

## ΑΣΚΗΣΗ 12η

### 3.12. ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΗΣ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ (Η άσκηση θα γίνει σε δύο εργαστηριακά μαθήματα)

Η ανάλυση της διακύμανσης χρησιμοποιείται στον στατιστικό ποιοτικό έλεγχο των τροφίμων για τον καθορισμό της σημαντικότητας των διαφορών και τον προσδιορισμό των πηγών της διαφοροποίησης ή μεταβλητικότητας.

Έστω οι ακόλουθες βαθμολογίες σε οργανοληπτική δοκιμή με 9 δοκιμαστές και 4 δείγματα.

Δοκιμαστές (Επαναλήψεις)	Δείγματα				Σύνολα βαθμολογιών
	A	B	Γ	Δ	
1	5	4	4	2	15 $\Sigma_1$
2	8	3	5	2	18 $\Sigma_2$
3	6	4	4	1	15
4	3	3	4	2	12
5	5	2	3	1	11
6	7	2	5	1	15
7	4	3	2	1	10
8	7	4	1	1	13
9	4	3	2	2	11
Σύνολο	$\Sigma_A$ 49	$\Sigma_B$ 28	$\Sigma_\Gamma$ 30	$\Sigma_\Delta$ 13	120

Για την επεξεργασία των στοιχείων βρίσκουμε πρώτα τον συντελεστή διόρθωσης (Σ.Δ.), ως εξής:

$$\text{Σ.Δ.} = \frac{(\Sigma x)^2}{n_{\text{ολ}}} = \frac{(120)^2}{4 \times 9} = 400$$

#### ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΕΤΟΙΧΕΙΩΝ

1) Άθροισμα τετραγώνων (για δείγματα) (Α.Τ.δ)

$$\text{Α.Τ.δ} = \frac{(\Sigma_A)^2 + (\Sigma_B)^2 + (\Sigma_\Gamma)^2 + (\Sigma_\Delta)^2}{n_E} - \text{Σ.Δ.}$$

$$A.T._{\delta} = \frac{(49^2 + 28^2 + 30^2 + 13^2)}{9} - 400 = \underline{\underline{72,67}}$$

2) Άθροισμα τετραγώνων (για δοκιμασιές ή επαναλήψεις) A.T.

$$A.T._{\varepsilon} = \frac{(\Sigma_1)^2 + (\Sigma_2)^2 + (\Sigma_3)^2 + (\Sigma_4)^2 + (\Sigma_5)^2 + (\Sigma_6)^2 + (\Sigma_7)^2 + (\Sigma_8)^2 + (\Sigma_9)^2}{n_{\delta}} - \Sigma \cdot \Delta$$

ή

$$A.T._{\varepsilon} = \left( \frac{15^2 + 18^2 + 15^2 + 12^2 + 11^2 + 15^2 + 10^2 + 13^2 + 11^2}{4} \right) - 400 = \underline{\underline{13,5}}$$

3) Άθροισμα τετραγώνων (σύνολο) (A.T.\_{\sigma})

$$A.T._{\sigma} = \Sigma(x)^2 - \Sigma \cdot \Delta$$

ή

$$A.T._{\sigma} = (5^2 + 8^2 + 6^2 + 3^2 + 5^2 + 7^2 + 4^2 + 7^2 + 4^2 + 4^2 + 3^2 + 4^2 + 3^2 + 2^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 4^2 + 4^2 + 3^2 + 3^2 + 2^2 + 1^2 + 2^2 + 2^2 + 2^2 + 1^2 + 2^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2 + 2^2) - 400 = \underline{\underline{118}}$$

4) Άθροισμα τετραγώνων (για σφάλμα) (A.T. σφ.)

$$A.T._{\sigma\phi} = A.T._{\sigma} - A.T._{\delta} - A.T._{\varepsilon} \quad \text{ή}$$

$$A.T._{\sigma\phi} = 118 - 72,67 - 13,5 = \underline{\underline{31,83}}$$

5) Βαθμοί ελευθερίας (B.E)

α) B.E. (δείγματα) = 4 - 1 = 3

β) B.E. (δοκιμασιές) = 9 - 1 = 8

γ) B.E. (σύνολο) = ~~4 x 9~~ + 1 = 35

δ) B.E. (σφάλμα) = 35 - 8 - 3 = 24

6) Διακύμανση (S<sup>2</sup>) ή μέσο άθροισμα τετραγώνων (MA)

$$S^2 \quad \text{ή} \quad MA = \frac{A.T.}{B.E.}$$

α) MA( $\delta$ ) =  $\frac{72,67}{3} = 24,22$

β) MA( $\varepsilon$ ) =  $\frac{13,5}{8} = 1,69$

γ) MA( $\sigma\phi$ ) =  $\frac{31,83}{24} = 1,33$

7) Δοκιμή Σχέσης Διακυμάνσεων (Δοκιμή F)

$$F = \frac{MA}{MA(\sigma)}$$

$$a) F (\text{δείγματα}) = \frac{MA(\delta)}{MA(\sigma)} = \frac{24,22}{1,33} = \underline{\underline{18,21}}$$

$$b) F (\text{δοκιμασίες}) = \frac{MA(\epsilon)}{MA(\sigma)} = \frac{1,69}{1,33} = \underline{\underline{1,27}}$$

Με τα παραπάνω στοιχεία καταρτίζουμε τον πίνακα ανάλυσης της διακύμανσης.

## Πίνακας

## Ανάλυση της διακύμανσης

Πηγή διαφοροποίησης (μεταβλητικότητας)	B.E.	A.T.	MA	F
Ανάμεσα στα δείγματα	3	72,67	24,22	18,21 <sup>**</sup>
" στους δοκιμαστές	8	13,50	1,69	1,27
Σφάλμα	24	31,83	1,33	
Σύνολο	35	118,00		

8) Προσδιορισμός σημαντικότητας

Για να βρούμε αν οι διαφορές α) ανάμεσα στα δείγματα και β) ανάμεσα στους δοκιμαστές είναι σημαντικές, ελέγχουμε τις τιμές F σε επίπεδο σημαντικότητας 5% και 1%.

α) Σημαντικότητα διαφορών ανάμεσα στα δείγματα

B.E. μεγαλύτερου  $MA_{(3)}$ : 3

B.E. μικρότερου  $MA_{(24)}$ : 24

Άρα, με βάση τον πίνακα F, για να υπάρχει πρέπει:

(i) σε επίπεδο 5% το F (πίνακα) να είναι μεγαλύτερο από 3,01 και

(ii) σε επίπεδο 1% το F (πίνακα) να είναι μεγαλύτερο από 4,72.

Συνεπώς, η τιμή  $F=18,2$ , είναι σημαντική στο επίπεδο 1% άρα υπάρχει διαφορά μεταξύ των δειγμάτων.

β) Σημαντικότητα διαφορών ανάμεσα στους δοκιμαστές

B.E. μεγαλύτερου  $MA_{(8)}$ : 8

B.E. μικρότερου  $MA_{(24)}$ : 24

άρα, για να υπάρχει διαφορά πρέπει:

- (i) σε επίπεδο σημαντικότητας 5% το F (πίνακα) να είναι μεγαλύτερο από 2,36 και
- (ii) σε επίπεδο σημαντικότητας 1% το F (πίνακα) να είναι μεγαλύτερο από 3,36.

Συνεπώς δεν υπάρχει σημαντική διαφορά μεταξύ των δοκιμαστών σ'επίπεδο σημαντικότητας 1%.

### 9) Προσδιορισμός διαφορετικών δειγμάτων

Όπως διαπιστώθηκε, υπάρχει σημαντική διαφορά ανάμεσα στα δείγματα. Για να προσδιορίσουμε ποιά είναι τα διαφορετικά δείγματα χρησιμοποιούμε τη δοκιμή Tukey, ως εξής:

Ο μέσος όρος της βαθμολογίας για κάθε δείγμα είναι:

$$A = 49/9 = 5,44$$

$$B = 28/9 = 3,11$$

$$Γ = 30/9 = 3,33$$

$$Δ = 13/9 = 1,44$$

Το τυπικό σφάλμα (Τ.Σ) του δειγματοληπτικού μέσου είναι:

$$T.S. = \sqrt{\frac{MA(\sigma\omega)}{n\epsilon}} = \sqrt{\frac{1,33}{9}} = \underline{\underline{0,38}}$$

Βρίσκουμε την Ελάχιστη Σημαντική Διαφορά (ΕΣΔ), σε επίπεδο σημαντικότητας 5%, από τον ανάλογο πίνακα.

Δηλαδή, για δείγματα 4 } Τιμή = 3,90  
 Β.Ε. 24 }

ός

$$ΕΣΔ = 3,90 \times 0,38 = 1,48$$

Συνεπώς,

οποιοδήποτε μέσο όρος βαθμολογίας δειγμάτων διαφέρουν μεταξύ τους περισσότερο από 1,48 η διαφορά τους θα είναι σημαντική σε επίπεδο 5%.

Κατατάσσουμε τους μέσους όρους των δειγμάτων κατά φθίνουσα σειρά:

$$A: 5,44$$

$$Γ: 3,33$$

$$B: 3,11$$

$$Δ: 1,44$$

Βρίσκουμε τη διαφορά του μεγαλύτερου από τους υπόλοιπους, αρχίζοντας από τους μικρότερους:

$$A - \Delta = 5,44 - 1,44 = 4,00 > 1,48$$

$$A - B = 5,44 - 3,11 = 2,33 > 1,48$$

$$A - \Gamma = 5,44 - 3,33 = 2,11 > 1,48$$

άρα,

Το δείγμα A, είναι διαφορετικό από τα υπόλοιπα (σε επίπεδο σημαντικότητας 5%).

Επαναλαμβάνουμε την ίδια διαδικασία με τον μέσο όρο του δείγματος που έχει την αμέσως μικρότερη τιμή, δηλαδή με το δείγμα Γ:

$$\Gamma - \Delta = 3,33 - 1,44 = 1,89 > 1,48$$

$$\Gamma - B = 3,33 - 3,11 = 0,22 < 1,48$$

άρα,

Το δείγμα Γ είναι διαφορετικό από το Δ. Επαναλαμβάνουμε τη διαδικασία με το Β:

$$B - \Delta = 3,11 - 1,44 = 1,67 > 1,48$$

άρα,

Το Β είναι διαφορετικό από το Δ. Οι διαφορές κωδικοποιούνται ως εξής:

A	Γ	B	Δ
5,44 α	3,33b	3,11b	1,44 c

δηλαδή, (1) το A είναι διαφορετικό από B, Γ και Δ και

(2) το B και Γ είναι διαφορετικά από Δ.

ΠΙΝΑΚΑΣ 1.6

F- ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ

Σε κάθε τετραγωνίδιο ο πάνω αριθμός αντιστοιχεί στο 5% και ο κάτω στο 1%.

$f_2$  Βαθμοί ελευθερίας (B.E) μεγαλύτερης διακύμανσης (μεγαλύτερου  $f_2$  MA)

*B.F. των Δεσφών - Εμβαδών*

$f_1$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	14	16	20	24	30	40	50	75	100	200	500	$\infty$	$f_2$	
1	181	200	216	225	230	234	237	239	241	242	243	244	245	246	248	249	250	251	252	253	253	254	254	254	254	1
4.852	4.999	5.403	5.625	5.764	5.859	5.928	5.981	6.022	6.056	6.082	6.106	6.124	6.142	6.169	6.208	6.234	6.258	6.286	6.302	6.323	6.334	6.352	6.361	6.366	2	
18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.36	19.37	19.38	19.39	19.40	19.41	19.42	19.43	19.44	19.45	19.46	19.47	19.47	19.48	19.49	19.49	19.49	19.50	19.50	19.50	3
98.49	99.00	99.17	99.25	99.30	99.33	99.34	99.36	99.38	99.40	99.41	99.42	99.43	99.44	99.45	99.46	99.47	99.48	99.48	99.49	99.49	99.49	99.49	99.50	99.50	99.50	4
10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.88	8.84	8.81	8.78	8.76	8.74	8.71	8.69	8.66	8.64	8.62	8.60	8.58	8.57	8.56	8.54	8.54	8.54	8.53	8.53	5
34.12	30.82	29.46	28.71	28.24	27.91	27.67	27.49	27.34	27.23	27.13	27.05	26.92	26.83	26.69	26.60	26.50	26.41	26.35	26.27	26.23	26.18	26.14	26.14	26.12	26.12	6
7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.93	5.91	5.87	5.84	5.80	5.77	5.74	5.71	5.70	5.68	5.66	5.65	5.64	5.64	5.63	5.63	7
21.20	18.00	16.69	15.98	15.52	15.21	14.98	14.80	14.66	14.54	14.45	14.37	14.24	14.15	14.02	13.93	13.83	13.74	13.69	13.61	13.57	13.52	13.48	13.46	13.46	13.46	8
6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.78	4.74	4.70	4.68	4.64	4.60	4.56	4.53	4.50	4.46	4.44	4.42	4.40	4.38	4.37	4.36	4.36	9	
16.26	13.27	12.06	11.39	10.97	10.67	10.45	10.27	10.15	10.05	9.96	9.89	9.77	9.68	9.55	9.47	9.38	9.29	9.24	9.17	9.13	9.07	9.04	9.02	9.02	9.02	10
5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.03	4.00	3.96	3.92	3.87	3.84	3.81	3.77	3.75	3.72	3.71	3.69	3.68	3.67	3.67	3.67	11
13.74	10.92	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.98	7.87	7.79	7.72	7.60	7.52	7.39	7.31	7.23	7.14	7.09	7.02	6.99	6.94	6.90	6.88	6.88	6.88	12
5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.60	3.57	3.52	3.49	3.44	3.41	3.38	3.34	3.32	3.29	3.28	3.25	3.24	3.23	3.23	3.23	13
12.25	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	7.00	6.84	6.71	6.62	6.54	6.47	6.35	6.27	6.15	6.07	5.98	5.90	5.85	5.78	5.75	5.70	5.67	5.65	5.65	5.65	14
5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.34	3.31	3.28	3.23	3.20	3.15	3.12	3.08	3.05	3.03	3.00	2.98	2.96	2.94	2.93	2.93	2.93	15
11.26	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.19	6.03	5.91	5.82	5.74	5.67	5.56	5.48	5.36	5.28	5.20	5.11	5.06	5.00	4.96	4.91	4.88	4.86	4.86	4.86	16
5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.13	3.10	3.07	3.02	2.98	2.93	2.90	2.86	2.82	2.80	2.77	2.76	2.73	2.72	2.71	2.71	2.71	17
10.56	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.62	5.47	5.35	5.26	5.18	5.11	5.00	4.92	4.80	4.73	4.64	4.56	4.51	4.45	4.41	4.36	4.33	4.31	4.31	4.31	18
4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.97	2.94	2.91	2.86	2.82	2.77	2.74	2.70	2.67	2.64	2.61	2.59	2.56	2.55	2.54	2.54	2.54	19
10.04	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.21	5.06	4.95	4.85	4.78	4.71	4.60	4.52	4.41	4.33	4.25	4.17	4.12	4.05	4.01	3.96	3.93	3.91	3.91	3.91	20
4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.86	2.82	2.79	2.74	2.70	2.65	2.61	2.57	2.53	2.50	2.47	2.45	2.42	2.41	2.40	2.40	2.40	21
9.65	7.20	6.22	5.67	5.32	5.07	4.88	4.74	4.63	4.54	4.46	4.40	4.29	4.21	4.10	4.02	3.94	3.86	3.80	3.74	3.70	3.66	3.62	3.62	3.60	3.60	22
4.75	3.88	3.49	3.26	3.11	3.00	2.92	2.85	2.80	2.76	2.72	2.69	2.64	2.60	2.54	2.50	2.46	2.42	2.40	2.38	2.35	2.32	2.31	2.30	2.30	2.30	23
9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.65	4.50	4.39	4.30	4.22	4.16	4.05	3.98	3.86	3.78	3.70	3.61	3.56	3.49	3.46	3.41	3.38	3.36	3.36	3.36	24
4.57	3.80	3.41	3.18	3.02	2.92	2.84	2.77	2.72	2.67	2.63	2.60	2.55	2.51	2.46	2.42	2.38	2.34	2.32	2.28	2.26	2.24	2.22	2.21	2.21	2.21	25
9.17	6.79	5.74	5.20	4.86	4.62	4.44	4.30	4.19	4.10	4.02	3.96	3.85	3.78	3.67	3.59	3.51	3.42	3.37	3.30	3.27	3.21	3.18	3.16	3.16	3.16	26
4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.77	2.70	2.65	2.60	2.56	2.53	2.48	2.44	2.39	2.35	2.31	2.27	2.24	2.21	2.19	2.16	2.14	2.13	2.13	2.13	27
8.86	6.51	5.56	5.03	4.69	4.44	4.28	4.14	4.03	3.94	3.86	3.80	3.70	3.62	3.51	3.43	3.34	3.26	3.21	3.14	3.11	3.06	3.02	3.00	3.00	3.00	28
4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.70	2.64	2.59	2.55	2.51	2.48	2.43	2.39	2.33	2.29	2.25	2.21	2.18	2.15	2.12	2.10	2.08	2.07	2.07	2.07	29
8.68	6.36	5.43	4.89	4.56	4.32	4.14	4.00	3.89	3.80	3.73	3.67	3.56	3.48	3.36	3.29	3.20	3.12	3.07	3.00	2.97	2.92	2.89	2.87	2.87	2.87	30
4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.45	2.42	2.37	2.33	2.28	2.24	2.20	2.16	2.13	2.09	2.07	2.04	2.02	2.01	2.01	2.01	31
8.53	6.23	5.29	4.77	4.44	4.20	4.03	3.89	3.78	3.69	3.61	3.55	3.45	3.37	3.25	3.18	3.10	3.01	2.96	2.89	2.86	2.80	2.77	2.75	2.75	2.75	32
4.45	3.59	3.20	2.95	2.81	2.70	2.62	2.55	2.50	2.45	2.41	2.38	2.33	2.29	2.23	2.19	2.15	2.11	2.08	2.04	2.02	1.99	1.97	1.96	1.96	1.96	33
8.40	6.11	5.18	4.67	4.34	4.10	3.93	3.79	3.68	3.59	3.52	3.45	3.35	3.27	3.16	3.08	3.00	2.92	2.86	2.79	2.76	2.70	2.67	2.65	2.65	2.65	34
4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.37	2.34	2.29	2.25	2.19	2.15	2.11	2.07	2.04	2.00	1.98	1.95	1.93	1.92	1.92	1.92	35
8.28	6.01	5.09	4.58	4.25	4.01	3.85	3.71	3.60	3.51	3.44	3.37	3.27	3.19	3.07	3.00	2.91	2.83	2.78	2.71	2.68	2.62	2.59	2.57	2.57	2.57	36
4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.55	2.48	2.43	2.38	2.34	2.31	2.26	2.21	2.15	2.11	2.07	2.02	2.00	1.96	1.94	1.91	1.90	1.88	1.88	1.88	37
8.18	5.93	5.01	4.50	4.17	3.94	3.77	3.63	3.52	3.43	3.36	3.30	3.19	3.12	3.00	2.92	2.84	2.76	2.70	2.63	2.60	2.54	2.51	2.49	2.49	2.49	38
4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.52	2.45	2.40	2.35	2.31	2.28	2.23	2.18	2.12	2.08	2.04	1.99	1.96	1.92	1.90	1.87	1.85	1.84	1.84	1.84	39
8.10	5.85	4.94	4.43	4.10	3.87	3.71	3.56	3.45	3.37	3.30	3.23	3.13	3.05	2.94	2.84	2.77	2.69	2.63	2.56	2.53	2.47	2.44	2.42	2.42	2.42	40
4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37	2.32	2.28	2.25	2.20	2.15	2.09	2.05	2.00	1.96	1.93	1.89	1.87	1.84	1.82	1.81	1.81	1.81	41
8.02	5.78	4.87	4.37	4.04	3.81	3.65	3.51	3.40	3.31	3.24	3.17	3.07	2.99	2.89	2.80	2.72	2.63	2.58	2.51	2.47	2.42	2.38	2.36	2.36	2.36	42
4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.47	2.40	2.35	2.30	2.26	2.23	2.18	2.13	2.07												

ΠΙΝΑΚΑΣ 1.7  
F- ΚΑΤΑΝΟΜΗ (Συνέχεια)

Σε κάθε τετραγωνίδιο ο πάνω αριθμός αντιστοιχεί στο 5% και ο κάτω στο 1%.

$f_2$  Βαθμοί ελευθερίας (B.E) μεγαλύτερης διακύμανσης (μεγαλύτερου MA)  $f_2$

$f_2$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	14	16	20	24	30	40	50	75	100	200	500	$\infty$
27	4.21 7.68	3.85 5.49	2.96 4.60	2.78 4.11	2.57 3.79	2.46 3.54	2.37 3.39	2.30 3.26	2.25 3.14	2.20 3.06	2.16 2.98	2.13 2.93	2.08 2.83	2.03 2.74	1.97 2.63	1.93 2.55	1.88 2.47	1.84 2.38	1.80 2.33	1.78 2.25	1.74 2.21	1.71 2.16	1.68 2.12	1.67 2.10
28	4.20 7.64	3.34 5.45	2.95 4.57	2.71 4.07	2.56 3.76	2.44 3.53	2.36 3.36	2.29 3.23	2.24 3.11	2.19 3.03	2.15 2.95	2.12 2.90	2.06 2.80	2.02 2.71	1.96 2.60	1.91 2.52	1.87 2.44	1.81 2.35	1.78 2.30	1.75 2.22	1.72 2.18	1.69 2.13	1.67 2.09	1.65 2.06
29	4.18 7.60	3.33 5.42	2.93 4.54	2.70 4.04	2.54 3.73	2.43 3.50	2.35 3.33	2.28 3.20	2.22 3.08	2.18 2.90	2.14 2.92	2.10 2.87	2.05 2.77	2.00 2.68	1.94 2.57	1.90 2.49	1.85 2.41	1.80 2.32	1.77 2.27	1.73 2.19	1.71 2.15	1.68 2.10	1.65 2.06	1.64 2.03
30	4.17 7.56	3.32 5.39	2.92 4.51	2.69 4.02	2.53 3.70	2.42 3.47	2.34 3.30	2.27 3.17	2.21 3.06	2.16 2.98	2.12 2.90	2.09 2.84	2.04 2.74	1.99 2.66	1.93 2.55	1.89 2.47	1.84 2.38	1.79 2.29	1.76 2.24	1.72 2.16	1.69 2.13	1.66 2.07	1.64 2.03	1.62 2.01
32	4.15 7.50	3.30 5.34	2.90 4.46	2.67 3.97	2.51 3.66	2.40 3.42	2.32 3.25	2.25 3.12	2.19 3.01	2.14 2.94	2.10 2.86	2.07 2.80	2.02 2.70	1.97 2.62	1.91 2.51	1.86 2.42	1.82 2.34	1.76 2.25	1.74 2.20	1.69 2.20	1.67 2.12	1.64 2.08	1.61 2.02	1.59 1.98
34	4.13 7.44	3.28 5.29	2.88 4.42	2.65 3.93	2.49 3.61	2.38 3.38	2.30 3.21	2.23 3.08	2.17 2.97	2.12 2.89	2.08 2.82	2.05 2.76	2.00 2.66	1.95 2.58	1.89 2.47	1.84 2.38	1.80 2.30	1.74 2.21	1.71 2.15	1.67 2.08	1.64 2.04	1.61 1.98	1.59 1.94	1.57 1.91
36	4.11 7.39	3.26 5.25	2.86 4.38	2.63 3.89	2.48 3.58	2.36 3.35	2.28 3.18	2.21 3.04	2.15 2.94	2.10 2.86	2.06 2.78	2.03 2.72	1.98 2.62	1.93 2.54	1.87 2.43	1.82 2.35	1.78 2.26	1.72 2.17	1.69 2.12	1.65 2.04	1.62 2.00	1.59 1.94	1.57 1.90	1.55 1.87
38	4.10 7.35	3.25 5.21	2.85 4.34	2.62 3.86	2.46 3.54	2.35 3.33	2.26 3.15	2.19 3.02	2.14 2.91	2.09 2.82	2.05 2.75	2.02 2.69	1.96 2.59	1.92 2.51	1.82 2.40	1.85 2.32	1.80 2.24	1.76 2.22	1.71 2.08	1.67 2.00	1.63 1.97	1.60 1.90	1.57 1.84	1.55 1.84
40	4.08 7.31	3.23 5.18	2.84 4.31	2.61 3.83	2.45 3.51	2.34 3.29	2.25 3.12	2.18 2.99	2.12 2.88	2.07 2.80	2.04 2.73	2.00 2.66	1.95 2.56	1.90 2.49	1.84 2.37	1.79 2.29	1.74 2.20	1.69 2.11	1.66 2.05	1.61 1.97	1.59 1.94	1.55 1.88	1.53 1.84	1.51 1.81
42	4.07 7.27	3.22 5.15	2.83 4.29	2.59 3.80	2.44 3.49	2.32 3.26	2.24 3.10	2.17 2.96	2.11 2.86	2.06 2.77	2.02 2.70	1.99 2.64	1.94 2.54	1.89 2.46	1.82 2.35	1.78 2.26	1.73 2.17	1.68 2.08	1.64 2.04	1.60 1.94	1.57 1.91	1.54 1.85	1.51 1.80	1.49 1.78
44	4.06 7.24	3.21 5.12	2.82 4.26	2.60 3.78	2.43 3.46	2.31 3.24	2.23 3.07	2.16 2.94	2.10 2.84	2.05 2.75	2.01 2.68	1.98 2.62	1.92 2.52	1.88 2.44	1.81 2.32	1.76 2.24	1.72 2.15	1.66 2.06	1.63 2.00	1.58 1.92	1.56 1.88	1.52 1.82	1.48 1.78	1.48 1.75
46	4.05 7.21	3.20 5.10	2.81 4.24	2.57 3.76	2.42 3.44	2.30 3.22	2.22 3.05	2.14 2.92	2.09 2.82	2.04 2.73	2.00 2.64	1.97 2.50	1.91 2.42	1.87 2.30	1.80 2.22	1.75 2.17	1.71 2.13	1.65 2.04	1.62 1.98	1.57 1.86	1.54 1.80	1.51 1.80	1.48 1.76	1.46 1.72
48	4.04 7.19	3.19 5.08	2.80 4.22	2.56 3.74	2.41 3.42	2.30 3.20	2.21 3.01	2.14 2.90	2.08 2.80	2.03 2.71	1.99 2.64	1.96 2.58	1.90 2.48	1.86 2.40	1.79 2.28	1.74 2.20	1.70 2.11	1.64 2.02	1.61 1.96	1.56 1.88	1.53 1.84	1.50 1.78	1.47 1.73	1.45 1.70
50	4.03 7.17	3.18 5.06	2.79 4.20	2.56 3.72	2.40 3.41	2.29 3.18	2.20 3.02	2.13 2.88	2.07 2.78	2.02 2.70	1.98 2.62	1.95 2.56	1.90 2.46	1.85 2.39	1.78 2.26	1.74 2.18	1.69 2.10	1.63 2.00	1.60 1.94	1.55 1.86	1.52 1.82	1.48 1.76	1.46 1.71	1.44 1.68
65	4.02 7.12	3.17 5.01	2.78 4.16	2.54 3.68	2.38 3.37	2.27 3.15	2.18 2.98	2.11 2.85	2.05 2.75	2.00 2.66	1.97 2.59	1.93 2.53	1.88 2.43	1.83 2.35	1.76 2.23	1.72 2.15	1.67 2.06	1.61 1.96	1.58 1.90	1.52 1.82	1.50 1.78	1.46 1.71	1.43 1.66	1.41 1.64
60	4.00 7.08	3.15 4.98	2.76 4.13	2.52 3.65	2.37 3.34	2.26 3.12	2.17 2.95	2.10 2.82	2.04 2.72	1.99 2.63	1.95 2.56	1.92 2.50	1.86 2.40	1.81 2.32	1.75 2.20	1.70 2.12	1.65 2.03	1.59 1.93	1.56 1.87	1.50 1.79	1.48 1.74	1.44 1.68	1.41 1.63	1.39 1.60
6	3.99 7.04	3.14 4.95	2.75 4.10	2.51 3.62	2.36 3.31	2.24 3.09	2.15 2.93	2.08 2.79	2.02 2.70	1.98 2.61	1.94 2.54	1.90 2.47	1.86 2.37	1.80 2.30	1.73 2.18	1.68 2.09	1.63 2.00	1.57 1.90	1.54 1.84	1.49 1.76	1.45 1.71	1.42 1.64	1.39 1.60	1.37 1.54
70	3.98 7.01	3.13 4.92	2.74 4.08	2.50 3.60	2.35 3.29	2.23 3.07	2.14 2.91	2.07 2.77	2.01 2.67	1.97 2.59	1.93 2.51	1.89 2.45	1.84 2.35	1.79 2.28	1.72 2.15	1.67 2.07	1.62 1.98	1.56 1.88	1.53 1.82	1.47 1.74	1.45 1.69	1.40 1.62	1.37 1.56	1.35 1.53
80	3.96 6.96	3.11 4.88	2.72 4.04	2.48 3.56	2.33 3.25	2.21 3.04	2.12 2.87	2.05 2.74	1.99 2.64	1.95 2.55	1.91 2.48	1.88 2.41	1.82 2.32	1.77 2.24	1.70 2.11	1.65 2.03	1.60 1.94	1.54 1.84	1.51 1.79	1.45 1.65	1.42 1.57	1.38 1.52	1.35 1.49	1.32 1.49
100	3.94 6.90	3.09 4.82	2.70 3.98	2.46 3.51	2.30 3.20	2.19 2.99	2.10 2.82	2.03 2.69	1.97 2.59	1.92 2.51	1.88 2.43	1.85 2.36	1.79 2.26	1.75 2.19	1.68 2.06	1.63 1.98	1.57 1.89	1.51 1.79	1.48 1.73	1.42 1.64	1.39 1.59	1.34 1.51	1.30 1.44	1.28 1.43
125	3.92 6.84	3.07 4.78	2.68 3.94	2.44 3.47	2.29 2.97	2.17 2.95	2.08 2.79	2.01 2.65	1.95 2.65	1.90 2.47	1.86 2.40	1.83 2.33	1.77 2.23	1.72 2.15	1.65 2.03	1.60 1.94	1.55 1.85	1.49 1.75	1.45 1.68	1.39 1.59	1.36 1.54	1.31 1.46	1.27 1.40	1.25 1.37
150	3.91 6.81	3.06 4.75	2.67 3.91	2.43 3.44	2.27 3.14	2.16 2.92	2.07 2.76	2.00 2.63	1.94 2.53	1.89 2.44	1.85 2.37	1.82 2.30	1.76 2.20	1.71 2.12	1.64 2.00	1.59 1.91	1.54 1.83	1.47 1.72	1.44 1.66	1.37 1.56	1.34 1.51	1.29 1.43	1.25 1.37	1.22 1.33
200	3.89 6.76	3.04 4.71	2.65 3.88	2.41 3.41	2.26 3.11	2.14 2.90	2.05 2.73	1.98 2.60	1.92 2.50	1.87 2.41	1.83 2.34	1.80 2.28	1.74 2.17	1.69 2.09	1.62 1.97	1.57 1.88	1.52 1.78	1.45 1.69	1.42 1.63	1.35 1.53	1.32 1.48	1.26 1.39	1.22 1.33	1.19 1.28
400	3.86 6.70	3.02 4.66	2.62 3.83	2.39 3.36	2.23 3.06	2.12 2.85	2.03 2.69	1.96 2.55	1.90 2.46	1.85 2.37	1.81 2.29	1.78 2.23	1.72 2.12	1.67 2.04	1.60 1.92	1.54 1.84	1.49 1.74	1.42 1.64	1.38 1.57	1.32 1.47	1.28 1.42	1.22 1.32	1.16 1.26	1.13 1.19
1000	3.85 6.66	3.00 4.62	2.61 3.80	2.38 3.34	2.22 3.02	2.10 2.82	2.02 2.66	1.95 2.53	1.89 2.43	1.84 2.34	1.80 2.26	1.76 2.20	1.70 2.09	1.65 2.01	1.58 1.89	1.53 1.81	1.47 1.71	1.41 1.61	1.36 1.54	1.30 1.40	1.26 1.38	1.19 1.28	1.13 1.19	1.08 1.11
∞	3.84 6.64	2.99 4.60	2.50 3.78	2.37 3.32	2.21 3.02	2.09 2.80	2.01 2.64	1.94 2.51	1.88 2.41	1.83 2.32	1.79 2.24	1.75 2.18	1.69 2.07	1.64 1.99	1.57 1.87	1.52 1.79	1.46 1.69	1.40 1.59	1.35 1.52	1.28 1.41	1.24 1.36	1.17 1.25	1.11 1.15	1.09 1.00

$f_2$  = βαθμοί ελευθερίας μικρότερης διακύμανσης  
(μικρότερου MA)

ΠΙΝΑΚΑΣ 1.8  
 ΤΙΜΩΝ ΓΙΑ ΤΟΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟ ΤΗΣ  
 ΕΛΑΧΙΣΤΗΣ ΣΗΜΑΝΤΙΚΗΣ ΔΙΑΦΟΡΑΣ  
 ( Επίπεδο σημαντικότητας 5%)

B.E.

Αριθμός δειγμάτων

	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	18.0	26.7	32.8	37.2	40.5	43.1	46.4	47.3	49.1	50.6	51.9	53.2	54.3	55.4	56.3	57.2	58.0	58.8	59.8
2	6.09	6.28	6.80	10.89	11.73	12.43	13.03	13.54	13.99	14.39	14.75	15.08	15.38	15.65	15.81	16.14	16.38	16.57	16.77
3	4.50	5.88	6.83	7.51	8.04	8.47	8.85	9.18	9.48	9.72	9.95	10.18	10.35	10.52	10.69	10.84	10.98	11.12	11.24
4	3.93	5.00	5.76	6.31	6.73	7.06	7.35	7.60	7.83	8.03	8.21	8.37	8.52	8.67	8.80	8.92	9.03	9.14	9.24
5	3.81	4.54	5.18	5.64	5.99	6.28	6.52	6.74	6.93	7.10	7.25	7.39	7.52	7.64	7.75	7.86	7.95	8.04	8.13
6	3.46	4.34	4.90	5.31	5.63	5.89	6.12	6.32	6.49	6.65	6.78	6.92	7.04	7.14	7.24	7.34	7.43	7.51	7.59
7	3.34	4.16	4.68	5.06	5.35	5.59	5.80	5.99	6.15	6.29	6.42	6.54	6.65	6.75	6.84	6.93	7.01	7.08	7.16
8	3.26	4.04	4.53	4.89	5.17	5.40	5.60	5.77	5.92	6.05	6.18	6.29	6.39	6.48	6.57	6.65	6.73	6.80	6.87
8	3.20	3.95	4.42	4.76	5.02	5.24	5.43	5.60	5.74	5.87	5.98	6.09	6.19	6.28	6.36	6.44	6.51	6.58	6.65
10	3.15	3.88	4.33	4.66	4.81	5.12	5.30	5.46	5.60	5.72	5.83	5.93	6.03	6.12	6.20	6.27	6.34	6.41	6.47
11	3.11	3.82	4.26	4.58	4.82	5.03	5.20	5.35	5.49	5.61	5.71	5.81	5.90	5.98	6.06	6.14	6.20	6.27	6.33
12	3.08	3.77	4.20	4.51	4.75	4.95	5.12	5.27	5.40	5.51	5.61	5.71	5.80	5.88	5.95	6.02	6.09	6.15	6.21
13	3.06	3.73	4.15	4.46	4.69	4.88	5.05	5.19	5.32	5.43	5.53	5.63	5.71	5.79	5.86	5.93	6.00	6.06	6.11
14	3.03	3.70	4.11	4.41	4.64	4.83	4.99	5.13	5.25	5.36	5.46	5.56	5.64	5.72	5.79	5.86	5.92	5.98	6.03
15	3.01	3.67	4.08	4.37	4.59	4.78	4.94	5.08	5.20	5.31	5.40	5.49	5.57	5.65	5.72	5.79	5.85	5.91	5.96
16	3.00	3.65	4.05	4.34	4.56	4.74	4.90	5.03	5.15	5.26	5.35	5.44	5.52	5.59	5.66	5.73	5.79	5.84	5.90
17	2.98	3.62	4.02	4.31	4.52	4.70	4.86	4.99	5.11	5.21	5.31	5.39	5.47	5.55	5.61	5.68	5.74	5.79	5.84
18	2.97	3.61	4.00	4.28	4.49	4.67	4.83	4.96	5.07	5.17	5.27	5.35	5.43	5.50	5.57	5.63	5.69	5.74	5.79
19	2.96	3.59	3.88	4.26	4.47	4.64	4.79	4.92	5.04	5.14	5.23	5.32	5.39	5.48	5.53	5.59	5.65	5.70	5.75
20	2.95	3.58	3.86	4.24	4.45	4.62	4.77	4.90	5.01	5.11	5.20	5.28	5.36	5.43	5.50	5.56	5.61	5.66	5.71
24	2.92	3.53	3.90	4.17	4.37	4.54	4.68	4.81	4.92	5.01	5.10	5.18	5.25	5.32	5.38	5.44	5.50	5.55	5.59
30	2.89	3.48	3.84	4.11	4.30	4.46	4.60	4.72	4.83	4.92	5.00	5.08	5.15	5.21	5.27	5.33	5.38	5.43	5.48
40	2.86	3.44	3.79	4.04	4.23	4.39	4.52	4.63	4.74	4.82	4.90	4.98	5.05	5.11	5.17	5.22	5.27	5.32	5.36
60	2.83	3.40	3.74	3.98	4.16	4.31	4.44	4.55	4.65	4.73	4.81	4.88	4.94	5.00	5.06	5.11	5.15	5.20	5.24
120	2.80	3.36	3.69	3.92	4.10	4.24	4.36	4.47	4.56	4.64	4.71	4.78	4.84	4.90	4.95	5.00	5.04	5.09	5.13
∞	2.77	3.32	3.63	3.86	4.03	4.17	4.29	4.39	4.47	4.55	4.62	4.68	4.74	4.80	4.84	4.89	4.93	4.97	5.00

B.E. = Βαθμοί ελευθερίας.