

**ΣΧΟΛΗ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΤΡΟΦΙΜΩΝ
& ΔΙΑΤΡΟΦΗΣ**

ΤΜΗΜΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΤΡΟΦΙΜΩΝ

**ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ: ΟΡΓΑΝΟΛΗΠΤΙΚΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ
ΓΙΑΝΝΑΚΟΥΡΟΥ ΜΑΡΙΑ
ΤΑΛΕΛΛΗ ΑΙΚΑΤΕΡΙΝΗ**

ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ

Analysis Of Variance (ANOVA)

ANOVA

- **Σκοπός:** Εντοπισμός των πηγών προέλευσης της διακύμανσης ομαδοποιημένων μετρήσεων και εκτίμηση της συνεισφοράς κάθε πηγής στην ολική διακύμανση
- **Στατιστική προσέγγιση:** Αν δεχτούμε ότι όλες οι μετρήσεις προέρχονται από τον ίδιο πληθυσμό, η παρατηρούμενη διακύμανση μεταξύ των επιμέρους ομάδων είναι η στατιστικώς αναμενόμενη με βάση τις διακυμάνσεις των μετρήσεων;
 - Αν ΝΑΙ τότε όλες οι ομάδες προέρχονται από τον ίδιο πληθυσμό
 - Αν ΟΧΙ τότε υπάρχει κάποιος παράγοντας που διαφοροποιεί τις μετρήσεις από ομάδα σε ομάδα, **επαυξάνοντας** τη διακύμανση

➤ **Τυπικές περιπτώσεις εφαρμογής:**

- Σύγκριση αναλυτικών αποτελεσμάτων πολλών εργαστηρίων για μέτρηση ίδιου συστατικού, στο ίδιο δείγμα, με την ίδια τεχνική (Interlaboratory precision)
- Διαπίστωση της ομοιογένειας δείγματος με αναλύσεις επιμέρους δειγμάτων που λαμβάνονται από διάφορα σημεία του δείγματος (sample homogeneity)
- Διαπίστωση της επίδρασης της σειράς μέτρησης στο αναλυτικό αποτέλεσμα (within day precision)
- Διαπίστωση της επίδρασης της ημέρας μέτρησης στο αναλυτικό αποτέλεσμα (between days precision)

Ή ΣΤΙΣ ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ ΟΡΓΑΝΟΛΗΠΤΙΚΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ ΓΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗ ΣΗΜΑΝΤΙΚΩΝ ΔΙΑΦΟΡΩΝ ΣΤΟΥΣ ΜΕΣΟΥΣ ΟΡΟΥΣ ΤΩΝ ΒΑΘΜΟΛΟΓΙΩΝ ΤΩΝ ΔΕΙΓΜΑΤΩΝ

➤ Πηγές διακύμανσης:

- **Τυχαία σφάλματα:** Έχουν την ίδια επίδραση σε όλες τις ομάδες μετρήσεων
- **Ελεγχόμενοι παράγοντες:** Παράγοντες που καθορίζουν το σύστημα ομαδοποίησης των μετρήσεων. Διακρίνονται σε αριθμήσιμους και μη αριθμήσιμους
 - **Αριθμήσιμοι παράγοντες:** Θερμοκρασία συντήρησης δείγματος, βάθος δειγματοληψίας, συγκέντρωση προτύπου αντιδραστήριου κλπ.
 - **Μη αριθμήσιμοι παράγοντες:** Εργαστήριο, αναλυτής, εταιρεία παραγωγής αντιδραστηρίων κλπ.

➤ Τύποι ANOVA:

- Μονόδρομη ANOVA (one-way): Ένας ελεγχόμενος παράγοντας
- Δίδρομη ANOVA (two-way): Δύο ελεγχόμενοι παράγοντες

Ακολουθεί παράδειγμα

Άσκηση

Επιτροπή δοκιμαστών αξιολόγησε, 4 δείγματα κατεψυγμένης φράουλας σε διαφορετικές θερμοκρασίες και βαθμολόγησε αυτά ως προς την υφή τους σε κλίμακα από 1 έως 18

(1: χειρότερο δείγμα, 18 καλύτερο δείγμα).

Τι συμπεράσματα βγάζεται για τα δείγματα ως προς την υφή τους σε επίπεδο σημαντικότητας 5%.

Ανάλυση Διακύμανσης

Συμβολισμοί – Μηδενική Υπόθεση

	Ομάδα μέτρησης				
	1	2	m
Μέτρηση 1	x_{11}	x_{12}	x_{1m}
Μέτρηση 2	x_{21}	x_{22}	x_{2m}
..
..
..
Μέτρηση n_j	x_{nj1}	x_{nj2}	x_{njm}

✓ Δεν είναι απαραίτητο όλες οι ομάδες να έχουν τον ίδιο αριθμό μετρήσεων

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \dots = \mu_m$$

$$H_a : \mu_1 \neq \mu_2 = \mu_3 = \dots \mu_m$$

$$\mu_1 = \mu_2 \neq \mu_3 \neq \dots \mu_m \quad \text{ή (κ.λπ.)}$$

.....

$$\mu_1 \neq \mu_2 \neq \mu_3 \neq \dots \mu_m$$

Μηδενική υπόθεση H_0 :
Δεν υπάρχει σημαντική διαφορά μεταξύ των μέσων όρων των ομάδων

Εναλλακτική υπόθεση H_a :
Υπάρχει σημαντική διαφορά μεταξύ των μέσων όρων των ομάδων, δηλαδή **ένας τουλάχιστον μέσος όρος διαφέρει**

Υπολογισμοί

ΓΙΑ ΚΑΘΕ ΟΜΑΔΑ n_j ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ
($1 \leq j \leq m$)

1) Το άθροισμα (sum) των μετρήσεων:

$$A_j = \sum_{i=1}^{n_j} x_i$$

2) Η μέση τιμή της ομάδας (group average):

$$\bar{x}_j = A_j/n_j$$

3) Η διακύμανση της ομάδας (group variance):

$$v_j = s_j^2 = \sum_{i=1}^{n_j} (\bar{x}_j - x_i)^2 / (n_j - 1)$$

4) Το άθροισμα των τετραγώνων των υπολοίπων (sum of squared residuals):

$$\sum_{i=1}^{n_j} r_i^2 = \sum_{i=1}^{n_j} (\bar{x}_j - x_i)^2 = v_j (n_j - 1)$$

ΓΙΑ ΤΟ ΣΥΝΟΛΟ ΤΩΝ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ

1) Ο συνολικός αριθμός μετρήσεων:

$$N = n_1 + n_2 + \dots + n_m$$

2) Το μεγάλο άθροισμα (grand sum):

$$A = A_1 + A_2 + \dots + A_m$$

3) Η μεγάλη μέση τιμή (grand average):

$$\bar{x} = A/N$$

4) Το άθροισμα των τετραγώνων των υπολοίπων (sum of squared residuals):

$$S_1 = \sum_{i=1}^{n_{j_1}} r_{i_1}^2 + \sum_{i=1}^{n_{j_2}} r_{i_2}^2 + \dots + \sum_{i=1}^{n_{j_m}} r_{i_m}^2 = \sum_{k=1}^m \left(\sum_{i=1}^{n_k} r_i^2 \right)$$

5) Το άθροισμα των ζυγισμένων τετραγώνων (sum of weighted squares):

$$S_2 = n_1 (\bar{x} - \bar{x}_1)^2 + n_2 (\bar{x} - \bar{x}_2)^2 + \dots + n_m (\bar{x} - \bar{x}_m)^2 = \sum_{k=1}^m (\bar{x} - \bar{x}_k)^2$$

6) Το ολικό άθροισμα τετραγώνων (total sum of squares)

$$S_T = S_1 + S_2$$

Λόγω της πολυπλοκότητας των υπολογισμών συνιστάται η χρήση στατιστικών πακέτων ή Excel!

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ Εφαρμογής ανάλυσης διακύμανσης δύο παραγόντων

Δείγματα κατεψυγμένης φράουλας:

A: στους -18°C μετά από 60 ημέρες

B: στους -14°C μετά από 60 ημέρες

Γ: στους -12°C μετά από 60 ημέρες

Δ: στους -8°C μετά από 60 ημέρες

ΒΑΘΜΟΛΟΓΙΕΣ ΔΟΚΙΜΑΣΤΩΝ

Δοκιμαστές	ΔΕΙΓΜΑΤΑ				Σύνολα βαθμολογιών
	A	B	Γ	Δ	
1	5	4	4	2	15
2	8	3	5	2	18
3	6	4	4	1	15
4	3	3	4	2	12
5	5	2	3	1	11
6	7	2	5	1	15
7	4	3	2	1	10
8	7	4	1	1	13
9	4	3	2	2	11
ΣΥΝΟΛΟ	49	28	30	13	120

ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΙ

Διορθωτικός όρος (correction term)

k: αριθμός δειγμάτων=4
n: αριθμός δοκιμαστών=9
T: άθροισμα=120

$$C = \frac{T^2}{kn} = \frac{120^2}{4 \cdot 9} = 400$$

Άθροισμα τετραγώνων για δείγματα :

$$SST = \sum_{j=1}^k \frac{T_j^2}{n} - \frac{T^2}{kn} = \frac{49^2 + 28^2 + 30^2 + 13^2}{9} - 400 = 72,67$$

Βαθμοί ελευθερίας (ΒΕ) για δείγματα =k-1=3

Άθροισμα τετραγώνων για δοκιμαστές:

$$SS_{dokimastes} = \sum_{i=1}^n \frac{T_i^2}{k} - \frac{T^2}{kn} = \frac{15^2 + 18^2 + 15^2 + \dots + 11^2}{4} - 400 = 13,5$$

Βαθμοί ελευθερίας (ΒΕ) για δοκιμαστές =n-1=8

ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΙ

Άθροισμα τετραγώνων (συνολικά):

Άθροισμα τετραγώνων για ΌΛΑ τα δείγματα

$$SS = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n x_{ij}^2 - \frac{T^2}{kn} = 5^2 + 8^2 + 6^2 + 3^2 + \dots + 1^2 + 2^2 - 400 = 118$$

Βαθμοί ελευθερίας (ΒΕ) σύνολο=4*9-1=35

Άθροισμα τετραγώνων για σφάλμα:

$$SSE = SS - SST - SS_{dokimastes} = 118 - 72,67 - 13,5 = 31,83$$

Βαθμοί ελευθερίας (ΒΕ) σφάλμα=35-8-3=24

ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΙ διακυμάνσεων

$$\text{Διακύμανση } S^2 := \frac{\text{Άθροισμα τετραγώνων}}{\text{βαθμοι ελευθ.}}$$

$$\text{Διακύμανση (δείγματα):} = \frac{SST}{\text{βαθμοι ελευθ. δειγμ.}} = \frac{72,67}{3} = 24,22$$

$$\text{Διακύμανση (δοκιμαστές):} = \frac{SS_{\text{dokimastes}}}{\text{βαθμοι ελευθ. δοκιμαστ.}} = \frac{13,5}{8} = 1,69$$

$$\text{Διακύμανση (σφάλμα):} = \frac{SSE}{\text{βαθμοι ελευθ. σφαλματος}} = \frac{31,83}{24} = 1,33$$

ΔΟΚΙΜΗ ΣΧΕΣΗΣ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΕΩΝ (F-test)

$$F = \frac{S^2}{S^2(\sigma\omega\alpha\lambda\mu\alpha)}$$

F (δείγματα): $= \frac{24,22}{1,69} = 18.21$

F (δοκιμαστές): $= \frac{1,69}{1,33} = 1.27$

ΠΙΝΑΚΑΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ (anova)

Πηγή μεταβλητότητας	Βαθμοί ελευθερίας	Άθροισμα τετραγώνων	διακύμανση	F
Ανάμεσα στα δείγματα	3	72,67	24,22	18,21
Ανάμεσα στους δοκιμαστές	8	13,50	1,69	1,27
Σφάλμα	24	31,83	1,33	
Σύνολο	35	118,00		

ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΣΗΜΑΝΤΙΚΟΤΗΤΑΣ

Για να βρούμε αν οι διαφορές α) ανάμεσα στα δείγματα και β) ανάμεσα στους δοκιμαστές

είναι ΣΗΜΑΝΤΙΚΕΣ, ελέγχουμε τις τιμές F σε επίπεδο σημαντικότητας 5% και 1%

και κάνουμε χρήση των κατάλληλων πινάκων

• ανάμεσα στα δείγματα:

B.E. για δείγματα=3 (στήλες πίνακα)

B.E. για σφάλμα =24 (γραμμές πίνακα)

Και με βάση πίνακα

1. F_{crit} (σε επίπεδο 5%)=3,01
2. F_{crit} (σε επίπεδο 1%)=4,72

• ανάμεσα στους δοκιμαστές:

B.E. για δοκιμαστές=8 (στήλες πίνακα)

B.E. για σφάλμα =24 (γραμμές πίνακα)

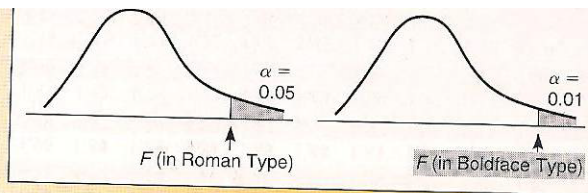
Και με βάση πίνακα

1. F_{crit} (σε επίπεδο 5%)=2,36
2. F_{crit} (σε επίπεδο 1%)=3,36

Πηγή μεταβλητότητας	Βαθμοί ελευθερίας	Άθροισμα τετραγώνων	διακύμανση	F
Ανάμεσα στα δείγματα	3	72,67	24,22	18,21
Ανάμεσα στους δοκιμαστές	8	13,50	1,69	1,27
Σφάλμα	24	31,83	1,33	
Σύνολο	35	118,00		

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΟΙ ΠΙΝΑΚΕΣ ΓΙΑ ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ (F-distribution tables)

Points for the Distribution of F^*



Degrees of Freedom for Denominator

Degrees of Freedom for Numerator

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	14	16	20	24	30	40	50	75	100	200	500	∞
1	161 4052	200 4999	216 5403	225 5625	230 5764	234 5859	237 5928	239 5981	241 6022	242 6056	243 6082	244 6106	245 6142	246 6169	248 6208	249 6234	250 6258	251 6286	252 6302	253 6323	253 6334	254 6352	254 6361	254 6366
2	18.51 98.49	19.00 99.01	19.16 99.17	19.25 99.25	19.30 99.30	19.33 99.33	19.36 99.34	19.37 99.36	19.38 99.38	19.39 99.40	19.40 99.41	19.41 99.42	19.42 99.43	19.43 99.44	19.44 99.45	19.45 99.46	19.46 99.47	19.47 99.48	19.47 99.48	19.48 99.49	19.49 99.49	19.49 99.49	19.50 99.50	19.50 99.50
3	10.13 34.12	9.55 30.81	9.28 29.46	9.12 28.71	9.01 28.24	8.94 27.91	8.88 27.67	8.84 27.49	8.81 27.34	8.78 27.23	8.76 27.13	8.74 27.05	8.71 26.92	8.69 26.83	8.66 26.69	8.64 26.60	8.62 26.50	8.60 26.41	8.58 26.30	8.57 26.27	8.57 26.23	8.54 26.18	8.54 26.14	8.54 26.12
4	7.71 21.20	6.94 18.00	6.59 16.69	6.39 15.98	6.26 15.52	6.16 15.21	6.09 14.98	6.04 14.80	6.00 14.66	5.96 14.54	5.93 14.45	5.91 14.37	5.87 14.24	5.84 14.15	5.80 14.02	5.77 13.93	5.74 13.83	5.71 13.74	5.70 13.69	5.68 13.61	5.66 13.57	5.65 13.52	5.64 13.48	5.63 13.46
5	6.61 16.26	5.79 13.27	5.41 12.06	5.19 11.39	5.05 10.97	4.95 10.67	4.88 10.45	4.82 10.27	4.78 10.15	4.74 10.05	4.70 9.96	4.68 9.89	4.64 9.77	4.60 9.68	4.56 9.55	4.53 9.47	4.50 9.38	4.46 9.29	4.44 9.24	4.42 9.17	4.40 9.13	4.38 9.07	4.37 9.04	4.36 9.02
6	5.99 13.74	5.14 10.92	4.76 9.78	4.53 9.15	4.39 8.75	4.28 8.47	4.21 8.26	4.15 8.10	4.10 7.98	4.06 7.87	4.03 7.79	4.00 7.72	3.96 7.60	3.92 7.52	3.87 7.39	3.84 7.31	3.81 7.23	3.77 7.14	3.75 7.09	3.72 7.02	3.71 6.99	3.69 6.94	3.68 6.90	3.67 6.88
7	5.59 12.25	4.74 9.55	4.35 8.45	4.12 7.85	3.97 7.46	3.87 7.19	3.79 7.00	3.73 6.84	3.68 6.71	3.63 6.62	3.60 6.54	3.57 6.47	3.52 6.35	3.49 6.27	3.44 6.15	3.41 6.07	3.38 5.98	3.34 5.90	3.32 5.85	3.29 5.78	3.28 5.75	3.25 5.70	3.24 5.67	3.23 5.65
8	5.32 11.26	4.46 8.65	4.07 7.59	3.84 7.01	3.69 6.63	3.58 6.37	3.50 6.19	3.44 6.03	3.39 5.91	3.34 5.82	3.31 5.74	3.28 5.67	3.23 5.56	3.20 5.48	3.15 5.36	3.12 5.28	3.08 5.20	3.05 5.11	3.03 5.06	3.00 5.00	2.98 4.96	2.96 4.91	2.94 4.88	2.93 4.86
9	5.12 10.56	4.26 8.02	3.86 6.99	3.63 6.42	3.48 6.06	3.37 5.80	3.29 5.62	3.23 5.47	3.18 5.35	3.13 5.26	3.10 5.18	3.07 5.11	3.02 5.00	2.98 4.92	2.93 4.80	2.90 4.73	2.86 4.64	2.82 4.56	2.82 4.51	2.80 4.45	2.77 4.45	2.76 4.41	2.73 4.36	2.72 4.33
10	4.96 10.04	4.10 7.56	3.71 6.55	3.48 6.06	3.33 5.64	3.22 5.39	3.14 5.21	3.07 5.06	3.02 4.95	2.97 4.85	2.94 4.78	2.91 4.71	2.86 4.60	2.82 4.52	2.77 4.41	2.74 4.33	2.70 4.25	2.67 4.17	2.64 4.12	2.64 4.05	2.61 4.01	2.59 3.96	2.56 3.93	2.55 3.91
11	4.84 9.65	3.98 7.20	3.59 6.22	3.36 5.67	3.20 5.32	3.09 5.07	3.01 4.88	2.95 4.74	2.90 4.63	2.86 4.54	2.82 4.46	2.79 4.40	2.74 4.29	2.70 4.21	2.65 4.10	2.61 4.02	2.57 3.94	2.53 3.86	2.50 3.80	2.47 3.74	2.45 3.70	2.42 3.66	2.41 3.62	2.40 3.60
12	4.75 9.33	3.88 6.93	3.49 5.95	3.26 5.41	3.11 5.06	3.00 4.82	2.92 4.65	2.85 4.50	2.80 4.39	2.76 4.30	2.72 4.22	2.69 4.16	2.64 4.05	2.60 3.98	2.54 3.86	2.50 3.78	2.46 3.70	2.42 3.61	2.42 3.56	2.40 3.49	2.36 3.46	2.35 3.41	2.31 3.38	2.30 3.36
13	4.67 9.07	3.80 6.70	3.41 5.74	3.18 5.20	3.02 4.86	2.92 4.62	2.84 4.44	2.77 4.30	2.72 4.19	2.67 4.10	2.63 4.02	2.60 3.96	2.55 3.85	2.51 3.78	2.46 3.67	2.42 3.59	2.38 3.51	2.34 3.42	2.32 3.37	2.28 3.30	2.26 3.27	2.24 3.21	2.22 3.18	2.21 3.16
14	4.60 8.86	3.74 6.51	3.34 5.56	3.11 5.03	2.96 4.69	2.85 4.46	2.77 4.28	2.70 4.14	2.65 4.03	2.60 3.94	2.56 3.86	2.53 3.80	2.48 3.70	2.44 3.62	2.39 3.51	2.35 3.43	2.31 3.34	2.27 3.26	2.24 3.21	2.21 3.14	2.19 3.11	2.16 3.06	2.14 3.02	2.13 3.00
15	4.54 8.68	3.68 6.36	3.29 5.42	3.06 4.89	2.90 4.56	2.79 4.32	2.70 4.14	2.64 4.00	2.59 3.89	2.55 3.80	2.51 3.73	2.48 3.67	2.43 3.56	2.39 3.48	2.33 3.36	2.29 3.29	2.25 3.20	2.21 3.12	2.21 3.07	2.18 3.00	2.15 2.97	2.12 2.90	2.10 2.89	2.08 2.87
16	4.49 8.53	3.63 6.23	3.24 5.29	3.01 4.77	2.85 4.44	2.74 4.20	2.66 4.03	2.59 3.89	2.54 3.78	2.49 3.69	2.45 3.61	2.42 3.55	2.37 3.45	2.33 3.37	2.28 3.25	2.24 3.18	2.20 3.10	2.16 3.01	2.13 2.96	2.09 2.89	2.07 2.86	2.04 2.80	2.02 2.77	2.01 2.75
17	4.45 8.40	3.59 6.11	3.20 5.18	2.96 4.67	2.81 4.34	2.70 4.10	2.62 3.93	2.55 3.79	2.50 3.68	2.45 3.59	2.41 3.52	2.38 3.45	2.33 3.35	2.29 3.27	2.23 3.16	2.19 3.08	2.15 3.00	2.11 2.92	2.08 2.86	2.04 2.79	2.02 2.76	1.99 2.70	1.97 2.67	1.96 2.65

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΟΙ ΠΙΝΑΚΕΣ ΓΙΑ ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ (F-distribution tables)

Table 10 continued

Degrees of Freedom for Denominator	Degrees of Freedom for Numerator																							
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	14	16	20	24	30	40	50	75	100	200	500	∞
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.37	2.34	2.29	2.25	2.19	2.15	2.11	2.07	2.04	2.00	1.98	1.95	1.93	1.92
	8.28	6.01	5.09	4.58	4.25	4.01	3.85	3.71	3.60	3.51	3.44	3.37	3.27	3.19	3.07	3.00	2.91	2.83	2.78	2.71	2.68	2.62	2.59	2.57
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.55	2.48	2.43	2.38	2.34	2.31	2.26	2.21	2.15	2.11	2.07	2.02	2.00	1.96	1.94	1.91	1.90	1.88
	8.18	5.93	5.01	4.50	4.17	3.94	3.77	3.63	3.52	3.43	3.36	3.30	3.19	3.12	3.00	2.92	2.84	2.76	2.70	2.63	2.60	2.54	2.51	2.49
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.52	2.45	2.40	2.35	2.31	2.28	2.23	2.18	2.12	2.08	2.04	1.99	1.96	1.92	1.90	1.87	1.85	1.84
	8.10	5.85	4.94	4.43	4.10	3.87	3.71	3.56	3.45	3.37	3.30	3.23	3.13	3.05	2.94	2.86	2.77	2.69	2.63	2.56	2.53	2.47	2.44	2.42
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37	2.32	2.28	2.25	2.20	2.15	2.09	2.05	2.00	1.96	1.93	1.89	1.87	1.84	1.82	1.81
	8.02	5.78	4.87	4.37	4.04	3.81	3.65	3.51	3.40	3.31	3.24	3.17	3.07	2.99	2.88	2.80	2.72	2.63	2.58	2.51	2.47	2.42	2.38	2.36
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.47	2.40	2.35	2.30	2.26	2.23	2.18	2.13	2.07	2.03	1.98	1.93	1.91	1.87	1.84	1.81	1.80	1.78
	7.94	5.72	4.82	4.31	3.99	3.76	3.59	3.45	3.35	3.26	3.18	3.12	3.02	2.94	2.83	2.75	2.67	2.58	2.53	2.46	2.42	2.37	2.33	2.31
23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.45	2.38	2.32	2.28	2.24	2.20	2.14	2.10	2.04	2.00	1.96	1.91	1.88	1.84	1.82	1.79	1.77	1.76
	7.88	5.66	4.76	4.26	3.94	3.71	3.54	3.41	3.30	3.21	3.14	3.07	2.97	2.89	2.78	2.70	2.62	2.53	2.48	2.41	2.37	2.32	2.28	2.26
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.43	2.36	2.30	2.26	2.22	2.18	2.13	2.09	2.02	1.98	1.94	1.89	1.86	1.82	1.80	1.76	1.74	1.73
	7.82	5.61	4.72	4.22	3.90	3.67	3.50	3.36	3.25	3.17	3.09	3.03	2.93	2.85	2.74	2.66	2.58	2.49	2.44	2.36	2.33	2.27	2.23	2.21
25	4.24	3.38	2.99	2.76	2.60	2.49	2.41	2.34	2.28	2.24	2.20	2.16	2.11	2.06	2.00	1.96	1.92	1.87	1.84	1.80	1.77	1.74	1.72	1.71
	7.77	5.57	4.68	4.18	3.86	3.63	3.46	3.32	3.21	3.13	3.05	2.99	2.89	2.81	2.70	2.62	2.54	2.45	2.40	2.32	2.29	2.23	2.19	2.17
26	4.22	3.37	2.89	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.27	2.22	2.18	2.15	2.10	2.05	1.99	1.95	1.90	1.85	1.82	1.78	1.76	1.72	1.70	1.69
	7.72	5.53	4.64	4.14	3.82	3.59	3.42	3.29	3.17	3.09	3.02	2.96	2.86	2.77	2.66	2.58	2.50	2.41	2.36	2.28	2.25	2.19	2.15	2.13
27	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.37	2.30	2.25	2.20	2.16	2.13	2.08	2.03	1.97	1.93	1.88	1.84	1.80	1.76	1.74	1.71	1.68	1.67
	7.68	5.49	4.60	4.11	3.79	3.56	3.39	3.26	3.14	3.06	2.98	2.93	2.83	2.74	2.63	2.55	2.47	2.38	2.33	2.25	2.21	2.16	2.12	2.10
28	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.44	2.36	2.29	2.24	2.19	2.15	2.12	2.06	2.02	1.96	1.91	1.87	1.81	1.78	1.75	1.72	1.69	1.67	1.65
	7.64	5.45	4.57	4.07	3.76	3.53	3.36	3.23	3.11	3.03	2.95	2.90	2.80	2.71	2.60	2.52	2.44	2.35	2.30	2.22	2.18	2.13	2.09	2.06
29	4.18	3.33	2.93	2.70	2.54	2.43	2.35	2.28	2.22	2.18	2.14	2.10	2.05	2.00	1.94	1.90	1.85	1.80	1.77	1.73	1.71	1.68	1.65	1.64
	7.60	5.52	4.54	4.04	3.73	3.50	3.33	3.20	3.08	3.00	2.92	2.87	2.77	2.68	2.57	2.49	2.41	2.32	2.27	2.19	2.15	2.10	2.06	2.03
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.34	2.27	2.21	2.16	2.12	2.09	2.04	1.99	1.93	1.89	1.84	1.79	1.76	1.72	1.69	1.66	1.64	1.62
	7.56	5.39	4.51	4.02	3.70	3.47	3.30	3.17	3.06	2.98	2.90	2.84	2.74	2.66	2.55	2.47	2.38	2.29	2.24	2.16	2.13	2.07	2.03	2.01
32	4.15	3.30	2.90	2.67	2.51	2.40	2.32	2.25	2.19	2.14	2.10	2.07	2.02	1.97	1.91	1.86	1.82	1.76	1.74	1.69	1.67	1.64	1.61	1.59
	7.50	5.34	4.46	3.97	3.66	3.42	3.25	3.12	3.01	2.94	2.86	2.80	2.70	2.62	2.51	2.42	2.34	2.25	2.20	2.12	2.08	2.02	1.98	1.96
34	4.13	3.28	2.88	2.65	2.49	2.38	2.30	2.23	2.17	2.12	2.08	2.05	2.00	1.95	1.89	1.84	1.80	1.74	1.71	1.67	1.64	1.61	1.59	1.57
	7.44	5.29	4.42	3.93	3.61	3.38	3.21	3.08	2.97	2.89	2.82	2.76	2.66	2.58	2.47	2.38	2.30	2.21	2.15	2.08	2.04	1.98	1.94	1.91
36	4.11	3.26	2.86	2.63	2.48	2.36	2.28	2.21	2.15	2.10	2.06	2.03	1.89	1.93	1.87	1.82	1.78	1.72	1.69	1.65	1.62	1.59	1.56	1.55
	7.39	5.25	4.38	3.89	3.58	3.35	3.18	3.04	2.94	2.86	2.78	2.72	2.62	2.54	2.43	2.35	2.26	2.17	2.12	2.04	2.00	1.94	1.90	1.87
38	4.10	3.25	2.85	2.62	2.46	2.35	2.26	2.19	2.14	2.09	2.05	2.02	1.96	1.92	1.85	1.80	1.76	1.71	1.67	1.63	1.60	1.57	1.54	1.53
	7.35	5.21	4.34	3.86	3.54	3.32	3.15	3.02	2.91	2.82	2.75	2.69	2.59	2.51	2.40	2.32	2.22	2.14	2.08	2.00	1.97	1.90	1.86	1.84
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.07	2.04	2.00	1.95	1.90	1.84	1.79	1.74	1.69	1.66	1.61	1.59	1.55	1.53	1.51
	7.31	5.18	4.31	3.83	3.51	3.29	3.12	2.99	2.88	2.80	2.73	2.66	2.56	2.49	2.37	2.29	2.20	2.11	2.05	1.97	1.94	1.88	1.84	1.81
42	4.07	3.22	2.83	2.59	2.44	2.32	2.24	2.17	2.11	2.06	2.02	1.99	1.94	1.89	1.82	1.78	1.73	1.68	1.64	1.60	1.57	1.54	1.51	1.49
	7.27	5.15	4.29	3.80	3.49	3.26	3.10	2.96	2.86	2.77	2.70	2.64	2.54	2.46	2.35	2.26	2.17	2.08	2.02	1.94	1.91	1.85	1.80	1.78
44	4.06	3.21	2.82	2.58	2.43	2.31	2.23	2.16	2.10	2.05	2.01	1.98	1.92	1.88	1.81	1.76	1.72	1.66	1.63	1.58	1.56	1.52	1.50	1.48
	7.24	5.12	4.26	3.78	3.46	3.24	3.07	2.94	2.84	2.75	2.68	2.62	2.52	2.44	2.32	2.24	2.15	2.06	2.00	1.92	1.88	1.82	1.78	1.75



ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

- **ανάμεσα στα δείγματα:**

1. F_{crit} (σε επίπεδο 5%)=3,01
 2. F_{crit} (σε επίπεδο 1%)=4,72
- < 18,21**

Επομένως, υπάρχει σημαντική διαφορά ανάμεσα στα δείγματα σε επίπεδο 5, αλλά και σε επίπεδο 1%

- **ανάμεσα στους δοκιμαστές:**

1. F_{crit} (σε επίπεδο 5%)=2,36
 2. F_{crit} (σε επίπεδο 1%)=3,36
- > 1,27**

Επομένως, δεν υπάρχει σημαντική διαφορά ανάμεσα στους δοκιμαστές Ούτε σε επίπεδο 1, αλλά ούτε και σε επίπεδο 5%

ΠΟΙΑ ΕΙΝΑΙ ΤΑ ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΑ ΔΕΙΓΜΑΤΑ???

ΔΟΚΙΜΗ ΤΥΚΕΥ

Ο μέσος όρος της βαθμολογίας ΚΑΘΕ δείγματος είναι:

$$A=49/9=5,44$$

$$B=28/9=3,11$$

$$Γ=30/9=3,33$$

$$Δ=13/9=1,44$$

Το τυπικό σφάλμα του δειγματοληπτικού μέσου είναι:

Από πίνακες βρίσκουμε την Ελάχιστη Σημαντική διαφορά (ΕΣΔ)
για επίπεδο σημαντικότητας 5%

Για δείγματα 4 και ΒΕ (σφάλμα)=24...τιμή=3,90

Και (ΕΣΔ)=3,90*0,38=1,48 (εμπλέκει υπολογισμούς από t-test)

ΠΟΙΑ ΕΙΝΑΙ ΤΑ ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΑ ΔΕΙΓΜΑΤΑ???

ΔΟΚΙΜΗ ΤΥΚΕΥ

Από πίνακες βρίσκουμε την Ελάχιστη Σημαντική διαφορά (ΕΣΔ) για επίπεδο σημαντικότητας 5% από ανάλογο πίνακα:

Για δείγματα 4 και ΒΕ (σφάλμα)=24...τιμή (ΕΣΔ)=1,48

Και επομένως όποιοι μέσοι όροι διαφέρουν μεταξύ τους ΠΕΡΙΣΣΟΤΕΡΟ από 1,48, η διαφορά τους θα είναι σημαντική σε επίπεδο 5%.

Κατατάσσουμε τους Μ.Ο. κατά φθίνουσα σειρά:

$$A=49/9=5,44$$

$$Γ=30/9=3,33$$

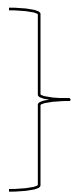
$$B=28/9=3,11$$

$Δ=13/9=1,44$ και βρίσκουμε τη διαφορά του μεγαλύτερου από τους υπόλοιπους:

$$A-Δ=4>1,48$$

$$A-B=2,33>1,48$$

$$A-Γ=2,11>1,48$$



ΤΟ ΔΕΙΓΜΑ Α ΕΧΕΙ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΑ ΣΗΜΑΝΤΙΚΗ ΔΙΑΦΟΡΑ ΣΕ ΕΠΙΠΕΔΟ ΕΜΠΙΣΤΟΣΥΝΗΣ 5% ΑΠΟ ΤΑ ΥΠΟΛΟΙΠΑ

ΠΟΙΑ ΕΙΝΑΙ ΤΑ ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΑ ΔΕΙΓΜΑΤΑ???

ΔΟΚΙΜΗ ΤΥΚΕΥ

Η διαδικασία επαναλαμβάνεται για το δείγμα με την αμέσως μικρότερη Μέση τιμή (δείγμα Γ)

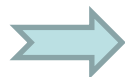
$$\Gamma - \Delta = 1,89 > 1,48$$

$$\Gamma - B = 0,22 < 1,48$$

ΤΟ ΔΕΙΓΜΑ Γ ΓΙΑ ΕΠΙΠΕΔΟ ΕΜΠΙΣΤΟΣΥΝΗΣ 5% ΕΧΕΙ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΑ ΣΗΜΑΝΤΙΚΗ ΔΙΑΦΟΡΑ ΑΠΌ ΤΟ Δ

Η διαδικασία επαναλαμβάνεται για το δείγμα Β

$$B - \Delta = 1,67 > 1,48$$



ΤΟ ΔΕΙΓΜΑ Β ΓΙΑ ΕΠΙΠΕΔΟ ΕΜΠΙΣΤΟΣΥΝΗΣ 5% ΕΧΕΙ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΑ ΣΗΜΑΝΤΙΚΗ ΔΙΑΦΟΡΑ ΑΠΌ ΤΟ Δ

Οι διαφορές κωδικοποιούνται ως εξής:

A	Γ	B	Δ
5,44a	3,33b	3,11b	1,44c

Δηλαδή, 1) το Α είναι διαφορετικό από τα Β, Γ και Δ

2) το Β και Γ είναι διαφορετικό από το Δ

ANOVA με χρήση εργαλείων του EXCEL

1. Σε ένα αρχείο του EXCEL καταχωρούνται οι βαθμολογίες των δοκιμαστών

	ΔΕΙΓΜΑΤΑ			
ΔΟΚΙΜΑΣΤΕΣ	A	B	C	D
1	5	4	4	2
2	8	3	5	2
3	6	4	4	1
4	3	3	4	2
5	5	2	3	1
6	7	2	5	1
7	4	3	2	1
8	7	4	1	1
9	4	2	2	2

	ΔΕΙΓΜΑΤΑ			
ΔΟΚΙΜΑΣΤΕΣ	A	B	C	D
1	5	4	4	2
2	8	3	5	2
3	6	4	4	1
4	3	3	4	2
5	5	2	3	1
6	7	2	5	1
7	4	3	2	1
8	7	4	1	1
9	4	2	2	2

ANOVA με χρήση εργαλείων του EXCEL

2. Στην επιλογή του μενού Data επιλέγουμε το Data analysis**

The screenshot shows the Microsoft Excel interface with the 'Data' menu highlighted. The 'Data Analysis' option is also highlighted. The spreadsheet contains the following data:

		ΔΕΙΓΜΑΤΑ			
ΔΟΚΙΜΑΣΤΕΣ	A	B	C	D	
1	5	4	4	2	
2	8	3	5	2	
3	3	6	4	4	
4	4	3	3	4	
5	5	5	2	3	
6	6	7	2	5	
7	7	4	3	2	
8	8	7	4	1	
9	9	4	2	2	

ANOVA με χρήση εργαλείων του EXCEL

ΕΑΝ ΔΕΝ ΥΠΑΡΧΕΙ Η ΕΠΙΛΟΓΗ Data analysis**, πως «φορτώνω» τα αντίστοιχα Στατιστικά εργαλεία???

1. Με ανοιγμένο το αρχείο EXCEL, πατάω το εικονίδιο του Office και μετά την επιλογή EXCEL options

The screenshot shows the Microsoft Excel interface. The Office button in the top-left corner is circled in green. The 'Excel Options' button in the bottom-left corner of the ribbon area is also circled in green. The spreadsheet contains the following data:

Column	Row	Value
Column 2	9	27
Column 3	9	30
Column 4	9	13

ANOVA						
Source of Variation	SS	df	MS	F	P-value	F crit
Rows	14,88889	8	1,861111	1,415493	0,240498	2,355081
Columns	73,19444	3	24,39815	18,55634	1,91E-06	3,008787
Error	31,55556	24	1,314815			

2. Στο παράθυρο του EXCEL options, επιλέγω το Add Ins, επιλέγω το Analysis Tool Pak και πατάω στο Go, OK

The screenshot shows the 'Excel Options' dialog box in Microsoft Excel. The 'Add-Ins' tab is selected in the left-hand menu. The main area displays a list of add-ins with columns for Name, Location, and Type. The 'Analysis ToolPak' and 'Analysis ToolPak - VBA' are highlighted. Below the list, the 'Manage' dropdown is set to 'Excel Add-ins', and the 'Go...' button is highlighted. The 'OK' button is also highlighted.

Name	Location	Type
Active Application Add-ins		
Acrobat PDFMaker Office COM Addin	C:\...0\PDFMaker\Office\PDFMOfficeAddin.dll	COM Add-in
Analysis ToolPak	C:\...ice\Office12\Library\Analysis\ANALYS32.XLL	Excel Add-in
Analysis ToolPak - VBA	C:\...Office12\Library\Analysis\ATPVBAEN.XLAM	Excel Add-in
Inactive Application Add-ins		
Conditional Sum Wizard	C:\...rosoft Office\Office12\Library\SUMIF.XLAM	Excel Add-in
Custom XML Data	C:\...6)\Microsoft Office\Office12\OFFRHD.DLL	Document Inspector
Euro Currency Tools	C:\...t Office\Office12\Library\EUROTOOL.XLAM	Excel Add-in
Financial Symbol (Smart tag lists)	C:\...les\microsoft shared\Smart Tag\MOFL.DLL	Smart Tag
Headers and Footers	C:\...6)\Microsoft Office\Office12\OFFRHD.DLL	Document Inspector
Hidden Rows and Columns	C:\...6)\Microsoft Office\Office12\OFFRHD.DLL	Document Inspector
Hidden Worksheets	C:\...6)\Microsoft Office\Office12\OFFRHD.DLL	Document Inspector
Internet Assistant VBA	C:\...rosoft Office\Office12\Library\HTML.XLAM	Excel Add-in
Invisible Content	C:\...6)\Microsoft Office\Office12\OFFRHD.DLL	Document Inspector
Person Name (Outlook e-mail recipients)	C:\...s\microsoft shared\Smart Tag\FNAME.DLL	Smart Tag
Solver Add-in	C:\...ce\Office12\Library\SOLVER\SOLVER.XLAM	Excel Add-in
Οδηγός αναζήτησης	C:\...soft Office\Office12\Library\LOOKUP.XLAM	Excel Add-in
Document Related Add-ins		
No Document Related Add-ins		
Disabled Application Add-ins		
Add-in:	Acrobat PDFMaker Office COM Addin	
Publisher:	Adobe Systems, Incorporated	
Location:	C:\Program Files (x86)\Adobe\Acrobat 9.0\PDFMaker\Office\PDFMOfficeAddin.dll	
Description:	Acrobat PDFMaker Office COM Addin	

ΑΝΟΝΑ με χρήση εργαλείων του EXCEL

ΕΪΑΝ ΔΕΝ ΥΠΑΡΧΕΙ Η ΕΠΙΛΟΓΗ Data analysis**, πως
«φορτώνω» τα αντίστοιχα
Στατιστικά εργαλεία???

Μετά από τις παραπάνω ενέργειες (αλλάζουν λίγο αν πρόκειται
για διαφορετική έκδοση
Του Office) η επιλογή Data analysis εμφανίζεται κανονικά στην
υποενότητα του EXCEL
Data.....

ΚΑΙ ΣΥΝΕΧΙΖΟΥΜΕ ΤΗΝ ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ

ANOVA με χρήση εργαλείων του EXCEL

3 Επιλέγοντας το Data analysis, ανοίγει το ακόλουθο παράθυρο και εκεί επιλέγουμε το ANOVA: two factor without replication

The screenshot shows the Microsoft Excel interface with the Data Analysis dialog box open. The dialog box is titled "Data Analysis" and lists various analysis tools. The "Anova: Two-Factor Without Replication" option is selected. The data table in the background is as follows:

	ΔΕΙΓΜΑΤΑ			
ΔΟΚΙΜΑΣΤΕΣ	A	B	C	D
1	5	4	4	2
2	8	3	5	2
3	6	4	4	1

ANOVA με χρήση εργαλείων του EXCEL

4. Μετά από αυτή την επιλογή, ανοίγει το ακόλουθο παράθυρο, όπου ζητείται η περιοχή των δεδομένων και το διάστημα εμπιστοσύνης

Anova: Two-Factor Without Replication

Input Range: **\$F\$5:\$I\$13**

Labels

Alpha: **0,05**

Output options

Output Range:

New Worksheet Ply:

New Workbook

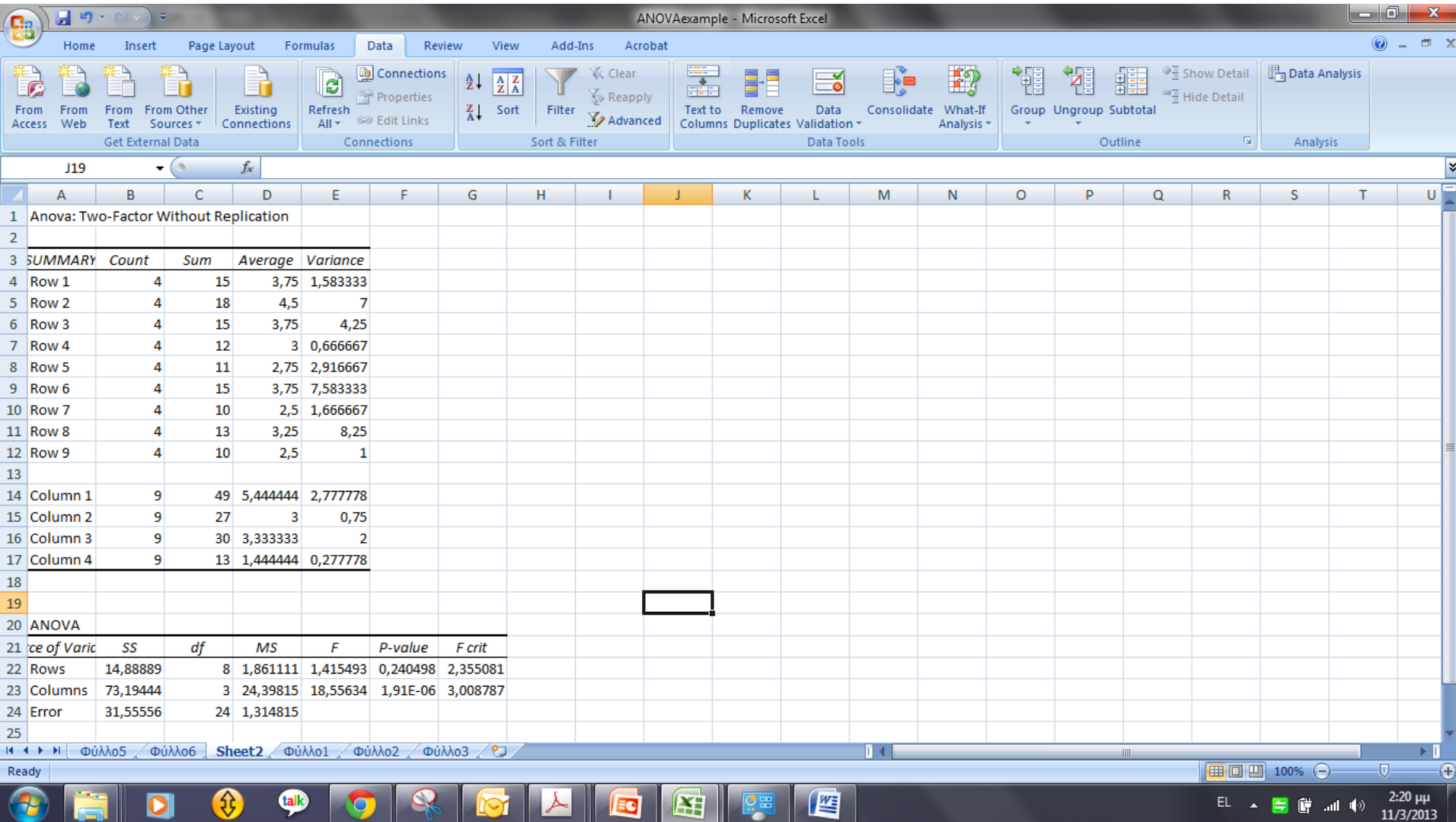
Περιοχή δεδομένων από φύλλο του EXCEL

Δείχνει το επίπεδο σημαντικότητας (π.χ. για ε.σ. 5%=0,05) ή αλλιώς για διάστημα εμπιστοσύνης 95%

	ΔΕΙΓΜΑΤΑ			
ΔΟΚΙΜΑΣΤΕΣ	A	B	C	D
1				
2				
3				
4				
5	1	5	4	4
6	2	8	3	5

ANOVA με χρήση εργαλείων του EXCEL

5. Αφού με OK επιλέξουμε την περιοχή των δεδομένων και το επίπεδο σημαντικότητας, βγαίνει ο Πίνακας των αποτελεσμάτων της ANOVA απευθείας από το EXCEL με την ακόλουθη μορφή:



The screenshot shows the Microsoft Excel interface with the following data:

SUMMARY	Count	Sum	Average	Variance
Row 1	4	15	3,75	1,583333
Row 2	4	18	4,5	7
Row 3	4	15	3,75	4,25
Row 4	4	12	3	0,666667
Row 5	4	11	2,75	2,916667
Row 6	4	15	3,75	7,583333
Row 7	4	10	2,5	1,666667
Row 8	4	13	3,25	8,25
Row 9	4	10	2,5	1
Column 1	9	49	5,444444	2,777778
Column 2	9	27	3	0,75
Column 3	9	30	3,333333	2
Column 4	9	13	1,444444	0,277778

ANOVA	ce of Vari	SS	df	MS	F	P-value	F crit
Rows	14,88889	8	1,861111	1,415493	0,240498	2,355081	
Columns	73,19444	3	24,39815	18,55634	1,91E-06	3,008787	
Error	31,55556	24	1,314815				

Τελικός πίνακας ANOVA

Anova: Two-Factor Without Replication						
SUMMARY	Count	Sum	Average	Variance		
Row 1	4	15	3,75	1,583333		
Row 2	4	18	4,5	7		
Row 3	4	15	3,75	4,25		
Row 4	4	12	3	0,666667		
Row 5	4	11	2,75	2,916667		
Row 6	4	15	3,75	7,583333		
Row 7	4	10	2,5	1,666667		
Row 8	4	13	3,25	8,25		
Row 9	4	10	2,5	1		
Column 1	9	49	5,444444	2,777778		
Column 2	9	27	3	0,75		
Column 3	9	30	3,333333	2		
Column 4	9	13	1,444444	0,277778		
ANOVA						
Source of Variation	SS	df	MS	F	P-value	F crit
Rows	14,88889	8	1,861111	1,415493	0,240498	2,355081
Columns	73,19444	3	24,39815	18,55634	1,91E-06	3,008787
Error	31,55556	24	1,314815			

• ανάμεσα στα δείγματα:

F_{crit} (σε επίπεδο 5%)=3,01 < $F_{πειραμ}$ =18,55

Τελικός πίνακας ANOVA

21	Source of Variance	SS	df	MS	F	P-value	F crit
22	Rows	14,88889	8	1,861111	1,415493	0,240498	2,355081
23	Columns	73,19444	3	24,39815	18,55634	1,91E-06	3,008787
24	Error	31,55556	24	1,314815			

- ανάμεσα στους δοκιμαστές (γραμμές, rows):

$$F_{\text{crit}} (\text{σε επίπεδο } 5\%) = 2.36 > F_{\text{πειραμ}} = 1.41$$

Επομένως, δεν υπάρχει σημαντική διαφορά ανάμεσα στους δοκιμαστές σε επίπεδο 5%

- ανάμεσα στα δείγματα (στήλες, columns):

$$F_{\text{crit}} (\text{σε επίπεδο } 5\%) = 3,01 < F_{\text{πειραμ}} = 18,55$$

Επομένως, υπάρχει σημαντική διαφορά ανάμεσα στα δείγματα σε επίπεδο 5%

Τελικός πίνακας ANOVA

Με χρήση εργαλείων EXCEL

20	ANOVA						
21	Source of Variation	SS	df	MS	F	P-value	F crit
22	Rows	14,88889	8	1,861111	1,415493	0,240498	2,355081
23	Columns	73,19444	3	24,39815	18,55634	1,91E-06	3,008787
24	Error	31,55556	24	1,314815			

Με αναλυτικούς μαθηματικούς υπολογισμούς

Πηγή μεταβλητότητας	Βαθμοί ελευθερίας	Άθροισμα τετραγώνων	διακύμανση	F
Ανάμεσα στα δείγματα	3	72,67	24,22	18,21
Ανάμεσα στους δοκιμαστές	8	13,50	1,69	1,27
Σφάλμα	24	31,83	1,33	
Σύνολο	35	118,00		