρεσίας δίνονται στη συνέχεια.



TEIATH Open eClass | Εργ. x ICGEM International Cen x

icgem.gfz-potsdam.de/calc

### Calculation of Gravity Field Functionals on Ellipsoidal Grids

**1 Model selection**

- Longtime Model
- Model from Series
- Topography related Model
- Celestial Object Model
- Topography

AIUB-CHAMP01S  
AIUB-CHAMP03S  
AIUB-GRACE01S  
AIUB-GRACE02S  
AIUB-GRACE03S  
DEOS-CHAMP-01C  
DGM-1S  
EGM2008  
EGM96  
EGM96s  
EIGEN-1  
EIGEN-1s  
EIGEN-2  
EIGEN-51C  
EIGEN-5C  
EIGEN-5S

**2 Functional selection**

- height anomaly
- height anomaly\_ell
- geoid
- gravity\_disturbance
- gravity\_disturbance\_geoid
- gravity\_disturbance\_sa
- gravity\_anomaly
- gravity\_anomaly\_cl
- gravity\_anomaly\_sa
- gravity\_anomaly\_bg

The Geoid is one particular equipotential surface of the gravity potential of the Earth. Among all equipotential surfaces, the geoid is those which is equal to the undisturbed sea surface and its continuation below the continents. Here it will be approximated by the height anomaly plus a topography dependent correction term (eqs. 71 and 117 of STR09/02).

**3**

**4 Grid selection**

0.00000001

Grid Step [°]: 0.00000001  
Height over Ellipsoid [m]: 0

**5**

Reference System: WGS84  
Radius: 6378137.0 Flat: 298.257223563  
Gm: 3.986004418e+14 Omega: 7.292115e-5

**6**

Tide System: tide free  Zero Degree Term

**7**

Filter  
 None  
 Half response  
 Half transfer  
 6 Sigma  
Filter Length: 1.0 ° [Degree]

Definitions of the Filterlength  $\Phi$

Start Gentle Cut: 7790 Maximal Degree: 7790

**8**

start computation

ICGEM Home  
Gravity Field Models  
Static Models  
Temporal Models  
Topography related Models  
Calculation Service  
3D Visualisation  
Static Models  
Temporal Models  
Trend & Amplitude  
Spherical Harmonics  
Evaluation  
Spectral domain  
GNSS Leveling  
FAQ  
Theory  
References  
Latest Changes  
Discussion Forum  
GFZ Potsdam

Οδηγίες για τον υπολογισμό τιμών της αποχής





```
EGM2008_155ae625dc75a747c8b61be6d8047f9aac0551946f71645c2ecff9f3e3b8dca6.gdf - WordPad

generating_date      2017/06/14
product_type         gravity_field
body                 earth
modelname
c50128797a9cb62e936337c890e4425f03f0461d7329b09a8cc85615044653
40
max_used_degree      719
tide_system          tide_free
functional            geoid
zero_degree_term     included
unit                 meter
crust_density         2670.0 kg/m**3
refsysname            WGS84
gmrefpot              3.98600441800E+14 m**3/s**2
radiusrefpot          6378137.000 m
flatrefpot            3.352810664747480E-03
(1/298.25722356300)
omegarefpot          7.29211500000E-05 1/s
normal_potential      6.263685171456948E+07 m**2/s**2
long_lat_unit         degree
latlimit_north        38.214667177800
latlimit_south        38.214667177800
longlimit_west        23.329385225000
longlimit_east        23.329385225000
gridstep              0.100000000000000E-08
latitude_parallels    1
longitude_parallels   1
number_of_gridpoints  1
gapvalue              999.0000
weighted_mean         3.8519178E+01 meter
maxvalue              3.8519178E+01 meter
minvalue              3.8519178E+01 meter
signal_wrms           0.0000000E+00 meter
grid_format           long_lat_value

longitude             latitude      geoid
[deg.]                [deg.]        [meter]
end_of_head =====
23.3294                38.2147        38.51917781024
```

Αρχείο αποχής του γεωειδούς για ένα σημείο στο EGM2008



ICGEM International Cent...

icgem.gfz-potsdam.de/tom\_longtime





The links **calculate** and **show** in the last columns of the table directly invoke the *Calculation Service* and *Visualization page* for the selected model.  
For models with a registered **doi** ("digital object identifier") the last column contains the symbol ✓, which directly opens the page on "http://dx.doi.org/".  
If you click on the reference, the complete list of references can be seen.

Nr	Model	Year	Degree	Data	References	Download	Calculate	Show	DOI
161	XGM2016	2017	719	A, G, S(GOCO05s)	Pail, R. et al, 2017	gfc zip	Calculate	Show	✓
160	Tongji-Grace02s	2017	180	S(Grace)	Chen, Q. et al, 2016	gfc zip	Calculate	Show	✓
159	NULP-02s	2017	250	S(Goce)	A.N. Marchenko et al, 2016	gfc zip	Calculate	Show	✓
158	HUST-Grace2016s	2016	160	S(Grace)	Zhou, H. et al, 2016	gfc zip	Calculate	Show	✓
157	ITU_GRACE16	2016	180	S(Grace)	Akyilmaz, O. et al, 2016	gfc zip	Calculate	Show	✓
156	ITU_GGC16	2016	280	S(Goce), S(Grace)	Akyilmaz, O. et al, 2016	gfc zip	Calculate	Show	✓
155	EIGEN-6S4 (v2)	2016	300	S(Goce), S(Grace), S(Lageos)	Förste, C. and Bruinsma, S.L., 2016	gfc zip	Calculate	Show	✓
154	GOCO05s	2016	720	(see model), A, G, S	Fecher, T. et al, 2016	gfc zip	Calculate	Show	✓
153	GGM05C	2015	360	A, G, S(Goce), S(Grace)	Ries, J. et al, 2016	gfc zip	Calculate	Show	✓
152	GECO	2015	2190	EGM2008, S(Goce)	Gilardoni, M. et al, 2016	gfc zip	Calculate	Show	
151	GGM05G	2015	240	S(Goce), S(Grace)	Bettadpur, S. et al, 2015	gfc zip	Calculate	Show	
150	GOCO05s	2015	280	(see model), S	Mayer-Gürr, T. et al, 2015	gfc zip	Calculate	Show	
149	GO_CONS_GCF_2_SPW_R4	2014	280	S(Goce)	Gatti, A. et al, 2014	gfc zip	Calculate	Show	
148	EIGEN-6C4	2014	2190	A, G, S(Goce), S(Grace), S(Lageos)	Förste, Christoph et al, 2014	gfc zip	Calculate	Show	✓
147	ITSG-Grace2014s	2014	200	S(Grace)	Mayer-Gürr, T. et al, 2014	gfc zip	Calculate	Show	
146	ITSG-Grace2014k	2014	200	S(Grace)	Mayer-Gürr, T. et al, 2014	gfc zip	Calculate	Show	
145	GO_CONS_GCF_2_TIM_R5	2014	280	S(Goce)	Brockmann, J. M. et al, 2014	gfc zip	Calculate	Show	
144	GO_CONS_GCF_2_DIR_R5	2014	300	S(Goce), S(Grace), S(Lageos)	Bruinsma, S. L. et al, 2013	gfc zip	Calculate	Show	
143	JYY_GOCE04S	2014	230	S(Goce)	Yi, Weiyong et al, 2013	gfc zip	Calculate	Show	
142	GOGRA04S	2014	230	S(Goce), S(Grace)	Yi, Weiyong et al, 2013	gfc zip	Calculate	Show	
141	EIGEN-6S2	2014	260	S(Goce), S(Grace), S(Lageos)	Rudenko, Sergei et al, 2014	gfc zip	Calculate	Show	
140	GGM05S	2014	180	S(Grace)	Tapley, B.D. et al, 2013	gfc zip	Calculate	Show	
139	EIGEN-6C3stat	2014	1949	A, G, S(Goce), S(Grace), S(Lageos)	Förste, C. et al, 2012	gfc zip	Calculate	Show	
138	Tongji-GRACE01	2013	160	S(Grace)	Shen, Y. et al, 2013	gfc zip	Calculate	Show	
137	JYY_GOCE02S	2013	230	S(Goce)	Yi, Weiyong et al, 2013	gfc zip	Calculate	Show	
136	GOGRA02S	2013	230	S(Goce), S(Grace)	Yi, Weiyong et al, 2013	gfc zip	Calculate	Show	
135	ULux_CHAMP2013s	2013	120	S(Champ)	Weigelt, M. et al, 2013	gfc zip	Calculate	Show	
134	ITG-Goce02	2013	240	S(Goce)	Schall, Judith et al, 2014	gfc zip	Calculate	Show	
133	GO_CONS_GCF_2_TIM_R4	2013	250	S(Goce)	Pail, Roland et al, 2011	gfc zip	Calculate	Show	
132	GO_CONS_GCF_2_DIR_R4	2013	260	S(Goce), S(Grace), S(Lageos)	Bruinsma, S. L. et al, 2013	gfc zip	Calculate	Show	
131	EIGEN-6C2	2012	1949	A, G, S(Goce), S(Grace), S(Lageos)	Förste, C. et al, 2012	gfc zip	Calculate	Show	
130	DGM-1S	2012	250	S(Goce), S(Grace)	Farahani, H. Hashemi et al, 2013	gfc zip	Calculate	Show	
129	GOCO03s	2012	250	S(Goce), S(Grace)	Mayer-Gürr, T. et al, 2012	gfc zip	Calculate	Show	
128	GO CONS GCF 2 DIR R3	2011	240	S(Goce), S(Grace), S(Lageos)	Bruinsma, S.L. et al, 2010	gfc zip	Calculate	Show	

icgem@gfz-potsdam.de

ICGEM Home

Gravity Field Models

Static Models

Temporal Models

Topographic and Models

Calculation Service

3D Visualisation

Static Models

Temporal Models

Trend & Amplitude

Spherical Harmonics

Evaluation

Spectral domain

GNSS Leveling

FAQ

Theory

References

Latest Changes

Discussion Forum

GFZ Potsdam

Εύρεση των συντελεστών των μοντέλων



```

=====
modelname          GOCO05c.gfc
product_type       gravity_field
earth_gravity_constant 0.39860044150D+15 → GM
radius             0.63781363000D+07 → a
max_degree         720
errors             formal
norm              fully_normalized
tide_system        zero_tide → Tide system
end_of_head
=====

```

```

=====
gfc 0 0 +1.000000000000000E+00 +0.000000000000000E+00 +0.000000000000000E+00 +0.000000000000000E+00
gfc 1 0 +0.000000000000000E+00 +0.000000000000000E+00 +0.000000000000000E+00 +0.000000000000000E+00
gfc 1 1 +0.000000000000000E+00 +0.000000000000000E+00 +0.000000000000000E+00 +0.000000000000000E+00
gfc 2 0 -4.841694588430318E-04 +0.000000000000000E+00 +2.959417109233047E-13 +0.000000000000000E+00
gfc 2 1 -3.402167402706640E-10 +1.449802542797210E-09 +5.808503004553748E-13 +5.784014657034021E-13
gfc 2 2 +2.439360719619100E-06 -1.400308587714660E-06 +6.360962053333250E-13 +6.335187925639966E-13
gfc 3 0 +9.571897944720510E-07 +0.000000000000000E+00 +4.436927029196142E-13 +0.000000000000000E+00
gfc 3 1 +2.030459737814230E-06 +2.482294114049760E-07 +5.008666841141822E-13 +4.479346149758401E-13
gfc 3 2 +9.047644458515710E-07 -6.190037965788000E-07 +4.675320767232500E-13 +4.766466184531858E-13
gfc 3 3 +7.212945596101330E-07 +1.414385801623450E-06 +5.218224753767609E-13 +5.229499703627039E-13
gfc 4 0 +5.399926430982187E-07 +0.000000000000000E+00 +3.127696948314461E-13 +0.000000000000000E+00
gfc 4 1 -5.361789550918730E-07 -4.735741310717770E-07 +3.224221152851357E-13 +2.867718354449872E-13
gfc 4 2 +3.504928455834290E-07 +6.624980838564670E-07 +3.178833578698496E-13 +3.428733812365099E-13
gfc 4 3 +9.908636731964701E-07 -2.009435644169910E-07 +3.787956109897794E-13 +3.855173767636189E-13
gfc 4 4 -1.884980076912550E-07 +3.088238868625820E-07 +3.243464255486910E-13 +3.286928955706283E-13
gfc 5 0 +6.864322517098600E-08 +0.000000000000000E+00 +2.273545509815806E-13 +0.000000000000000E+00
gfc 5 1 -6.291459077398090E-08 -9.433648845464900E-08 +2.445090390109738E-13 +2.188479131405893E-13
gfc 5 2 +6.520576877334550E-07 -3.233369660596890E-07 +2.498614510167718E-13 +2.637986155260863E-13
gfc 5 3 -4.518411995061620E-07 -2.149435472847770E-07 +2.806494217798345E-13 +2.905060557829175E-13
gfc 5 4 -2.953206234098240E-07 +4.981226557902390E-08 +3.421530898560690E-13 +3.399719506871646E-13
gfc 5 5 +1.748090992652680E-07 -6.693643265143100E-07 +3.895529185241445E-13 +3.906342598107034E-13
gfc 6 0 -1.499695728719392E-07 +0.000000000000000E+00 +1.656422378448541E-13 +0.000000000000000E+00
=====

```

$n$   $m$

$\bar{C}_{nm}$

$\bar{S}_{nm}$

$\sigma \bar{C}_{nm}$

$\sigma \bar{S}_{nm}$

Μορφή αρχείου GOCO05c.gfc

## Διαδικασία ελέγχου

### Αναφορά όλων των υψομέτρων σε κοινό σύστημα

Η μελέτη θα πραγματοποιηθεί στο απαλλαγμένο από τις επιδράσεις της παλίρροιας σύστημα (**tide-free system**). Επομένως, ο υπολογισμός των αποχών του γεωειδούς θα πρέπει να πραγματοποιηθεί στο ίδιο σύστημα. Επιπλέον, τα ορθομετρικά υψόμετρα της Ελλάδας παρουσιάζονται σε ένα μέσο γεωειδές (μέσο σύστημα παλίρροιας), αφού, σύμφωνα με τη βιβλιογραφία, περιλαμβάνουν όλες τις παλιρροϊκές επιδράσεις των 18.6 ετών παρατηρήσεων του παλιρροιογράφου του Πειραιά. Προσοχή, τέλος, θα πρέπει να δοθεί στο ΕΕΠ αναφοράς που χρησιμοποιείται στον υπολογισμό των αποχών του γεωειδούς γιατί θα πρέπει να ταυτίζεται με το ΕΕΠ του GPS (ITRF/WGS84).

### Επίδραση των δεδομένων του GOCE στη βελτίωση των αποχών του γεωειδούς

Ο πρώτος έλεγχος αφορά στη συνεισφορά των δεδομένων του δορυφόρου GOCE στον υπολογισμό των αποχών του γεωειδούς. Ελέγχονται τα στατιστικά στοιχεία των διαφορών (εύρος τιμών = μέγιστη – ελάχιστη τιμή, μέση τιμή και τυπική απόκλιση):

$$\Delta N = h - H - N_{n=2, \dots, 2190}^{EGM2008} \quad (4)$$

του γεωδυναμικού μοντέλου αναφοράς EGM2008 σε σύγκριση με τις αποχές από το ίδιο μοντέλο εμπλουτισμένες με τις χαμηλές αρμονικές υψηλής ακρίβειας του δορυφόρου GOCE. Ο εμπλουτισμός των δεδομένων του EGM2008 θα πραγματοποιηθεί α) έως το βαθμό 175 (βλ. Andritsanos et al., 2015) και β) έως το μέγιστο βαθμό ανάπτυξης του μοντέλου του GOCE. Π.χ., για το XGM2016 ο εμπλουτισμός των δεδομένων του EGM2008 θα πραγματοποιηθεί ως εξής:

**i) Υπολογισμός των αποχών του EGM2008 για το μέγιστο βαθμό 2190**

**α)  $n_{\max} = 175$ -----**

**ii) Υπολογισμός των αποχών του EGM2008 μέχρι το βαθμό 175**

**iii) Υπολογισμός των αποχών του XGM2016 μέχρι το βαθμό 175**

**iv) Αφαίρεση των χαμηλών συχνοτήτων του σήματος του EGM2008**

$$N_{n=2,\dots,2190}^{EGM2008} - N_{n=2,\dots,175}^{EGM2008} = N_{n=176,\dots,2190}^{EGM2008} \quad (5)$$

**v) Εμπλουτισμός των χαμηλών συχνοτήτων του σήματος με το σήμα του XGM2016**

$$N_{GGM} = N_{n=2,\dots,175}^{XGM2016} + N_{n=176,\dots,2190}^{EGM2008} \quad (6)$$

**β)  $n_{\max} = 719$ -----**

**vi) Υπολογισμός των αποχών του EGM2008 μέχρι το βαθμό 719**

**vii) Υπολογισμός των αποχών του XGM2016 μέχρι το μέγιστο βαθμό ανάπτυξης τους μοντέλου (719)**

**viii) Αφαίρεση των χαμηλών συχνοτήτων του σήματος του EGM2008**

$$N_{n=2,\dots,2190}^{EGM2008} - N_{n=2,\dots,719}^{EGM2008} = N_{n=720,\dots,2190}^{EGM2008} \quad (7)$$

**ix) Εμπλουτισμός των χαμηλών συχνοτήτων του σήματος με το σήμα του XGM2016**

$$N_{GGM} = N_{n=2,\dots,719}^{XGM2016} + N_{n=720,\dots,2190}^{EGM2008} \quad (8)$$

Στη συνέχεια υπολογίζονται τα στατιστικά των διαφορών (εύρος τιμών = μέγιστη – ελάχιστη τιμή, μέση τιμή και τυπική απόκλιση) των εμπλουτισμένων μοντέλων, όπως ακριβώς με το αρχικό σήμα του EGM2008 (βλ. εξίσωση 4):

Για εμπλουτισμό μέχρι το βαθμό 175

$$\Delta N = h - H - \left( N_{n=2, \dots, 175}^{XGM 2016} + N_{n=176, \dots, 2190}^{EGM 2008} \right) \quad (9)$$

Για εμπλουτισμό μέχρι το μέγιστο βαθμό ανάπτυξης

$$\Delta N = h - H - \left( N_{n=2, \dots, 719}^{XGM 2016} + N_{n=720, \dots, 2190}^{EGM 2008} \right)$$

(10)

Η ίδια διαδικασία θα ακολουθηθεί για το σύνολο των γεωδυναμικών μοντέλων που αναφέρονται στην Εισαγωγή. Από την επεξεργασία θα προκύψουν τελικά συμπεράσματα σχετικά με τη σημαντικότητα της συνεισφοράς των δεδομένων του GOCE στη βελτίωση των χαμηλών συχνοτήτων του σήματος των αποχών του γεωειδούς.

## Αξιολόγηση των υψομετρικών πληροφοριών με τη χρήση παραμετρικών μοντέλων

Η αξιολόγηση της υψομετρικής πληροφορίας θα πραγματοποιηθεί με τη χρήση παραμετρικών μοντέλων. Συγκεκριμένα, θα χρησιμοποιηθούν τα έξι παραμετρικά μοντέλα, όπως παρουσιάζονται από τους Andritsanos et al. (2015). Το μαθηματικό μοντέλο έχει τη μορφή:

$$\Delta N = h - H - N_{GGM} = a_i^T x + v$$

(11)

όπου ως  $N_{GGM}$  θα ληφθεί η αποχή του γεωειδούς από το γεωδυναμικό μοντέλο με τα καλύτερα στατιστικά της προηγούμενης ενότητας,  $a_i^T$  οι συντελεστές των παραμέτρων και  $x$  το διάνυσμα των άγνωστων παραμέτρων του μοντέλου.

Η συνόρθωση των παρατηρήσεων για την εκτίμηση των παραμέτρων θα πραγματοποιηθεί με τρία διαφορετικά σενάρια για τα βάρη των παρατηρήσεων.

**Σενάριο 1:** Οι παρατηρήσεις  $h$ ,  $H$ ,  $N_{GGM}$  θα θεωρηθούν ισοβαρείς ( $\mathbf{P} = \sigma^2 \mathbf{Q}$ ,  $\mathbf{Q} = \mathbf{I}$ ).

**Σενάριο 2:** Οι παρατηρήσεις λαμβάνουν διαφορετικά βάρη σύμφωνα με τις πληροφορίες για τα δεδομένα και τη βιβλιογραφία.

**Σενάριο 3:** Οι παρατηρήσεις των γεωμετρικών υψομέτρων του GPS και των ορθομετρικών υψομέτρων λαμβάνουν βάρη από τις πληροφορίες για τα δεδομένα και τη βιβλιογραφία και οι αποχές του γεωειδούς από το αθροιστικό σφάλμα (**cumulative geoid error**) που προκύπτει από τους συντελεστές σφάλματος ( $\sigma_{C_{nm}}^2, \sigma_{S_{nm}}^2$ ) του κάθε μοντέλου ως εξής:

$$\varepsilon_n^2 = R^2 \sum_{m=0}^n \left( \sigma_{C_{nm}}^2 + \sigma_{S_{nm}}^2 \right), \quad (12)$$

π.χ. το βάρος για τις αποχές από το μοντέλο EGM2008 στην πλήρη ανάπτυξή του θα προκύπτει από:

$$\varepsilon_{2190}^2 = 6371000^2 \sum_{m=0}^{2190} \left( \sigma_{C_{2190m}}^2 + \sigma_{S_{2190m}}^2 \right) \quad [\text{m}^2] \rightarrow \text{βάρος } 1/\varepsilon^2$$

Προφανώς, εάν τα καλύτερα στατιστικά των αποχών προκύπτουν από ένα εμπλουτισμένο μοντέλο, τότε ανάλογα με το βαθμό ενσωμάτωσης του μοντέλου θα χρησιμοποιηθούν και οι αντίστοιχοι συντελεστές σφάλματος των μοντέλων που συνδυάζονται.

Για την εκτίμηση της ακρίβειας της συνόρθωσης μπορούν να χρησιμοποιηθούν μέτρα εσωτερικής ή εξωτερικής ακρίβειας ή/και αξιολόγηση της σημαντικότητας των εκτιμήσεων των συντελεστών των μοντέλων. Αναλυτικά μέτρα ακρίβειας παρουσιάζονται από τη Fotopoulos (2003).

Εξυπακούεται ότι είναι δυνατή η χρήση ελέγχων αξιοπιστίας των παρατηρήσεων για την απομάκρυνση προβληματικών μετρήσεων. Πληροφορίες για τους ελέγχους αξιοπιστίας των παρατηρήσεων μπορούν να αναζητηθούν στη βιβλιογραφία του μαθήματος ή στο τμήμα της βιβλιογραφίας του μαθήματος «Εφαρμογές ανάλυσης σήματος στη Γεωδαισία».

## Παραδοτέα

Κύριο παραδοτέο του θέματος είναι τεύχος ανάλυσης των διαδικασιών αξιολόγησης των υψομέτρων στην περιοχή μελέτης. Αναλόγως του προγραμματισμού ενδέχεται να απαιτηθεί και παρουσίαση του θέματος σε συμφωνημένη ημέρα και ώρα.

## Βιβλιογραφία

- Andritsanos, V.D., G.S. Vergos, V.N. Grigoriadis, V. Pagounis and I.N. Tziavos (2014): Spectral characteristics of the Hellenic vertical network – Validation over Central and Northern Greece using GOCE/GRACE global geopotential models. Presented at the European Geosciences Union General Assembly 2014, Vienna, Austria, April, 27<sup>th</sup> to May 2<sup>nd</sup>.
- Andritsanos, V.D., V.N. Grigoriadis, G.S. Vergos, V. Pagounis and I.N. Tziavos (2015): GOCE/GRACE GGM evaluation over Attica and Thessaloniki, Greece and local geoid modeling in support of height unification. South-Eastern European Journal of Earth Observation and Geomatics, vol. 4, pp. 105 – 122.
- Andritsanos, V.D., V.N. Grigoriadis, D.A. Natsiopoulos, G.S. Vergos, T. Gruber and T. Fecher (2017): GOCE variance and covariance contribution to height system unification. International Association of Geodesy Symposia. Springer eds. doi: [10.1007/1345\\_2017\\_12](https://doi.org/10.1007/1345_2017_12).
- Bruinsma, S. L., Forste, C., Abrikosov, O., Marty, J. C., Rio, M. H., Mulet, S., Bonvalot, S. (2013): The new ESA satellite-only gravity field model via the direct approach; Geophysical Research Letters, Vol 40, No. 14, p. 3607-3612, doi: [10.1002/grl.50716](https://doi.org/10.1002/grl.50716).
- Brockmann, J. M., Zehentner, N., Hock, E., Pail, R., Loth, I., Mayer-Gurr, T., Schuh, W.D. (2014): EGM\_TIM\_RL05: An independent geoid with centimeter accuracy purely based on the GOCE mission; Geophysical Research Letters, Vol 41, No. 22, pp. 8089 – 8099. doi: [10.1002/2014gl061904](https://doi.org/10.1002/2014gl061904).
- Ekman, M. (1989): Impacts of Geodynamic Phenomena on Systems for Height and Gravity. Bulletin Geodesique, vol. 63, pp. 281 – 296.
- Fotopoulos G. (2003): An analysis on the optimal combination of geoid, orthometric and ellipsoidal height data. MSc Thesis. UCGE Report no 20185. Department of Geomatics Engineering. The University of Calgary, Alberta, Canada.
- Gatti, A., M. Reguzzoni, F. Migliaccio, F. Sansò (2016): Computation and assessment of the fifth release of the GOCE-only space-wise solution: Presented at the 1st Joint Commission 2 and IGFS Meeting, 19-23 September 2016, Thessaloníki, Greece.

- Kotsakis, C., K. Katsambalos and M. Gianniou (2008): Evaluation of EGM08 based on GPS and orthometric heights over the Hellenic mainland. Final report submitted to the IAG/IGFS Joint Working Group “*Evaluation of Global Earth Gravity Models*”. November 2008.
- Kotsakis, C. and K. Katsambalos (2010): Quality analysis of GGMs at 1542 GPS/leveling benchmarks over the Hellenic mainland. *Survey Review*, vol. 42(318), pp. 327 – 344.
- Lu B., Luo Z., Zhong B., Zhou H., Flechtner F., Foerste C., Barthelmes F., Zhou R., (2017): The gravity field model IGGT\_R1 based on the second invariant of the GOCE gravitational gradient tensor. *Journal of Geodesy*, doi: [10.1007/s00190-017-1089-8](https://doi.org/10.1007/s00190-017-1089-8).
- Pail, Roland; Fecher, Thomas; Barnes, Daniel; Factor, John; Holmes, Simon; Gruber, Thomas; Zingerle Philipp (2017): The experimental gravity field model XGM2016. GFZ Data Services. <http://doi.org/10.5880/icgem.2017.003>.
- Pavlis, N.K., S.A. Holmes, S.C. Kenyon and J.K. Factor (2012): The development and evaluation of Earth Gravitational Model 2008 (EGM2008). *Journal of Geophysical Research (Solid Earth)* Vol. 117(B4), pp. 1 – 38.
- Wu, H., Müller, J., and Brieden, P. (2016): The IfE global gravity field model from GOCE-only observations. Presented at the International Symposium on Gravity, Geoid and Height Systems, 19-23 September 2016, Thessaloníki, Greece