ΣΧ0ΛΗ ΤΕΧΝ0Λ0ΓΙΑΣ ΤΡΟΦΙΜΩΝ & ΔΙΑΤΡΟΦΗΣ

ΤΜΗΜΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΤΡΟΦΙΜΩΝ

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ: ΟΡΓΑΝΟΛΗΠΤΙΚΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ

ΓΙΑΝΝΑΚΟΥΡΟΥ ΜΑΡΙΑ

ΤΑΛΕΛΛΗ ΑΙΚΑΤΕΡΙΝΗ

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Ο όρος **«ποιότητα»,** είναι μια απλή έννοια που εκφράζεται με διάφορες απόψεις όπως:

- Ικανοποίηση των απαιτήσεων
- Καταλληλότητα για χρήση
- Ικανοποίηση του πελάτη

Ορισμός ποιότητας του EN ISO 8402

Ο επίσημος ορισμός της **ποιότητας,** σύμφωνα με το EN ISO 8402, που υιοθετήθηκε και από τον Ελληνικό Οργανισμό Τυποποίησης (ΕΛΟΤ) είναι,

το **σύνολο** των χαρακτηριστικών μιας οντότητας,
που της **αποδίδουν** την ικανότητα
να **ικανοποιεί** εκφρασμένες και συνεπαγόμενες ανάγκες.

Ποιοτικός Έλεγχος

Ποιοτικός έλεγχος είναι **σύνολο** δραστηριοτήτων, όπως,

- **μέτρηση**, **εξέταση**, **εκτέλεση** δοκιμών σε ένα ή περισσότερα χαρακτηριστικά ενός προϊόντος και

- **σύγκριση** των αποτελεσμάτων με προδιαγραμμένες **απαιτήσεις (προδιαγραφές)**

- με σκοπό τη **διαπίστωση** της συμμόρφωσης με αυτές.

Εξέλιξη συστημάτων διοίκησης ποιότητας

- **Συνολική** επιθεώρηση (100% Inspection), με προσδιορισμό αιτιών αστοχιών.
- **Έλεγχος Ποιότητας** (Quality Control), υποδεικνύεται αν η παραγωγή είναι αποδεκτή ή απορριπτέα.
- **Διασφάλιση Ποιότητας** κατά τη διάρκεια της παραγωγής (On Line Quality).

Εξέλιξη συστημάτων διοίκησης ποιότητας

- **Διοίκηση Ολικής Ποιότητας**, ποιότητα μέσω σχεδιασμού πριν τη παραγωγή (Quality by design).

«Στατιστικός Έλεγχος Ποιότητας, μέτρηση και ανάλυση **μεταβλητότητας** με βάση περιορισμένο αριθμό μετρήσεων**».**

(Η μεταβλητότητα είναι «εχθρός» της ποιότητας)

Στατιστική- έννοιες

Η **μεταβλητότητα** οφείλεται σε δυο κατηγορίες αιτίων σε **(1) συνήθη** και σε **(2) ειδικά**.

(1) Τα **συνήθη** ή **κοινά** ή **τυχαία** αίτια, οφείλονται στη συμπεριφορά των συσκευών, των εξαρτημάτων, των σωστά συντηρημένων μηχανών κλπ.

Παράδειγμα κοινών αιτίων.

Αποτέλεσμα: διαφορά βαθμολόγησης γραπτού.

Αίτιο: υποκειμενικότητα, διαφορά στην αυτοσυγκέντρωση του βαθμολογητή, φυσιολογική κόπωση.

Στατιστική- έννοιες

(2) **Ειδικά** ή **ασυνήθη** ή **προσδιορίσιμα αίτια**, που είναι υπεύθυνα για σημαντικές αλλαγές στη διεργασία και σχετίζονται με βλάβες, ασυνήθεις και απρόσμενους παράγοντες κλπ.

Παράδειγμα ειδικών αιτίων.

Αποτέλεσμα: διαφορά βαθμολόγησης γραπτού.

Αίτιο: ελλιπής προετοιμασία βαθμολογητή,
μεγάλη κόπωση.

Μια διεργασία πιστοποιείται μόνο, όταν λειτουργεί με συνήθη αίτια.

Στατιστική- έννοιες

- **Μεταβλητές**, χαρακτηριστικά ή ιδιότητες που παραλλάσσουν από τρόφιμο σε τρόφιμο πχ υγρασία, βάρος κονσερβών, λιποπεριεκτικότητα κλπ.

- **Πληθυσμός**, το σύνολο των τιμών μιας μεταβλητής.

- **Δείγμα**, περιορισμένος αριθμός τιμών μιας μεταβλητής.

Στατιστική- έννοιες

- **Πληθυσμός**: Ομάδα αντικειμένων με κοινά χαρακτηριστικά για τα οποία διατυπώνουμε στατιστικά συμπεράσματα: π.χ.
    - οι μαθητές 3ης Λυκείου της Ελλάδας,
    - οι φιάλες μιας παρτίδας εμφιαλωμένου νερού,
    - όλα τα δυνατά αποτελέσματα που μπορεί να προκύψουν από μια χημική ανάλυση
  - Πεπερασμένοι – Άπειροι
- **Δείγμα:** μέρος ενός πληθυσμού π.χ.
    - οι μαθητές 3ης Λυκείου μιας πόλεως
    - τρείς φιάλες εμφιαλωμένου νερού που έρχονται στο εργαστήριο,
    - το αποτέλεσμα μιας μέτρησης από μια χημική ανάλυση
- Από τα δείγματα προσπαθούμε να εκτιμήσουμε τις πραγματικές ιδιότητες του πληθυσμού

Εκτίμηση παραμέτρων

Εκτίμηση παραμέτρων με μέτρα θέσεως

α) αριθμητικός μέσος όρος των δεδομένων

$$\overline{X} = \frac{X1 + X2 + X3 + .. + Xn}{n} = \frac{\sum X_i}{n}$$

β) διάμεσος, είναι η **κεντρική** τιμή για περιττό αριθμό δεδομένων **n** **(**2,5,**9**,11,14**)** και

το **ημιάθροισμα** των κεντρικών τιμών για άρτιο αριθμό δεδομένων **n** (x_1 ,x_n,,x_{n+1},x_{n+2}) .

$$\frac{1}{2}\left(\frac{x_n}{2} + \frac{x_{n+1}}{2}\right)$$ άρτιος αριθμός n

Εκτίμηση παραμέτρων-μέτρηση διασποράς

Εκτίμηση παραμέτρων με μέτρα μεταβλητότητας

α) δειγματική έκταση (εύρος, R), είναι η απόσταση μεταξύ της μικρότερης και της μεγαλύτερης τιμής στα δεδομένα

β) δειγματική διασπορά s^2 είναι,

$$S^2 = \frac{\sum (X - \overline{X})^2}{n-1}$$

Το άθροισμα των τετραγώνων των αποκλίσεων του α.μ.ο από τις τιμές της μεταβλητής, διαιρούμενο με το πλήθος των παραλλαγών(n) μείον 1.
(n-1, βαθμοί ελευθερίας)

Εκτίμηση παραμέτρων

γ) δειγματική τυπική απόκλιση s, είναι η θετική τετραγωνική ρίζα της δειγματικής διασποράς .

$$S = \sqrt{S^2}$$

$$S = \sqrt{\frac{\sum (X - \overline{X})^2}{n-1}}$$

Εκτίμηση παραμέτρων

δ) σχετική τυπική απόκλιση (CV, coefficient of variation) s_{r},.

$$s_r = \frac{s}{\bar{x}}$$

ε) ποσοστιαία σχετική τυπική απόκλιση (RSD%,)

$$RSD\% = 100\frac{s}{\bar{x}} = 100 s_r$$

Στατιστική- έννοιες

- **Πιθανότητα (probability)** εάν έχουμε r ελαττωματικές μονάδες σε τυχαίο δείγμα n μονάδων προϊόντος, η πιθανότητα επιλογής ελαττωματικής μονάδας είναι

$$p=r/n$$

Και η πιθανότητα επιλογής μη ελαττωματικής μονάδας είναι

$$Q=(n-r)/n$$

p=0, σημαίνει ότι δεν υπάρχουν ελαττωματικές μονάδες

p=1, σημαίνει ότι όλες οι μονάδες είναι ελαττωματικές

ΆΛΛΗ έκφραση:np (p η πιθανότητα μιας ελαττωματικής μονάδας σε μια απλή δοκιμή, τότε ο αναμενόμενος αριθμός των ελαττωματικών μονάδων σε n δοκιμές είναι

np

Στατιστική- έννοιες

- **Παραμετρικός χώρος**, η περιοχή που παίρνουν τις τιμές, οι παράμετροι (μεταβλητές) μιας κατανομής.

- **Κατανομή συχνοτήτων**, γραφική απεικόνιση των τιμών των μεταβλητών, ανάλογα με τη συχνότητα τους.

  Παρακάτω αναφέρονται ορισμένες **βασικές κατανομές**.

Στατιστική- έννοιες

- **Παραμετρικός χώρος**, η περιοχή που παίρνουν τις τιμές, οι παράμετροι (μεταβλητές) μιας κατανομής.

- **Κατανομή συχνοτήτων**, γραφική απεικόνιση των τιμών των μεταβλητών, ανάλογα με τη συχνότητα τους.

  Παρακάτω αναφέρονται ορισμένες **βασικές κατανομές**.

Στατιστική- έννοιες

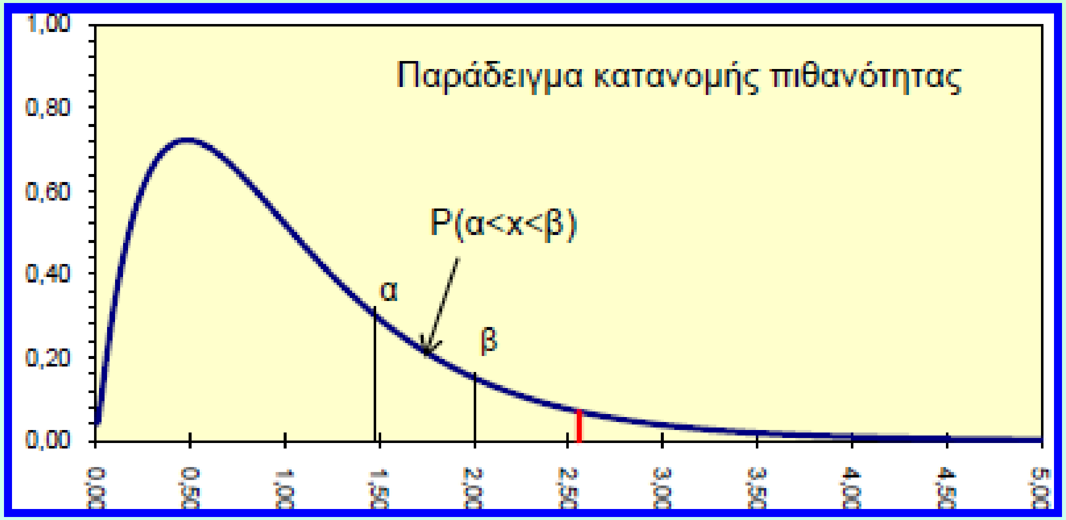
- **Παραμετρικός χώρος**, η περιοχή που παίρνουν τις τιμές, οι παράμετροι (μεταβλητές) μιας κατανομής.

- **Κατανομή συχνοτήτων**, γραφική απεικόνιση των τιμών των μεταβλητών, ανάλογα με τη συχνότητα τους.

  Παρακάτω αναφέρονται ορισμένες **βασικές κατανομές**.

Κατανομές

- **Κατανομές πιθανότητας: Ερμηνεία**



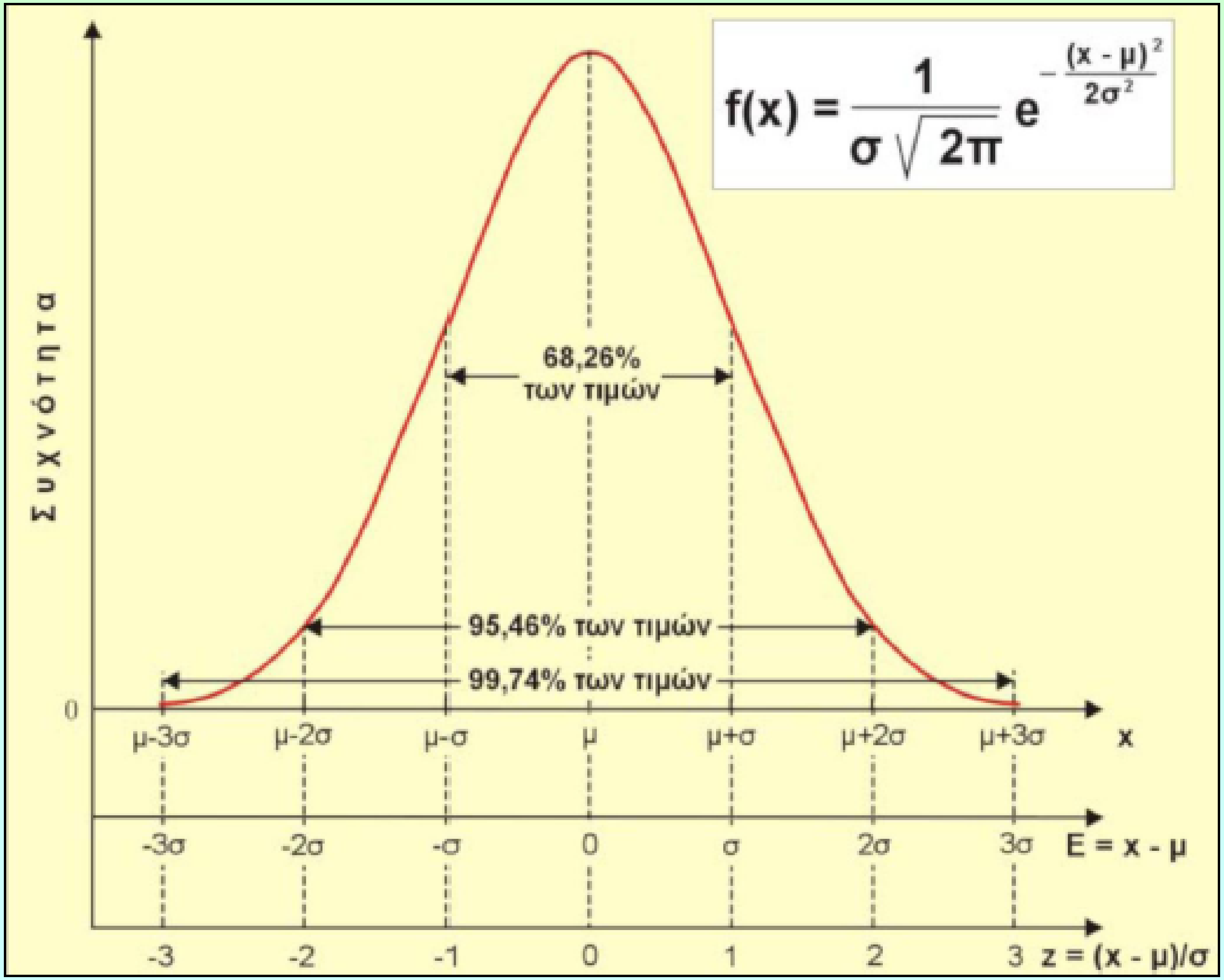
- Αν γίνει μια μέτρηση x η πιθανότητα το x να βρίσκεται σε ένα συγκεκριμένο διάστημα τιμών π.χ. μεταξύ α και β, ισούται με το εμβαδόν κάτω από την καμπύλη.
- Το συνολικό εμβαδόν κάτω από την καμπύλη κατανομής ισούται με 1 (ή πιθανότητα 100%)

Στατιστική- έννοιες

Βασικές κατανομές

Κανονική κατανομή (normal distribution), οι τιμές προκύπτουν από τη σύγχρονη επίδραση πολλών και ανεξάρτητων μικρών σφαλμάτων από τα οποία δεν υπερισχύει κανένα. Μαθηματικά καθορίζεται από τον α.μ.ο. (μ) και την τυπική απόκλιση (σ).

Κανονική Κατανομή (Gauss)



Παραδείγματα: μέτρηση βάρους ανθρώπων, μέγεθος φρούτων-λαχανικών
ΠΟΛΥ συνηθισμένη και για βαθμολογίες οργανοληπτικού ελέγχου

Στατιστική- έννοιες

Διωνυμική κατανομή, οι παραλλαγές της μεταβλητής έχουν καθορισμένες μόνο τιμές και σε κάθε δοκιμή ένα γεγονός είτε συμβαίνει είτε δεν συμβαίνει. Η πιθανότητα να συμβεί ένα γεγονός είναι p και να μη συμβεί 1- p = q

Παραδείγματα: αριθμός ελαττωματικών προϊόντων σε μια παρτίδα, αριθμός ατόμων από ένα πληθυσμό με συγκεκριμένη ομάδα αίματος κλπ

$$P(r) = \frac{n!}{(n-r)!r!} q^{n-r} p^{r}$$

n μέγεθος δείγματος

μ=np (αρ. μέσος)

$$\sigma = \sqrt{npq}$$

Στατιστική- έννοιες

Κατανομή Poisson, όταν (α) η πιθανότητα εύρεσης ελαττωματικών προϊόντων είναι μικρή (<%) (β) ο αριθμός των μετρήσεων είναι μεγάλος (>16) και (γ) το δείγμα είναι μικρό συγκριτικά με τον πληθυσμό (<10%)

Η κατανομή Poisson ορίσθηκε ως οριακή κατανομή της διωνυμικής, έτσι:

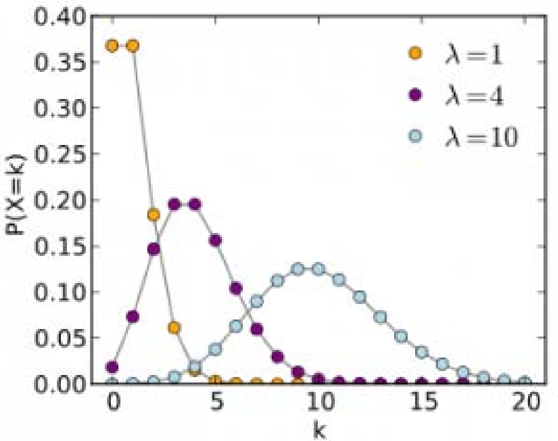
Η Διωνυμική κατανομή προσεγγίζεται από την κατανομή Poisson

αν για n μεγάλο (θεωρητικά n $\to\infty$), η πιθανότητα επιτυχίας p

συγκλίνει στο 0 (p) $\to$0 έτσι ώστε η

μέση τιμή της κατανομής να συγκλίνει σε μια θετική σταθερά λ= (np).

$$f(x) = P(X = x) = e^{-\lambda}\frac{\lambda^x}{x!}, \quad x = 0,1,2,...$$



Στατιστική- έννοιες

Κατανομή Poisson, Παραδείγματα

Ο αριθμός Χ των τροχαίων ατυχημάτων σε ένα τμήμα (με μεγάλη κυκλοφορία) του οδικού δικτύου μιας χώρας στη διάρκεια ενός Σαββατοκύριακου (ή μιας ημέρας, ή μιας εβδομάδας, ή ενός μήνα κτλ.). Με την υπόθεση ότι κάθε αυτοκίνητο που περνάει από το συγκεκριμένο σημείο έχει την ίδια πιθανότητα p να εμπλακεί σε τροχαίο ατύχημα, η Χ ακολουθεί την) B(n, p) . Επειδή ο αριθμός των αυτοκινήτων n που διέρχονται από το συγκεκριμένο σημείο τη συγκεκριμένη χρονική περίοδο είναι μεγάλος και η πιθανότητα ατυχήματος (επιτυχίας!) p είναι πολύ μικρή, η κατανομή της Χ προσεγγίζεται ικανοποιητικά από την κατανομή Poisson με λ = np. Η παράμετρος λ εκφράζει τον μέσο αριθμό ατυχημάτων στο συγκεκριμένο σημείο τη συγκεκριμένη χρονική περίοδο.

Στατιστική- έννοιες

Κατανομή Poisson, Άλλα Παραδείγματα

1. Ο αριθμός X των κλήσεων στο help desk ενός μεγάλου Internet provider σε μια ημέρα (ή σε μια ώρα, ή σε μια εβδομάδα κτλ.).
2. Ο αριθμός X των βλαβών μιας μηχανής σε μια ημέρα (ή σε μια εβδομάδα κτλ.).
3. Ο αριθμός X των ατόμων ενός πληθυσμού που ζουν περισσότερα από 100 χρόνια.
4. Ο αριθμός X των παιδιών ενός πληθυσμού που θα γίνουν ψηλότερα από 1.95μέτρα.
5. Ο αριθμός X των βακτηριδίων σε 1cm^2 μιας πλάκας Petri.
6. Ο αριθμός X των πελατών ενός super market σε μια ημέρα, που θα αγοράσουν σοκολατάκια για σκύλους.
7. **Ο αριθμός X των ελαττωματικών προϊόντων που παράγονται από μια συγκεκριμένη γραμμή παραγωγής σε ένα ορισμένο χρονικό διάστημα.**

Στατιστικός έλεγχος υποθέσεων

Μετά την εκτιμητική των παραμέτρων, ο άλλος βασικός κλάδος της στατιστικής συμπερασματολογίας, είναι ο **έλεγχος των υποθέσεων**.

Παραδείγματα στατιστικών υποθέσεων είναι οι ακόλουθες προτάσεις:

- η αναλογία των ελαττωματικών προϊόντων που παράγονται σε μια διεργασία παραγωγής είναι 0,05.
- το τυπικό σφάλμα του ζυγού πληροί τις προδιαγραφές.

Στατιστικός έλεγχος υποθέσεων

Μία χαρακτηριστική στατιστική υπόθεση είναι η **μηδενική υπόθεση**, που συμβολίζεται με Ho : $\theta = \theta_0$

Παραδείγματα απλών μηδενικών υποθέσεων είναι οι υποθέσεις,

Ho : $\mu_1 - \mu_2 = 0$ και Ho : $\sigma_2^{\,2} / \sigma_1^2 = 1$ $p=0,05$

Στατιστικός έλεγχος υποθέσεων

Ε**πίπεδο σημαντικότητας α,** είναι η πιθανότητα να απορρίψουμε τη μηδενική υπόθεση H_0 όταν στην πραγματικότητα η H_0 αληθεύει.

Διάστημα εμπιστοσύνης για μια παράμετρο θ,είναι ένα διάστημα τιμών (l,u) που ικανοποιεί τη σχέση

$P\ (L<\theta<U)\ =1-\alpha$.

Επίπεδο εμπιστοσύνης του διαστήματος είναι

100(1-α)%.

Στατιστικός έλεγχος υποθέσεων

- **Διάστημα εμπιστοσύνης (confidence interval)**: το διάστημα το οποίο αναμένουμε να περιέχει την πραγματική τιμή της εκιμηθείσας παραμέτρου με **συγκεκριμένη πιθανότητα**.
- Η πιθανότητα αυτή ονομάζεται **επίπεδο εμπιστοσύνης (confidence level)**
  - Συνήθως επίπεδο εμπιστοσύνης 95% (ή 0,95)
- **Τιμή «άλφα» - α** : είναι η διαφορά του επιπέδου εμπιστοσύνης από τη μονάδα
  - Εμβαδόν κάτω από την καμπύλη = 1 (πιθανότητα 100%)
  - Για επίπεδο εμπιστοσύνης 95% έχουμε α = 1-0,95 → α = 0,05
  - Η τιμή α χρησιμοποιείται σε πίνακες στατιστικής και προγράμματα στατιστικών υπολογισμών (π.χ. Excel)

Στατιστικός έλεγχος υποθέσεων

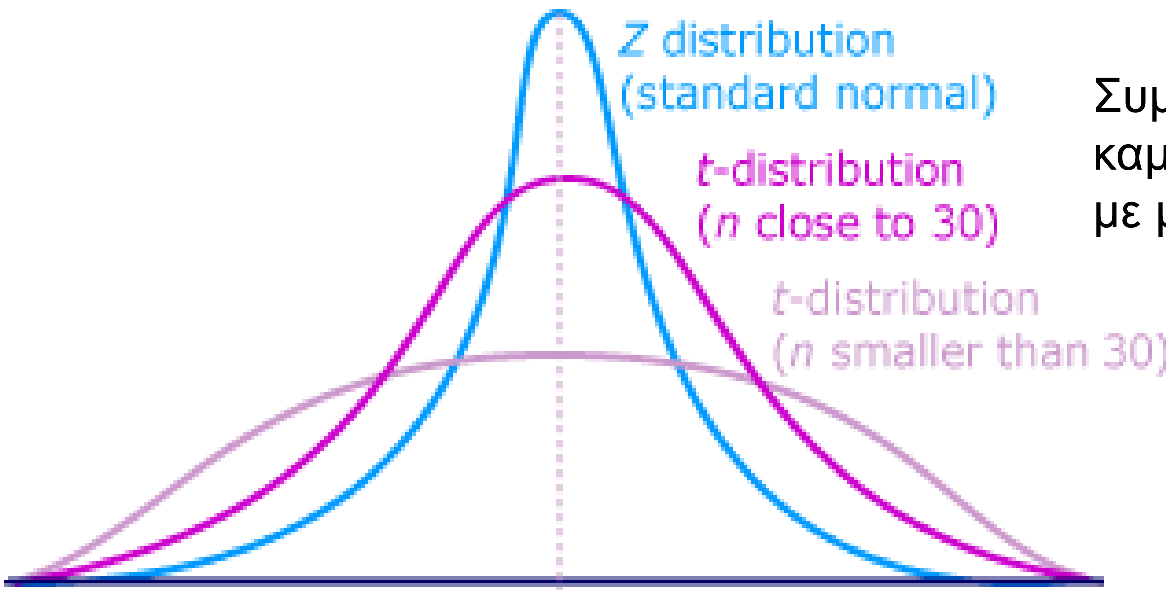
		ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ	
		Η H_0 είναι σωστή	Η H_1 είναι σωστή
ΑΠΟΦΑΣΗ	Δεν απορρίπτω την H_0	σωστή απόφαση	λάθος τύπου ΙΙ
	Απορρίπτω την H_0	λάθος τύπου Ι	σωστή απόφαση

λάθος τύπου Ι : απορρίπτω την H_0 ενώ είναι σωστή

λάθος τύπου ΙΙ : δεν απορρίπτω την H_0 ενώ είναι σωστή η H_1

Στατιστική- έννοιες

t-κατανομή ή κατανομή student, χρησιμοποιείται όταν το μέγεθος των μετρήσεων είναι μικρό n < 30 και δεν είναι γνωστή η τυπική απόκλιση.

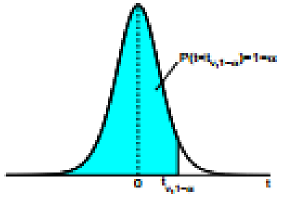


Συμμετρικές καμπύλες με σχήμα καμπάνας, αλλά πιο πλατιές και με μεγαλύτερη διασπορά

t-test: μας βοηθά να βρούμε αν οι μέσοι όροι δύο πληθυσμών διαφέρουν στατιστικά σημαντικά μεταξύ τους

Κατανομή t-student

Στατιστικός Πίνακας Κατανομής Student



ν: βαθμοί ελευθερίας

$1-\alpha$: τιμή της αθροιστικής συνάρτησης

Παράδειγμα:

$\nu = 10,\ \alpha = 0.05 \implies t_{10,0.95} = 1.812$

$\nu = 10,\ \alpha = 0.001 \implies t_{10,0.999} = 4.144$

$\nu = 20,\ \alpha = 0.025 \implies t_{20,0.975} = 2.086$

	$1-\alpha$						
ν	0.900	0.950	0.975	0.990	0.995	0.999	0.9995
1	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	318.309	636.619
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	22.327	31.599
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	10.215	12.924
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	7.173	8.610
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	5.893	6.869
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.208	5.959
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	4.785	5.408
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	4.501	5.041
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.297	4.781
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.144	4.587
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.025	4.437
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	3.930	4.318
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	3.852	4.221
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	3.787	4.140
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	3.733	4.073
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	3.686	4.015
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.646	3.965
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.610	3.922
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.579	3.883
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.552	3.850
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.527	3.819
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.505	3.792
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.485	3.768
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.467	3.745
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.450	3.725
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.435	3.707
27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.421	3.690
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.408	3.674
29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.396	3.659
30	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.385	3.646
32	1.309	1.694	2.037	2.449	2.738	3.365	3.622
34	1.307	1.691	2.032	2.441	2.728	3.348	3.601
36	1.306	1.688	2.028	2.434	2.719	3.333	3.582
38	1.304	1.686	2.024	2.429	2.712	3.319	3.566
40	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.307	3.551
50	1.299	1.676	2.009	2.403	2.678	3.261	3.496
60	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	3.232	3.460
100	1.290	1.660	1.984	2.364	2.626	3.174	3.390
120	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617	3.160	3.373
150	1.287	1.655	1.976	2.351	2.609	3.145	3.357
200	1.286	1.653	1.972	2.345	2.601	3.131	3.340
300	1.284	1.650	1.968	2.339	2.592	3.118	3.323
400	1.284	1.649	1.966	2.336	2.588	3.111	3.315

$$\pm t = \frac{\overline{X} - \mu}{S / \sqrt{n}}$$

Ο μέσος όρος του πληθυσμού, μ θα βρίσκεται στο διάστημα

Από πίνακες με βάση το df και (1-α)

$$\mu = \overline{X} \pm \boxed{t_{a/2}} \frac{s}{\sqrt{n}}$$

Υπολογίζονται από το δείγμα

Κατανομή t-student

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ t-Student

Παράδειγμα 1.

Μέτρηση CRM με πιστοποιημένη τιμή θειωδών 357,5 +/- 35,8 mg/kg (95% επίπεδο εμπιστοσύνης) 12 φορές στα πλαίσια επικύρωσης μεθόδου
Θέλουμε να ελέγξουμε αν ο μέσος όρος των 12 μετρήσεων διαφέρει ή όχι από την πιστοποιημένη τιμή

Βήμα 1 Μηδενική υπόθεση: ο μέσος όρος των 12 μετρήσεων δεν διαφέρει από την πιστοποιημένη τιμή $\bar{x} = \mu$
Εναλλακτική υπόθεση: ο μέσος όρος των 12 μετρήσεων διαφέρει από την πιστοποιημένη τιμή $\bar{x} \neq \mu$
Καθορίζουμε το επίπεδο εμπιστοσύνης -> 95% επομένως α=(100-95)/100=0,05

Βήμα 2 Υπολογίζουμε την τιμή του στατιστικού μεγέθους ελέγχου t

Δεδομένα μετρήσεων	SO2 mg/kg
	351.27
	348.93
	363.2
	362.28
	358.64
	356.89
	356.5
	348.66
	352.43
	358.4
	342.68
	341.25
x	353.4275
s	7.13251342

Κατανομή t-student

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ t-Student

x	353.4275
s	7.13251342
n	12

μ	357.5

t	-1.978

και

| t |	1.978

Βήμα 3 Αναζητούμε στον κατάλληλο πίνακα (πίνακα 2 άκρων) την κρίσιμη τιμή t_α

Αν χρησιμοποιούσαμε πίνακα ενός άκρου θα ψάχναμε την τιμή που αντιστοιχεί σε 11 βαθ. ελευθερίας και α/2 = 0,025 ή επίπεδο εμπιστοσύνης = 100-

CL	95
α	0.05

df = n -1	11

Διαβάζουμε την τιμή που αντιστοιχεί σε 11 βαθμούς ελευθερίας και επίπεδο εμπιστοσύνης

t_α	2.201
TINV	2.201

Η κρίσιμη τιμή tα για δοκιμή δύο άκρων μπορεί να βρεθεί και με τη συνάρηση TINV του Excel TINV(τιμή α; βαθμοί ελευθερίας)

Βήμα 4 Αποφασίζουμε αν θα απορρίψουμε τη μηδενική υπόθεση ή όχι

Από τις παραπανω τιμές **δεν ισχύει | t | > tα**

Επομένως η μηδενική υπόθεση δεν απορρίπτεται

Αν χρησιμοποιήσουμε στατιστικό πακέτο που να υποστηρίζει τη δοκιμασία, π.χ. StatPlus, μπορούμε να υπολογίσουμε την p-value. Είναι p-value = 0,074 Επειδή δεν ισχύει p-value < α η μηδενική

Βλέπε

Βήμα 5 Διατυπώνουμε το συμπέρασμά μας

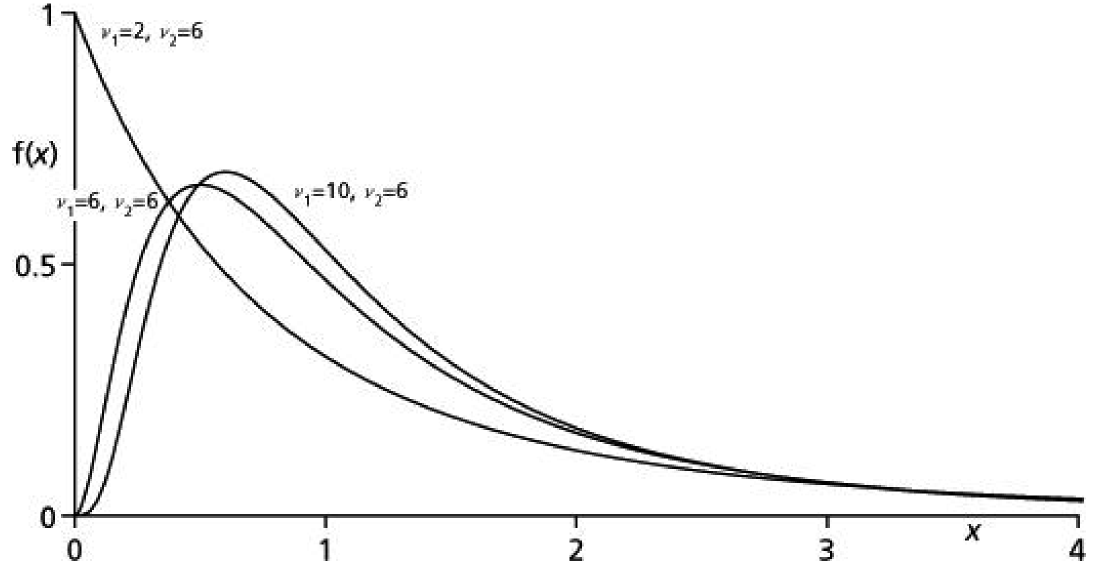
Με επίπεδο εμπιστοσύνης 95%, δεν υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά μεταξύ μετρηθείσας μέσης συγκέντρωσης θειωδών και πιστοποιημένης τιμής

Στατιστική- έννοιες

F –κατανομή, βοηθάει στη σύγκριση δύο ανεξάρτητων εκτιμήσεων της διακύμανσης δύο πληθυσμών και δίνεται από τη παρακάτω σχέση.

$$F = \frac{s_1^{\ 2}}{s_2^{\ 2}}$$

$S_1^{\ 2} > S_2^{\ 2}$

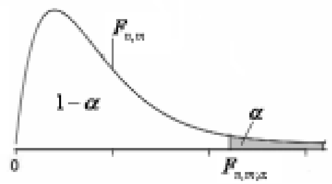


F-distribution

Τιμές $F_{n,m;a}$ της κατανομής $F_{n,m}$

Οι Πίνακες δίνουν τα άνω α -ποσοστιαία σημεία της κατανομής F με n και m βαθμούς ελευθερίας, για $\alpha = 0.05$ και $\alpha = 0.01$, αντίστοιχα.

Αν $X \sim F_{n,m}$, ισχύει, $P(X > F_{n,m;a}) = a$. Επίσης ισχύει, $F_{n,m;1-\alpha} = 1/F_{m,n;\alpha}$



n = βαθμοί ελευθερίας για τον αριθμητή

$\alpha = 0.05$

m = βαθμοί ελευθερίας για τον παρονομαστή

m \ n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
1	161	200	216	225	230	234	237	239	241	242	244	246	248	249	250	251	252	253	254
2	18.5	19.0	19.2	19.2	19.3	19.3	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5
3	10.1	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.74	8.70	8.66	8.64	8.62	8.59	8.57	8.55	8.53
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.91	5.86	5.80	5.77	5.75	5.72	5.69	5.66	5.63
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.68	4.62	4.56	4.53	4.50	4.46	4.43	4.40	4.37
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.00	3.94	3.87	3.84	3.81	3.77	3.74	3.70	3.67
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.57	3.51	3.44	3.41	3.38	3.34	3.30	3.27	3.23
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.28	3.22	3.15	3.12	3.08	3.04	3.01	2.97	2.93
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.07	3.01	2.94	2.90	2.86	2.83	2.79	2.75	2.71
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.91	2.85	2.77	2.74	2.70	2.66	2.62	2.58	2.54
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85	2.79	2.72	2.65	2.61	2.57	2.53	2.49	2.45	2.40
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.69	2.62	2.54	2.51	2.47	2.43	2.38	2.34	2.30
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.60	2.53	2.46	2.42	2.38	2.34	2.30	2.25	2.21
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.53	2.46	2.39	2.35	2.31	2.27	2.22	2.18	2.13
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.48	2.40	2.33	2.29	2.25	2.20	2.16	2.11	2.07
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.42	2.35	2.28	2.24	2.19	2.15	2.11	2.06	2.01
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45	2.38	2.31	2.23	2.19	2.15	2.10	2.06	2.01	1.96
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.34	2.27	2.19	2.15	2.11	2.06	2.02	1.97	1.92
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.31	2.23	2.16	2.11	2.07	2.03	1.98	1.93	1.88
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35	2.28	2.20	2.12	2.08	2.04	1.99	1.95	1.90	1.84
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37	2.32	2.25	2.18	2.10	2.05	2.01	1.96	1.92	1.87	1.81
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34	2.30	2.23	2.15	2.07	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.78
23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32	2.27	2.20	2.13	2.05	2.01	1.96	1.91	1.86	1.81	1.76
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25	2.18	2.11	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.79	1.73
25	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.28	2.24	2.16	2.09	2.01	1.96	1.92	1.87	1.82	1.77	1.71
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16	2.09	2.01	1.93	1.89	1.84	1.79	1.74	1.68	1.62
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08	2.00	1.92	1.84	1.79	1.74	1.69	1.64	1.58	1.51
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99	1.92	1.84	1.75	1.70	1.65	1.59	1.53	1.47	1.39
120	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.18	2.09	2.02	1.96	1.91	1.83	1.75	1.66	1.61	1.55	1.50	1.43	1.35	1.25
∞	3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.88	1.83	1.75	1.67	1.57	1.52	1.46	1.39	1.32	1.22	1.00

F-distribution-πίνακες

Critical values of F for the 0.05 significance level:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	161.45	199.50	215.71	224.58	230.16	233.99	236.77	238.88	240.54	241.88
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.39	19.40
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14
10	4.97	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.10	3.01	2.95	2.90	2.85
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49
17	4.45	3.59	3.20	2.97	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45
18	4.41	3.56	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35
21	4.33	3.47	3.07	2.84	2.69	2.57	2.49	2.42	2.37	2.32
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34	2.30
23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.38	2.32	2.28
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.26
25	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.41	2.34	2.28	2.24
26	4.23	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.27	2.22
27	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.37	2.31	2.25	2.20
28	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29	2.24	2.19
29	4.18	3.33	2.93	2.70	2.55	2.43	2.35	2.28	2.22	2.18
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.17
31	4.16	3.31	2.91	2.68	2.52	2.41	2.32	2.26	2.20	2.15
32	4.15	3.30	2.90	2.67	2.51	2.40	2.31	2.24	2.19	2.14
33	4.14	3.29	2.89	2.66	2.50	2.39	2.30	2.24	2.18	2.13
34	4.13	3.28	2.88	2.65	2.49	2.38	2.29	2.23	2.17	2.12
35	4.12	3.27	2.87	2.64	2.49	2.37	2.29	2.22	2.16	2.11

Κατανομή F distribution

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ F distribution

Υπόλογίζω πρώτα τη διακύμανση των δύο ομάδων
ώστε να ξέρω ποια είναι μεγαλύτερη

Στη συνέχεια μπορούμε αν θέλουμε να κάνουμε έλεγχο για τις μέσες τιμές
των δύο μεθόδων (οι οποίες "φαίνεται" ότι δεν διαφέρουν)

Έλεγχος t δύο δειγμάτων με υποτιθέμενες άνισες διακυμάνσεις

	Πρότυπη μέθοδος	*Νέα μέθοδος*
Μέσος	71.75	71.74
Διακύμανση	10.97142857	2.073777778
Μέγεθος δείγματος	8	10
Υποτιθέμενη διαφορά μέσων	0	
βαθμοί ελευθερίας	9	
t	0.00795858	
P(T<=t) μονόπλευρη	0.496911829	
t κρίσιμο, μονόπλευρο	1.833112923	
P(T<=t) δίπλευρη	0.993823659	
t κρίσιμο, δίπλευρο	2.262157158	

Συμπέρασμα: Επειδή t<< tκρίσιμο (ή P >> 0,05) η μηδενική υπόθεση γίνεται αποδεκτή και επομένως
οι δύο μέθοδοι δίνουν στατιστικά ίδια εκτίμηση για τη μέτρηση του COD

Κατανομή F distribution

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ F distribution

Μια προτεινόμενη νέα μέθοδος προσδιορισμού COD συγκρίθηκε με την ισχύουσα πρότυπη μέθοδο. Έγιναν 10 μετρήσεις με τη νέα μέθοδο και 8 μετρήσεις με την πρότυπη μέθοδο και προέκυψαν τα παρακάτω αποτελέσματα. Έχει η νέα μέθοδος μικρότερη διακύμανση ή όχι (επίπεδο εμπιστοσύνης 95%);

	COD, mg/L	
	Πρότυπη μέθοδος	Νέα μέθοδος
	74.0	73.6
	71.8	74.1
	76.0	71.9
	74.2	70.4
	66.0	71.7
	70.5	70.4
	73.1	72.1
	68.4	71.2
		69.5
		72.5
Διακύμανση	10.97142857	2.073777778

Έλεγχος F των διακυμάνσεων δύο δειγμάτων

	Πρότυπη μέθοδος	*Νέα μέθοδος*
Μέσος	71.75	71.74
Διακύμανση	10.97142857	2.073777778
Μέγεθος δείγματος	8	10
βαθμοί ελευθερίας	7	9
F	5.290551711	
P(F<=f) μονόπλευρη	0.012133988	
F κρίσιμο, μονόπλευρο	4.197046637	

Συμπέρασμα: Επειδή F> Fκρίσιμο η μηδενική υπόθεση απορρίπτεται και επομένως η διακύμανση της νέας μεθόδου είναι μικρότερη από αυτήν της πρότυπης

Στην συγκεκριμένη διατύπωση της μηδενικής υπόθεσης μας ενδιαφέρει δοκιμή ενός άκρου